

Под редакцией
Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова

ОГЭ

МАТЕМАТИКА

ПОДГОТОВКА К ОГЭ-2016



ПО НОВОЙ
2016
ДЕМОНСТРАЦИИ

9
КЛАСС

40 ТРЕНИРОВОЧНЫХ
ВАРИАНТОВ



ЛЕГИОН

Учебно-методический комплекс «Математика. Подготовка к ОГЭ»

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА

9-й класс

ПОДГОТОВКА К ОГЭ-2016

40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год

Учебно-методическое пособие



ЛЕГИОН
Ростов-на-Дону
2015

ББК 22.14

М 34

Рецензенты: *Дерезин С. В.* — кандидат физико-математических наук,
Уваровский А. П. — кандидат педагогических наук,
заслуженный учитель России

Авторский коллектив:

*Безуголова Г. С., Дрёмов В. А., Ковалевская А. С., Коннова Е. Г.,
Кривенко В. М., Нужа Г. Л., Ольховая Л. С., Опрышко Г. Г.,
Резникова Н. М., Смирнова А. А., Фридман Е. М., Ханин Д. И.*

А 45 Математика. 9-й класс. Подготовка к ОГЭ-2016. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год : учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2015. — 400 с. — (ОГЭ).

ISBN 978-5-9966-0740-2

Новое учебно-методическое пособие издательства «Легион» предназначено для подготовки к ОГЭ по математике в 2016 году. Книга содержит:

- **40 авторских учебно-тренировочных тестов**, составленных по проекту спецификации ОГЭ-2016 по математике,
- **сборник, содержащий около 700 задач,**
- краткий теоретический справочник.

Книга будет полезна выпускникам 9-х классов, а также учителям, осуществляющим подготовку к ОГЭ. Выполняя предлагаемые в книге тесты, можно добиться успешной сдачи ОГЭ по математике с высоким результатом.

Ко всем тестам и задачам приведены **ответы**. Кроме того, для 10 вариантов приведены решения к заданиям части 2 (к заданиям с развёрнутым ответом).

Пособие является частью учебно-методического комплекса **«Математика. Подготовка к ОГЭ»**.

ББК 22.14

ISBN 978-5-9966-0740-2

© ООО «Легион», 2015

Оглавление

От авторов	6
Глава I Учебно-тренировочные тесты	11
Вариант № 1	11
Вариант № 2	17
Вариант № 3	22
Вариант № 4	28
Вариант № 5	34
Вариант № 6	41
Вариант № 7	48
Вариант № 8	55
Вариант № 9	62
Вариант № 10	68
Вариант № 11	74
Вариант № 12	80
Вариант № 13	86
Вариант № 14	92
Вариант № 15	98
Вариант № 16	104
Вариант № 17	110
Вариант № 18	116
Вариант № 19	122
Вариант № 20	128
Вариант № 21	134
Вариант № 22	141
Вариант № 23	148
Вариант № 24	154
Вариант № 25	160

Вариант № 26	167
Вариант № 27	174
Вариант № 28	180
Вариант № 29	186
Вариант № 30	193
Вариант № 31	200
Вариант № 32	206
Вариант № 33	212
Вариант № 34	218
Вариант № 35	224
Вариант № 36	230
Вариант № 37	236
Вариант № 38	242
Вариант № 39	248
Вариант № 40	253
Решения части 2 избранных вариантов	257
Глава II Сборник задач	290
§ 1. Базовый уровень (часть 1)	290
1.1. Проценты	290
§ 2. Повышенный уровень (часть 2)	292
2.1. Преобразования алгебраических выражений	292
2.2. Уравнения и системы уравнений	297
2.2.1. Уравнения	297
2.2.2. Системы уравнений	298
2.3. Неравенства и системы неравенств	302
2.4. Последовательности и прогрессии	306
2.4.1. Арифметическая прогрессия	306
2.4.2. Геометрическая прогрессия	310
2.5. Функции и графики	313
2.5.1. Графики функций	313
2.5.2. Область определения функции	318
2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции	319
2.6. Текстовые задачи	319
2.7. Задания с параметром	333
2.8. Геометрия	340
2.8.1. Вписанная и описанная окружность, треугольник	340
2.8.2. Треугольник	341
2.8.3. Прямоугольник. Параллелограмм. Квадрат. Ромб	343

2.8.4. Трапеция	345
2.8.5. n-угольники	346
2.8.6. Окружность, хорда, касательная, секущая	346
Краткий теоретический справочник	348
§ 1. Приближённые значения. Округление чисел. Стандартный вид числа	348
§ 2. Отношения. Пропорции	349
§ 3. Проценты	349
§ 4. Действия с дробями	350
§ 5. Алгебраические выражения	351
§ 6. Степень с целым показателем	352
§ 7. Многочлены. Преобразование выражений	352
§ 8. Алгебраические дроби	353
§ 9. Квадратные корни	353
§ 10. Линейные и квадратные уравнения	354
§ 11. Системы двух уравнений с двумя неизвестными	356
§ 12. Неравенства с одной переменной и системы неравенств ..	356
§ 13. Решение квадратных неравенств. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Системы неравенств	357
§ 14. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии	358
§ 15. Исследование функции и построение графика	359
§ 16. Алгебраические уравнения и системы нелинейных уравнений	364
§ 17. Решение иррациональных уравнений и уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля	364
§ 18. Задания, содержащие параметр	366
§ 19. Элементы комбинаторики, статистики и теории ве- роятностей	369
§ 20. Геометрия	372
Ответы	387
Ответы к учебно-тренировочным тестам	387
Ответы к сборнику задач	392

От авторов

Пособие содержит необходимый материал для подготовки к ОГЭ по математике:

- 40 новых авторских учебно-тренировочных тестов, составленных по проекту спецификации ОГЭ-2016;
- задачник, включающий около 700 задач, иллюстрирующих основные идеи экзаменационных работ;
- краткий справочник по элементарной математике, содержащий теоретический материал, достаточный для решения всех заданий данного пособия.

Ко всем тестам и задачам приведены ответы. Кроме того, для 10 вариантов приведены решения к заданиям части 2 (к заданиям с развёрнутым ответом). Решения заданий второй части всех остальных вариантов можно найти в книге «Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2016», которая будет выпущена отдельно.

Варианты тестов расположены по принципу парного подобия: каждый нечётный вариант подобен следующему за ним чётному. Такое расположение тестов позволяет, например, рассмотреть нечётный вариант в классе, а подобный ему чётный оставить учащимся для самостоятельного решения. В вариантах №№1–20 указанный принцип усилен: здесь соседние пары вариантов (1–2 и 3–4, 5–6 и 7–8 и т.д.) также похожи, что должно облегчить подготовку к экзамену на раннем этапе. Например, вариант № 1 является оригинальным, вариант № 2 — парный к варианту № 1, вариант № 3 похож на вариант № 1, вариант № 4 — парный к варианту № 3.

Книги издательства «Легион» для подготовки к ОГЭ по математике:

Пособие	Задания по темам	Варианты ОГЭ	Теория	Решения	Уровень сложности*
Математика. ОГЭ-2016. 9 класс. Тематический тренинг	+++		++	+	БПВ
Математика. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2016. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год		+++	++	+	БПВ
Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2016				+++	ПВ
Математика. Базовый уровень ОГЭ-2016. Экспресс-подготовка	++		++	++	Б
Математика. 9 класс. ОГЭ-2016. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика	+++				Б
Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА. Задания с параметром: теория, методика, упражнения и задачи	++		++	++	ПВ
Геометрия. 9 класс. Задачи ОГЭ с развёрнутым ответом	++		++	++	ПВ

*Б — базовый, П — повышенный, В — высокий уровень сложности

Перечислим и кратко охарактеризуем книги, входящие в комплекс «Математика. Подготовка к ОГЭ», выпускаемый издательством «Легион»:

- Математика. ОГЭ-2016. 9 класс. Тематический тренинг.
Пособие включает 27 тематических параграфов по всему материалу, традиционно включаемому в ОГЭ. Каждый параграф содержит краткие теоретические сведения, вариант-образец, задания которого приводятся с подробными пояснениями и решениями, и 6 тематических вариантов для самостоятельной работы.
- Математика. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2016. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год.
Настоящая книга.
- Математика. Решебник. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2016.
Книга содержит подробные решения всех тестовых заданий с

развёрнутым ответом и всех задач из раздела «Задачник» пособия «Математика. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2016».

- **Математика. Базовый уровень ОГЭ-2016. Экспресс-подготовка.**
Пособие посвящено решению задач базового уровня сложности всех модулей ОГЭ. Содержит написанные простым языком теоретические сведения, большое количество разобранных задач, варианты для самостоятельного решения.
- **Математика. 9 класс. ОГЭ-2016. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика.**
Сборник тренировочных тестовых заданий для формирования устойчивых навыков решения задач базового уровня первой части экзамена. Содержит задания для тематического и обобщающего повторения и тренировочные варианты к каждому параграфу.
- **Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА. Задания с параметром: теория, методика, упражнения и задачи.**
Книга посвящена подготовке к одному из сложных заданий экзамена, традиционно включаемому во вторую часть модуля «Алгебра» экзаменационной работы.
- **Геометрия. 9 класс. Задачи ОГЭ с развёрнутым ответом.**
Книга предназначена для подготовки к планиметрическим задачам с развёрнутым ответом, неизменно присутствующим в экзаменационной работе для девятиклассников. Содержит краткую теорию, рекомендации по оцениванию решения, задачи, подобные предлагаемым на ОГЭ, и их подробные решения.

Методика работы с комплексом «Математика. Подготовка к ОГЭ»

Подготовку к ОГЭ следует начинать с пособий «Математика. ОГЭ-2016. 9 класс. Тематический тренинг» и «Математика. 9 класс. ОГЭ-2016. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика». Оба этих пособия могут использоваться в течение всего учебного года, а способ организации процесса обучения зависит от преподавателя. Например, используя тренажёр, учащиеся могут выполнить на уроке большое число заданий базового уровня сложности по определённой теме или по различным темам. Книгу «Математика. ОГЭ-2016. 9 класс. Тематический тренинг» можно использовать для домашних работ, для организации диагностики и контроля (самоконтроля), а также при изучении методов решения задач повышенного уровня сложности.

При работе со слабо подготовленными обучающимися следует также обратиться к пособию «Математика. Базовый уровень ОГЭ-2016. Экспресс-подготовка». В нём простым языком изложены необходимая теория и методы решения задач базового уровня ОГЭ. Разбор предлагаемого материала можно проводить как в классе, так и оставлять школьникам для самостоятельного изучения при организации повторения (в том числе повторения материала, пройденного в предыдущие годы).

Сборник тестов «Математика. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2016. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год» следует использовать после освоения большей части материала из рассмотренных выше пособий. Предлагаемые в нём тренировочные варианты в формате ОГЭ могут использоваться по принципу разбора варианта в классе и оставления парного варианта школьникам в качестве домашней работы, а могут — и для проведения репетиции экзамена или для организации диагностики и контроля.

К указанному сборнику тестов отдельно издаётся решебник с подробными пояснениями, который может использоваться как преподавателем — для разбора решений заданий повышенного и высокого уровней сложности, так и учащимися при самостоятельной подготовке.

К последним двум пособиям комплекса — «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА. Задания с параметром: теория, методика, упражнения и задачи» и «Геометрия. 9 класс. Задачи ОГЭ с развёрнутым ответом» — следует переходить после окончания основной части подготовки, соответственно освоения алгебры и геометрии на базовом уровне. Работу с данными книгами можно организовать в классах с подготовленными учащимися либо рекомендовать эти пособия для самостоятельной подготовки наиболее успевающим.

Обсудить пособия, оставить свои замечания и предложения, задать вопросы можно на официальных форумах издательства

<http://f.legionr.ru>,

<http://legion-posobiya.livejournal.com>.

Следите за бесплатными дополнениями и методическими рекомендациями на сайте издательства <http://legionr.ru> в связи с возможными изменениями спецификаций экзаменационных работ, разрабатываемых ФИПИ.

Замечания и пожелания можно направлять по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550 или на e-mail: legionrus@legionrus.com.

Инструкция по выполнению работы

Общее время экзамена — 235 минут. Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части 2 — 3 задания с полным решением. Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части 1 — 5 заданий с кратким ответом, в части 2 — 3 задания с полным решением. Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части 1, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении заданий с выбором ответа запишите номер выбранного ответа в виде одной цифры. Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части 2 и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 4 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Глава I. Учебно-тренировочные тесты

Вариант № 1

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{1,6}{2 - \frac{2}{9}}$.

Ответ: _____.

2. Известно, что $m > n$. Укажите верное неравенство.

1) $\frac{m}{n} < 1$ 2) $\frac{m-n}{n} < 0$ 3) $\frac{m}{n} > 1$ 4) $m - n > -5$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{9 \cdot 48 \cdot 7}}{\sqrt{270}}$.

1) $\frac{92\sqrt{5}}{5}$ 2) $\frac{2\sqrt{70}}{5}$ 3) $\frac{4\sqrt{70}}{5}$ 4) $\frac{6\sqrt{35}}{5}$

Ответ:

4. Решите уравнение $8x - \frac{x}{3} = 46$.

Ответ: _____.

5. На рисунке 1 изображены графики функции $y = ax^2 + bx + c$. $D = b^2 - 4ac$. Установите соответствие между графиком и верным для него утверждением.

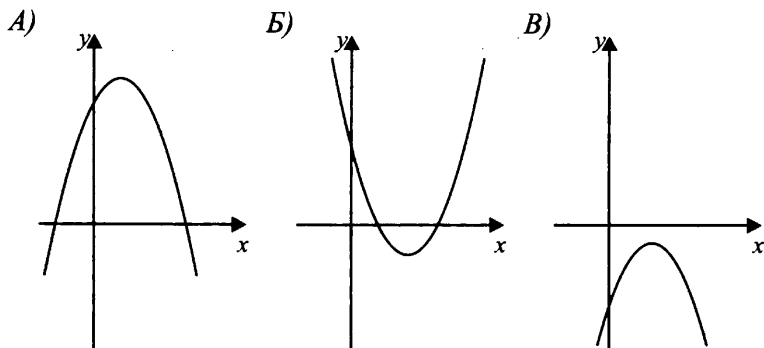


Рис. 1

- 1) $aD > 0, c > 0$ 2) $aD > 0, c < 0$ 3) $aD < 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая ему соответствует.

Ответ:

А	Б	В

6. Найдите количество отрицательных членов числовой последовательности, заданной формулой $a_n = 1 - \frac{104}{6n - 5}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}\right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}\right)$ при $a = 0,01$; $b = 8,21$; $c = 1,78$.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $13(7 - 2x) - 4x \leq 1$.

- 1) $[3; +\infty)$ 2) $(-\infty; -3]$ 3) $(-\infty; 3]$ 4) $[-3; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Треугольник ABC вписан в окружность. DA — касательная (см. рис. 2). $\angle C = 72^\circ$, $\angle B = 91^\circ$. Найдите угол ADC . Ответ дайте в градусах.

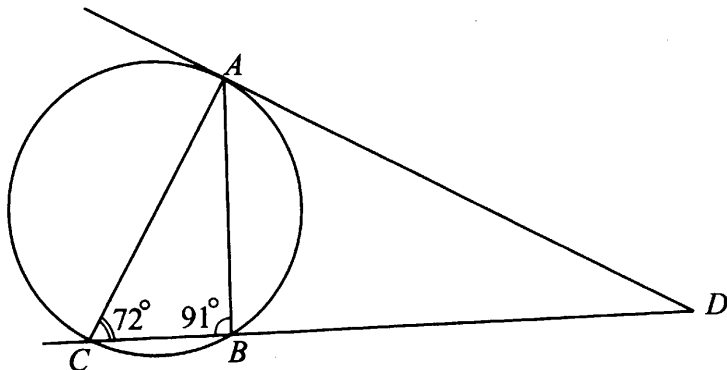


Рис. 2

Ответ: _____.

10. Сторона ромба равна 20, а острый угол равен 60° . Найдите длину меньшей диагонали ромба.

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 3.

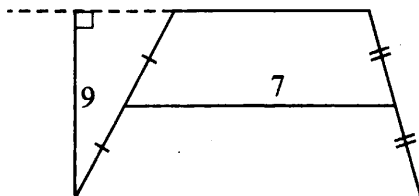


Рис. 3

Ответ: _____.

12. Здание обнесено забором прямоугольной формы (см. рис. 4). Найдите длину забора.

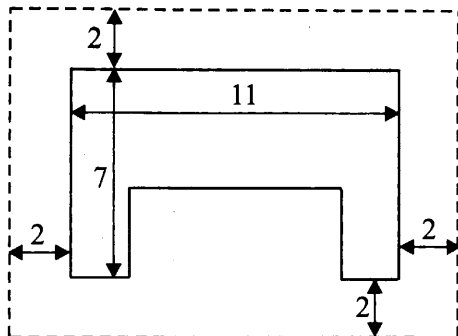


Рис. 4

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1. Диагонали ромба делят его на четыре равных треугольника.
2. Площадь параллелограмма равна произведению его диагоналей.
3. Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. На графиках (см. рис. 5) показано количество покупателей двух продуктовых магазинов в зависимости от времени. Какое наибольшее число покупателей было в обоих магазинах в сумме?

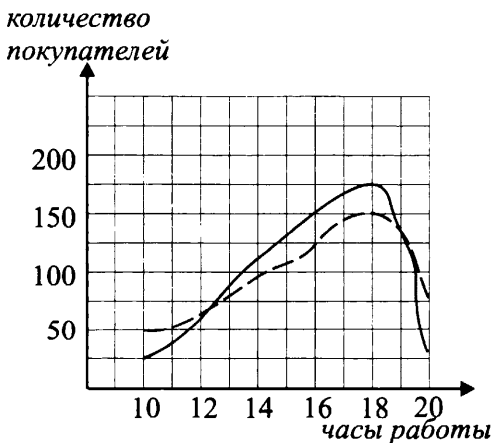


Рис. 5

Ответ: _____.

15. Площадь поверхности Солнца приближённо равна $6,09 \cdot 10^{18} \text{ м}^2$.
Выразите площадь поверхности Солнца в квадратных километрах.

- 1) $6,09 \cdot 10^{14} \text{ км}^2$
- 2) $6,09 \cdot 10^{15} \text{ км}^2$
- 3) $6,09 \cdot 10^{12} \text{ км}^2$
- 4) $6,09 \cdot 10^{17} \text{ км}^2$

Ответ:

16. Из 700 докторов медицинского центра 43% составляют врачи высшей категории. Сколько врачей высшей категории работают в медицинском центре?

Ответ: _____

17. Лестничный марш соединяет точки A и B , расстояние между которыми равно 4 м. Сколько ступеней на лестничном марше, если угол наклона лестницы равен 30° , высота ступени равна 20 см (см. рис. 6)?

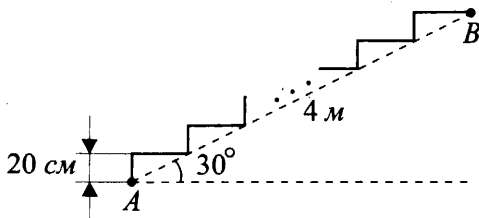


Рис. 6

Ответ: _____

18. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) Длительность сеанса кинофильма	1) 5 дней
Б) Время от посадки до прорастания семян арбуза	2) 120 мин
В) Продолжительность падения монеты с 5 этажа	3) 40 суток
Г) Продолжительность полярной ночи в Мурманске	4) 2 с

Ответ:

А	Б	В	Г

19. Оля выбирает двузначное число случайным образом. Вероятность какого события больше: выбранное число делится на 10 или выбранное число делится на 12? В ответе запишите большую вероятность.

Ответ: _____

20. Из заданных последовательностей выберите арифметическую прогрессию. В ответе запишите разность этой арифметической прогрессии.

$$(a_n): a_n - a_{n+1} = 4$$

$$(b_n): 4, 5, 7, 10, \dots$$

$$(c_n): 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$$

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^4 + x^2 + 2x = 0$.

22. Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 315 км со скоростью 90 км/ч и последние 120 км со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = |4 - (x - 2)^2| - 1$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. $ABCD$ — прямоугольная трапеция с прямым углом A и меньшим основанием $BC = 1$. Окружность с центром в точке O касается прямой BC в точке C и проходит через точки A и D , $\angle AOD = 120^\circ$. Найдите длину стороны AB , если известно, что она больше радиуса этой окружности.

25. В четырёхугольнике $ABCD$ биссектриса угла A перпендикулярна биссектрисе угла B . Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке M , а биссектриса угла B сторону AD в точке N . Докажите, что $ABMN$ — ромб.

26. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$ (см. рис. 7), вершины которого заданы своими координатами: $A(2; 2)$, $B(3; 5)$, $C(6; 6)$, $D(5; 3)$.

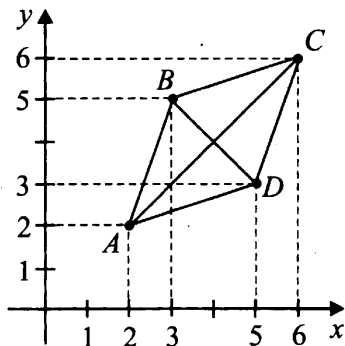


Рис. 7

Вариант № 2

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{0,2}{2 + \frac{2}{9}}$.

Ответ: _____.

2. Известно, что $m > n$. Укажите верное неравенство.

- 1) $\frac{n}{m} > 1$ 2) $n - m < 2$ 3) $\frac{n}{m} < -1$ 4) $\frac{n - m}{m} > 0$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\sqrt{125 \cdot 26 \cdot 52}$.

- 1) $130\sqrt{10}$ 2) $26\sqrt{10}$ 3) $650\sqrt{2}$ 4) $260\sqrt{5}$

Ответ:

4. Решите уравнение $2x - \frac{7x}{9} = 22$.

Ответ: _____.

5. На рисунке 8 изображены графики функции $y = ax^2 + bx + c$. $D = b^2 - 4ac$. Установите соответствие между графиком и верным для него утверждением.

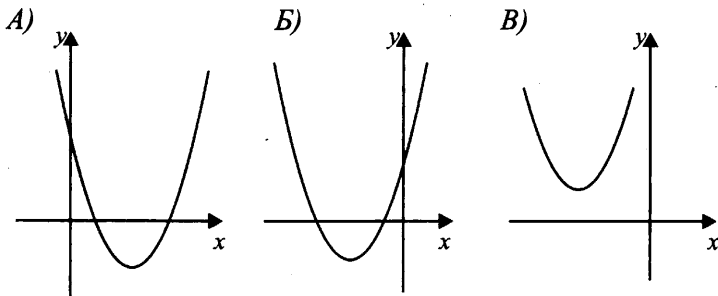


Рис. 8

- 1) $aD > 0, b < 0$ 2) $aD > 0, b > 0$ 3) $aD < 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая ему соответствует.

Ответ:

А	Б	В

6. Найдите количество отрицательных членов числовой последовательности, заданной формулой $a_n = 1 - \frac{95}{4n + 3}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}\right)$ при $a = -0,03$; $b = 3,56$; $c = 6,41$.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $8x - 3(2x - 1) \leq -2$.

1) $[2, 5; +\infty)$ 2) $(-\infty; -2, 5]$ 3) $(-\infty; 2, 5]$ 4) $[-2, 5; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Треугольник ABC вписан в окружность. DA — касательная (см. рис. 9). $\angle A = 38^\circ$, $\angle B = 93^\circ$. Найдите угол ADC . Ответ дайте в градусах.

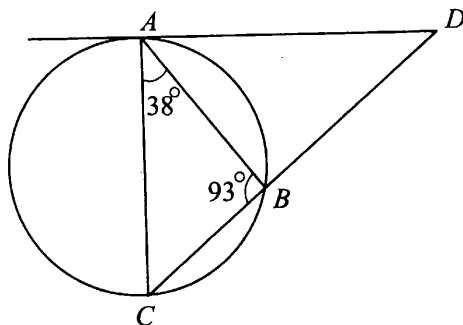


Рис. 9

Ответ: _____.

10. Сторона ромба равна 6, а острый угол равен 60° . Найдите длину меньшей диагонали ромба.

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 10.

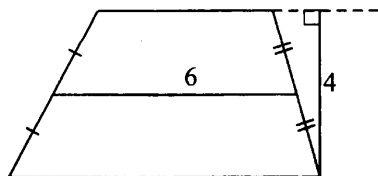


Рис. 10

Ответ: _____.

12. Здание обнесено забором прямоугольной формы (см. рис. 11). Найдите длину забора.

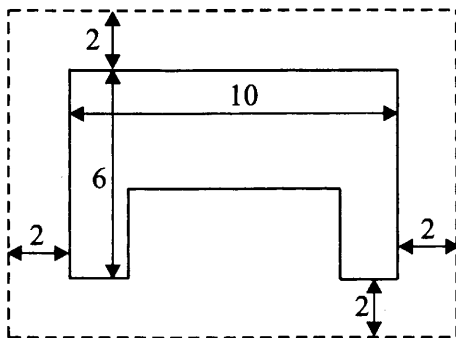


Рис. 11

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1. Отрезки касательных, проведённые к окружности из одной точки, равны.
2. Длина любой хорды окружности не превосходит её радиуса.
3. Площадь треугольника равна произведению основания и проведённой к нему высоты.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. На графиках (см. рис. 12) показано количество покупателей двух продуктовых магазинов в зависимости от времени. Какое наибольшее число покупателей было в обоих магазинах в сумме?

Ответ: _____.

15. Площадь поверхности Солнца приближённо равна $6,09 \cdot 10^{12}$ км².

Выразите площадь поверхности Солнца в квадратных метрах.

- 1) $6,09 \cdot 10^{16}$ м²
- 2) $6,09 \cdot 10^{17}$ м²
- 3) $6,09 \cdot 10^{18}$ м²
- 4) $6,09 \cdot 10^{19}$ м²

Ответ:

16. Из 700 докторов медицинского центра 252 врача высшей категории. Сколько процентов составляют врачи высшей категории?

Ответ: _____.

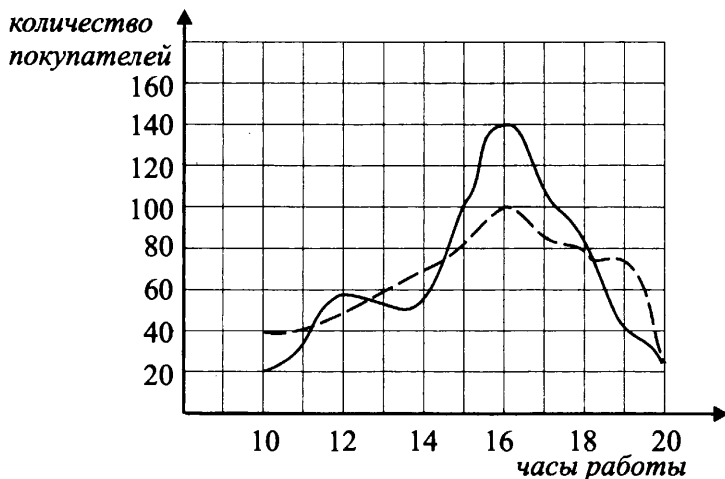


Рис. 12

17. Лестничный марш соединяет точки A и B , расстояние между которыми равно $3,2$ м. Сколько ступеней на лестничном марше, если угол наклона лестницы равен 30° , высота ступени равна 8 см (см. рис. 13)?

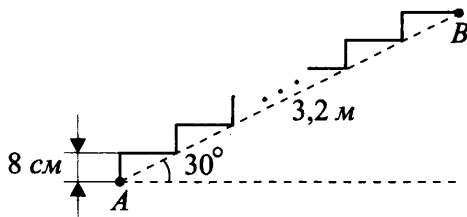


Рис. 13

Ответ: _____.

18. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) Объем малолитражного аквариума	1) 3500 мл
Б) Объем двигателя легкового автомобиля	2) 75 л
В) Объем Земли	3) 0,05 мл
Г) Объем капли воды	4) $1083 \cdot 10^9$ км ³

Ответ:

А	Б	В	Г

19. Маша выбирает двузначное число случайным образом. Вероятность какого события больше: выбранное число делится на 11 или выбранное число делится на 12? В ответе запишите большую вероятность.

Ответ: _____.

20. Из заданных последовательностей выберите арифметическую прогрессию. В ответе запишите разность арифметической прогрессии.

$(a_n): a_n - a_{n+1} = 3$

$(b_n): 4, 6, 7, 8, \dots$

$(c_n): 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \dots$

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^4 + x^2 - 2x = 0$.

22. Автобус проехал 120 км со скоростью 60 км/ч, потом 100 км со скоростью 40 км/ч и наконец 132 км со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость автобуса на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = |7 - (x - 4)^2| + 1$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. $ABCD$ — прямоугольная трапеция с прямым углом A и меньшим основанием $BC = 1$. Окружность с центром в точке O касается прямой BC в точке C и проходит через точки A и D , $\angle CDA = 60^\circ$. Найдите длину стороны CD .

25. В четырёхугольнике $ABCD$ проведены биссектриса угла A и биссектриса угла B . Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке M , а биссектриса угла B — сторону AD в точке N . Известно, что $MCDN$ — параллелограмм. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.

26. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, вершины которого заданы своими координатами: $A(-6; 2)$, $B(-5; 5)$, $C(-2; 6)$, $D(-3; 3)$.

Вариант № 3

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{1,2}{4 - \frac{4}{7}}$.

Ответ: _____.

2. Известно, что $m > n$. Укажите верное неравенство.

- 1) $\frac{m}{n} < -1$ 2) $\frac{m-n}{n} > 0$ 3) $\frac{m}{n} > -1$ 4) $m - n > -4$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{36 \cdot 70 \cdot 4}}{\sqrt{420}}$.

- 1) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) $\frac{12\sqrt{6}}{5}$ 4) $\frac{6\sqrt{6}}{5}$

Ответ:

4. Решите уравнение $5x - \frac{x}{3} = 42$.

Ответ: _____.

5. На рисунке 14 изображены графики функции $y = ax^2 + bx + c$. $D = b^2 - 4ac$. Установите соответствие между графиком и верным для него утверждением.

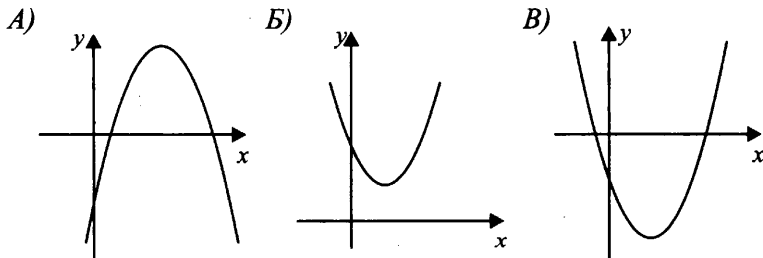


Рис. 14

- 1) $aD < 0, c < 0$ 2) $c > 0, aD < 0$ 3) $aD > 0, c < 0$

Ответ:

А	Б	В

6. Найдите количество отрицательных членов числовой последовательности, заданной формулой $a_n = 2 - \frac{104}{12n - 5}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}\right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}\right)$ при $a = -0,02$; $b = 0,52$; $c = 0,5$.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $11(6 - 5x) - x \leq 10$.

1) $[1; +\infty)$

2) $(-\infty; -1]$

3) $(-\infty; 1]$

4) $[-1; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Треугольник ABC вписан в окружность (см. рис. 15). DA — касательная. $\angle C = 59^\circ$, $\angle B = 93^\circ$. Найдите угол ADC . Ответ дайте в градусах.

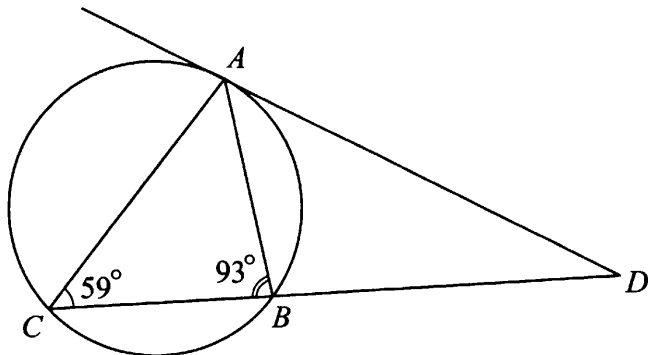


Рис. 15

Ответ: _____.

10. Сторона ромба равна 15, а острый угол равен 60° . Найдите длину меньшей диагонали ромба.

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 16.

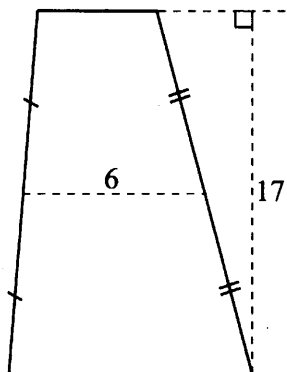


Рис. 16

Ответ: _____.

12. Здание обнесено забором прямоугольной формы (см. рис. 17). Найдите периметр забора.

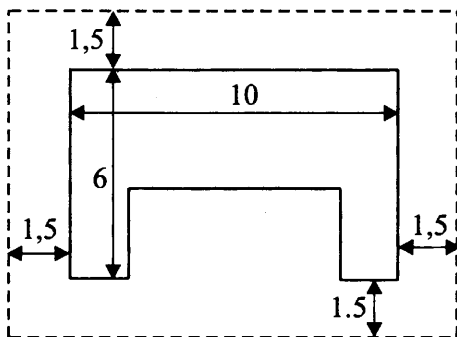


Рис. 17

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1. Диагонали параллелограмма делят его на четыре равных треугольника.
2. Площадь ромба равна произведению его диагоналей.
3. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. На графиках (см. рис. 18) показано количество покупателей двух продуктовых магазинов в зависимости от времени. Какое наибольшее число покупателей было в обоих магазинах в сумме?

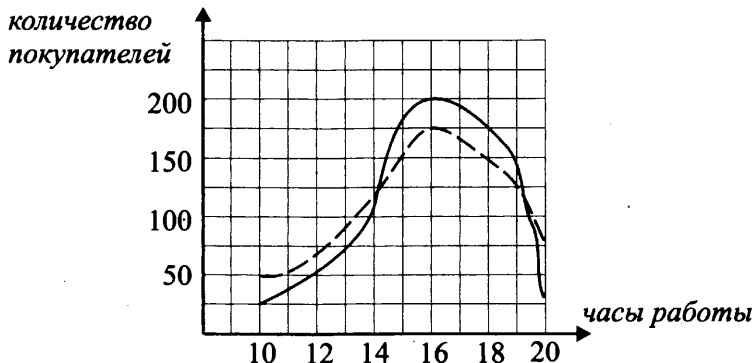


Рис. 18

Ответ: _____.

15. Площадь поверхности Луны приближённо равна $3,796 \cdot 10^7$ км². Выразите площадь поверхности Луны в квадратных метрах.

1) $3,796 \cdot 10^{16}$ м²

2) $3,796 \cdot 10^{19}$ м²

3) $3,796 \cdot 10^{13}$ м²

4) $3,796 \cdot 10^{12}$ м²

Ответ:

16. Из 350 докторов медицинского центра 44% составляют врачи высшей категории. Сколько врачей высшей категории работают в медицинском центре?

Ответ: _____.

17. Сколько ступеней в лестничном марше, если угол наклона лестницы равен 30° , длина лестничного марша 5,04 м, а высота ступени 21 см (см. рис. 19)?

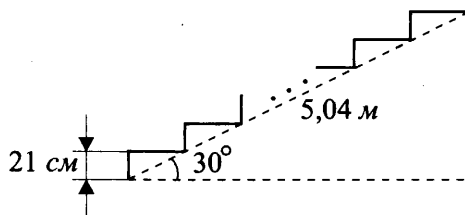


Рис. 19

Ответ: _____.

18. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) Продолжительность урока физкультуры	1) 7 дней
Б) Длительность осенних каникул в школе	2) 45 мин
В) Продолжительность периода хоккейного матча	3) 2 месяца
Г) Продолжительность полярного дня в Мурманске	4) 20 мин

Ответ:

А	Б	В	Г

19. Петя выбирает трёхзначное число случайным образом. Вероятность какого события больше: выбранное число делится на 110 или выбранное число делится на 120? В ответе запишите большую вероятность.

Ответ: _____.

20. Из заданных последовательностей выберите геометрическую прогрессию. В ответе запишите знаменатель этой геометрической прогрессии.

(a_n): $a_1 = 5$, $a_n : a_{n+1} = 2$

(b_n): 4, 6, 8, 10, ...

(c_n): $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $3x^4 - 2x^2 - x = 0$.

22. Первые 110 км автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующие 120 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 140 км — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = |1 - (x + 3)^2|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. $ABCD$ — прямоугольная трапеция с прямым углом A и меньшим основанием $BC = 1$. Окружность с центром в точке O касается прямой BC в точке C и проходит через точки A и D . $\angle CDA = 30^\circ$. Найдите длину стороны AB .

25. $ABCD$ — квадрат. Точки M и N — середины сторон AB и BC соответственно. Докажите, что AN перпендикулярна MD .

26. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, вершины которого заданы своими координатами $A(-5; -5)$; $B(-4; -2)$; $C(-1; -1)$; $D(-2; -4)$.

Вариант № 4

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{0,9}{3 + \frac{3}{5}}$.

Ответ: _____.

2. Известно, что $m > n$. Укажите верное неравенство.

1) $\frac{n}{m} > 0$

2) $n - m < 1$

3) $\frac{n}{m} < 0$

4) $\frac{n - m}{m} > 1$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\sqrt{343 \cdot 58 \cdot 29}$.

1) $203\sqrt{14}$

2) $416\sqrt{14}$

3) $2842\sqrt{2}$

4) $2842\sqrt{7}$

Ответ:

4. Решите уравнение $4x - \frac{3x}{7} = 50$.

Ответ: _____.

5. На рисунке 20 изображены графики функции $y = ax^2 + bx + c$. $D = b^2 - 4ac$. Установите соответствие между графиком и верным для него утверждением.

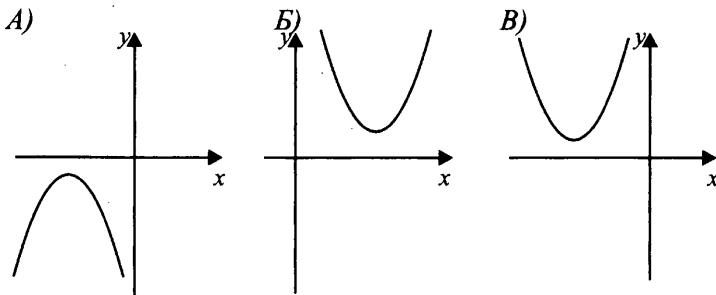


Рис. 20

1) $a < 0, D < 0, b < 0$

2) $a > 0, D < 0, b < 0$

3) $a > 0, D < 0, b > 0$

Ответ:

А	Б	В

6. Найдите количество отрицательных членов числовой последовательности, заданной формулой $a_n = 1 - \frac{41}{3n - 5}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}\right)$ при $a = 2, 1$; $b = 1,8$; $c = 1,3$.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $8x + 3(2x - 1) \leq 4$.

- 1) $(-\infty; 0,5]$ 2) $(-\infty; -0,5]$ 3) $(0,5; +\infty]$ 4) $[0,5; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Треугольник ABC вписан в окружность. DA — касательная. $\angle A = 54^\circ$, $\angle B = 82^\circ$ (см. рис. 21). Найдите угол ADC . Ответ дайте в градусах.

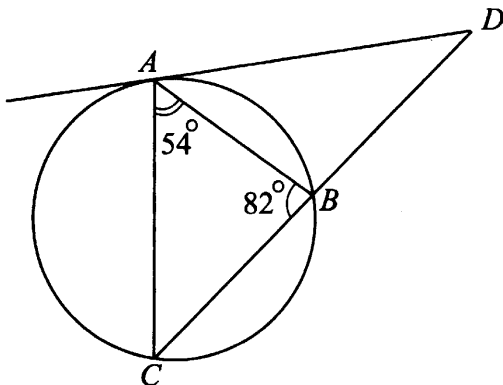


Рис. 21

Ответ: _____.

10. Сторона ромба равна 11, а острый угол равен 60° . Найдите длину меньшей диагонали ромба.

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 22.

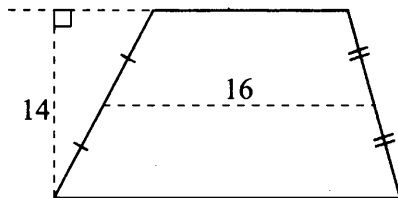


Рис. 22

Ответ: _____.

12. Здание обнесено забором прямоугольной формы (см. рис. 23). Найдите периметр забора.

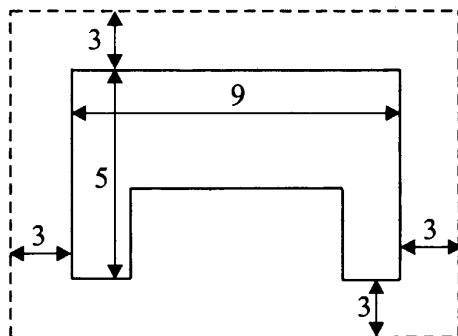


Рис. 23

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1. Вокруг любого треугольника можно описать окружность.
2. Квадрат касательной равен произведению отрезков секущей, на которые её делит окружность.
3. Площади подобных треугольников относятся как коэффициент подобия.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. На графиках (см. рис. 24) показано количество покупателей двух продуктовых магазинов в зависимости от времени их посещения. В какое время в магазинах было сделано наибольшее число покупок? В ответе запишите суммарное число покупателей в это время.

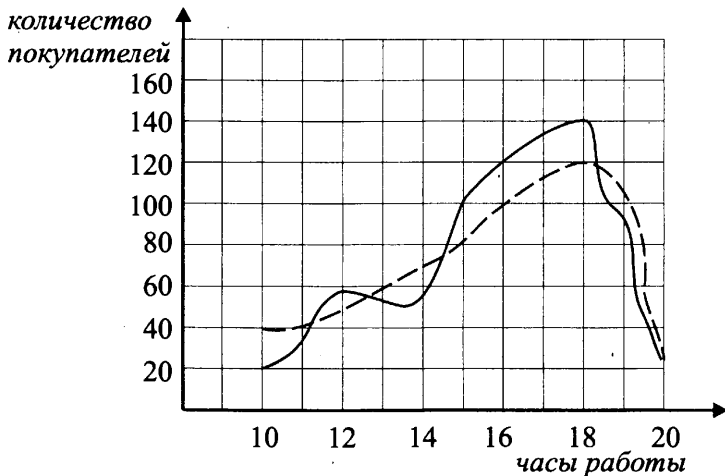


Рис. 24

Ответ: _____.

15. Площадь поверхности Луны приближённо равна $3,796 \cdot 10^{13}$ м².

Выразите площадь поверхности Луны в квадратных километрах.

- 1) $3,796 \cdot 10^5$ км²;
- 2) $3,796 \cdot 10^6$ км².
- 3) $3,796 \cdot 10^7$ км².
- 4) $3,796 \cdot 10^8$ км².

Ответ:

16. Из 200 докторов медицинского центра 86 врачей высшей категории. Сколько процентов составляют врачи высшей категории?

Ответ: _____.

17. Сколько ступеней в лестничном марше, если угол наклона лестницы равен 30° , лестничный марш имеет длину 1,92 м, высота ступени равна 8 см (см. рис. 25)?

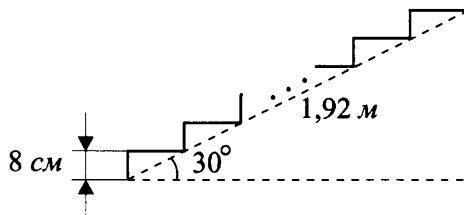


Рис. 25

Ответ: _____.

18. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) масса одной спички	1) $7,35 \cdot 10^3$ г
Б) масса жирафа	2) $7,35 \cdot 10^{25}$ г
В) масса Луны	3) $0,9 \cdot 10^6$ г
Г) масса кота	4) $0,9 \cdot 10^{-1}$ г

Ответ:

А	Б	В	Г

19. Дима выбирает трёхзначное число случайным образом. Вероятность какого события больше: выбранное число делится на 102 или выбранное число делится на 122? В ответе запишите большую вероятность.

Ответ: _____.

20. Из заданных последовательностей выберите геометрическую прогрессию. В ответе запишите знаменатель геометрической прогрессии.

(a_n): $a_1 = 7, a_n : a_{n+1} = 5$

(b_n): 3, 6, 9, 12, ...

(c_n): $1, \frac{3}{8}, \frac{2}{7}, \frac{1}{6}, \dots$

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $2x^4 - x^2 - x = 0$.
22. Первые 70 км автомобиль ехал со скоростью 70 км/ч, следующие 100 км — со скоростью 50 км/ч, а последние 130 км — со скоростью 65 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
23. Постройте график функции $y = |5 - (x + 2)^2| + 1$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. $ABCD$ — прямоугольная трапеция с прямым углом A и меньшим основанием $BC = 2$. Окружность с центром в точке O касается прямой BC в точке C и проходит через точки A и D . $\angle AOD = 90^\circ$. Найдите длину стороны AB , если известно, что она больше радиуса этой окружности.
25. В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина отрезка BC . F — точка пересечения диагонали BD и отрезка AK . Докажите, что $BF : BD = 1 : 3$.
26. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, вершины которого заданы своими координатами $A(2; -2)$; $B(3; -5)$; $C(6; -6)$; $D(5; -3)$.

Вариант № 5

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значения выражений. В ответе запишите номер наименьшего из найденных значений.

1) $4,3 - \frac{4}{5}$

2) $5\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$

3) $\frac{1,5}{0,3 + 2,2}$

Ответ: _____.

2. Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой (см. рис. 26).

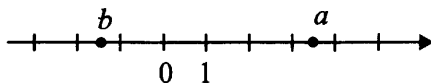


Рис. 26

1) $b - a > 0$

2) $ab > 0$

3) $\frac{1}{a} < 0$

4) $|b| > 0$

Ответ:

3. Среди указанных ниже чисел выберите наибольшее.

1) $\sqrt{23}$

2) $5\sqrt{3}$

3) 9

4) $5\sqrt{3} + \sqrt{27}$

Ответ:

4. Найдите корни уравнения $2x^2 - 7x - 9 = 0$, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 27) и формулами, которые их задают.

1) $y = (x + 1)^2 - 2$

2) $y = 4x - 3$

3) $y = 1 - \frac{1}{x}$

4) $y = x^2 - x + 3$

Ответ:

А	Б	В

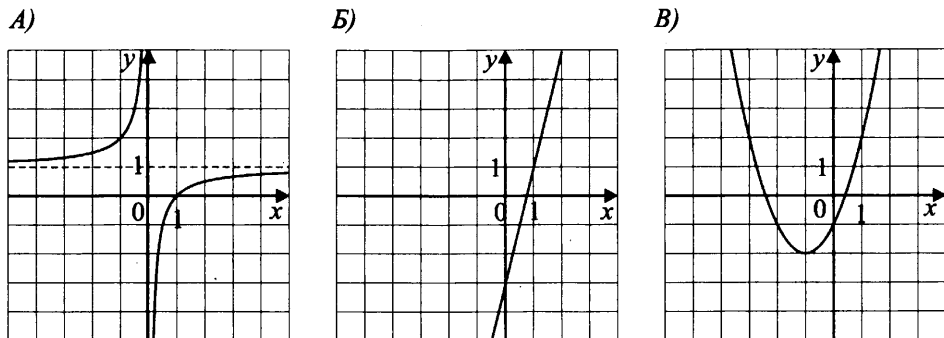


Рис. 27

6. Запишите в ответе номера верных равенств.

- 1) $a^2 - 5a + 6 = (a - 3)(a + 2)$
- 2) $(b + 2)(3 - a) = -(a - 3)(2 + b)$
- 3) $16 - a^2 = (4 - a)(4 + a)$
- 4) $(a + 5)(3 - a) = -2a + 15 - a^2$

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{x}{xy - y^2} : \frac{2}{x^2 - y^2}$ и найдите его значение при $x = 1,1; y = -0,5$. В ответе запишите результат.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $6 + 3(-2x + 3) \leq 3$. На какой координатной прямой (см. рис. 28) изображено множество его решений?

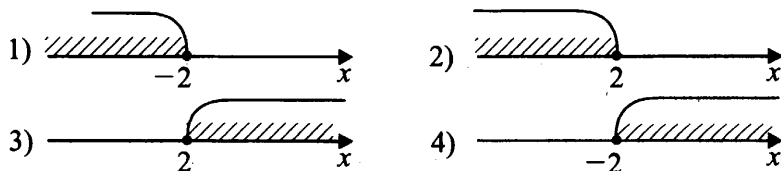


Рис. 28

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC угол $\angle C = 90^\circ$ (см. рис. 29), найдите значение синуса угла A , если косинус угла B равен $\frac{3}{5}$.

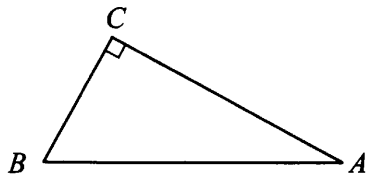


Рис. 29

Ответ: _____.

10. Хорда MN делит окружность на две дуги в отношении 5:7 (см. рис. 30). Найдите градусную величину центрального угла, опирающегося на большую из дуг.

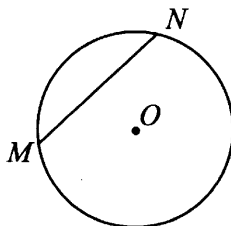


Рис. 30

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание $BC = 10$ (см. рис. 31). Найдите длину большего основания, если высота CH делит сторону AD на отрезки, один из которых равен 5.

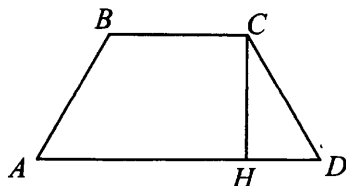


Рис. 31

Ответ: _____.

12. Из точки A к окружности проведены касательная AB и секущая AC (см. рис. 32), угол между секущей AC и радиусом OD равен 35° . Найдите величину угла BAC . Ответ дайте в градусах.

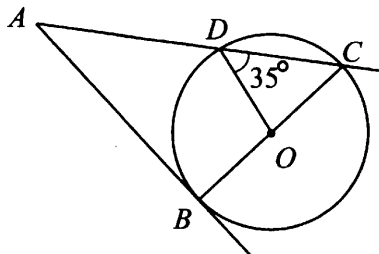


Рис. 32

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений неверны?

- 1) Медианы треугольника пересекаются в одной точке вне треугольника.
- 2) Высота, проведённая из вершины прямого угла к гипотенузе, является средним пропорциональным между катетами прямоугольного треугольника.
- 3) Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Студенческая научно-практическая конференция проходит в городе N , в который студенту надо доехать на автобусе. Начало конференции в 10:00. В таблице приведено расписание утренних автобусов. Путь от автобуса до места конференции занимает 20 минут.

Отправление	Прибытие в город N
7 : 00	9 : 20
7 : 10	9 : 30
7 : 20	9 : 40
7 : 40	9 : 50

Укажите время отправления автобуса, которое подходит студенту, если он хочет прийти на конференцию ровно к 10:00.

- 1) 7 : 00 2) 7 : 10 3) 7 : 20 4) 7 : 40

Ответ:

15. На графике (см. рис. 33) показано, как изменяется температура воздуха в некотором населённом пункте в течение трёх суток. По горизонтали — время суток, по вертикали — значение температуры воздуха в градусах Цельсия.

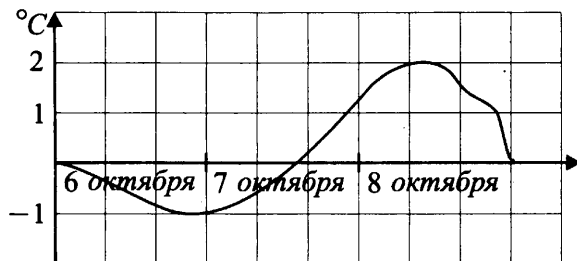


Рис. 33

Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха за эти трое суток. Ответ укажите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

16. Иван Петрович открыл счёт в банке и положил 200 000 рублей под 15% годовых. Определите сумму вклада через год. Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____.

17. Найдите расстояние от пункта A , стоящего на одном берегу реки, до дерева E на другом берегу (см. рис. 34), если $AB = 15$ м, $CD = 12$ м, $AC = 6$ м. Ответ дайте в метрах.

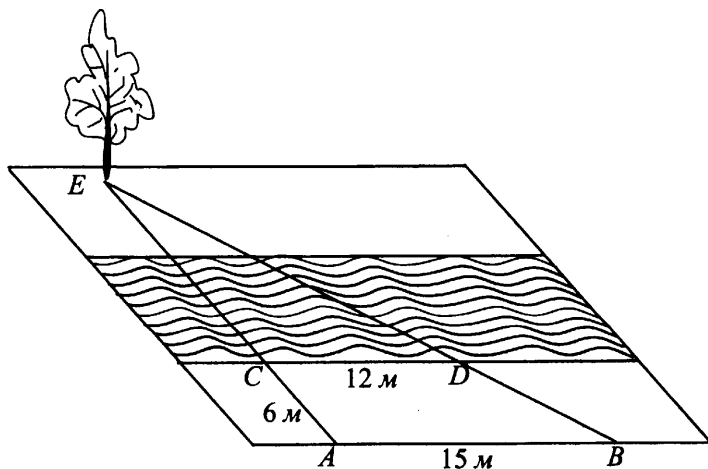


Рис. 34

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 35) представлено распределение изданий в школьной библиотеке. Всего изданий 4000.

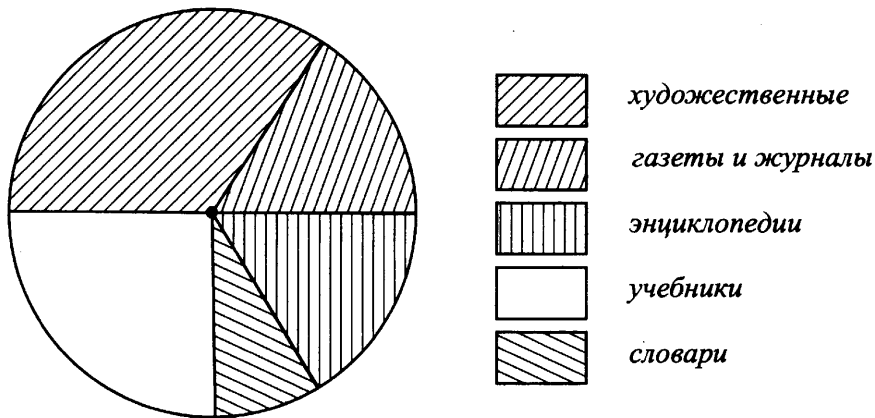


Рис. 35

Какое из следующих утверждений неверно?

- 1) Художественных изданий больше, чем газет и журналов.
- 2) Энциклопедий больше, чем словарей.
- 3) Больше трети всех изданий занимают учебники.
- 4) Четвёртую часть всех изданий занимают энциклопедии и словари.

Ответ:

19. В конференции принимают участие студенты вузов города: классического университета — 3, строительного университета — 5, технического университета — 2. Порядок выступлений определяют жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым будет выступать студент классического университета.

Ответ: _____.

20. В строительной фирме стоимость (в руб.) укладки тротуарной плитки на дорожках городского парка рассчитывается по формуле $s = 15\,120 + 200 \cdot n$, где n — количество квадратных метров плитки. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость укладки на площадь 90 м^2 . Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Упростите выражение $\frac{9 \cdot 3^n}{3^{n+1} + 3^{n-1}}$.

22. Из одной точки круговой трассы, длина которой 12 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй на один круг. Найдите скорость второго автомобиля.

23. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 2x - 35}{x + 5}$. Найдите значения a , при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренной трапеции длины оснований равны 6 см и 4 см, а длина высоты — 4 см. Найдите радиус окружности, описанной около этой трапеции. Известно, что центр окружности лежит внутри трапеции.

25. Дана трапеция $ABCD$. Докажите, что $OF = OE$, если точка O — точка пересечения диагоналей трапеции, а отрезок FE проходит через точку O параллельно основаниям трапеции BC и AD .

26. В равнобедренном треугольнике основание равно 10, а высота, проведённая к основанию, равна отрезку прямой, соединяющей середины основания и боковой стороны. Найдите площадь треугольника.

Вариант № 6

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значения выражений. В ответе запишите номер наибольшего из найденных значений.

1) $5,7 - \frac{3}{4}$

2) $2\frac{1}{3} : \frac{1}{3}$

3) $\frac{6,4}{0,4 + 2,8}$

Ответ:

2. Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой (см. рис. 36).

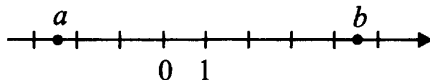


Рис. 36

1) $a - b > 0$

2) $-ab < 0$

3) $\frac{a+b}{b} < 0$

4) $-|a| < 0$

Ответ:

3. Укажите наибольшее из следующих чисел.

1) $\sqrt{19}$

2) $4\sqrt{7}$

3) 15

15) $2\sqrt{3} + \sqrt{18}$

Ответ:

4. Найдите корни уравнения $2x^2 + 15x - 27 = 0$, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 37) и формулами, которые их задают.

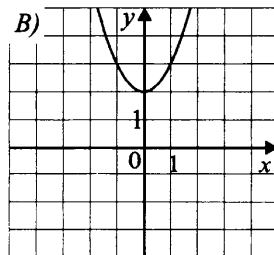
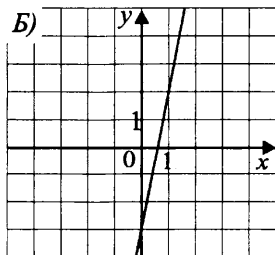
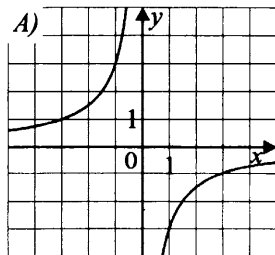


Рис. 37

1) $y = 5x - 3$

2) $y = 2x + 1$

3) $y = -\frac{3}{x}$

4) $y = x^2 + 2$

Ответ:

А	Б	В

6. Запишите в ответе номера верных равенств.

1) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

2) $a^2 + 12ab + 36b^2 = (a + 6b)^2$

3) $(a - 3)(6 + 7a) = 7a^2 - 14a - 18$

4) $a^2 - (a + 3)(a - 3) = 9$

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{x-3}{x^2+3x} : \frac{2}{x+3}$ и найдите его значение при $x = 5$. В ответе запишите результат.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $5 + 7(-x + 2) \leq 12$. На какой из координатных прямых (см. рис. 38) изображено множество его решений?

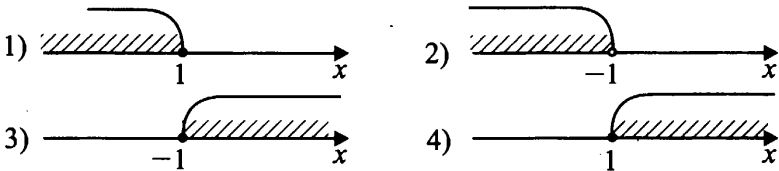


Рис. 38

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC угол $\angle C = 90^\circ$ (см. рис. 39), найдите значение косинуса угла A , если синус угла B равен $\frac{4}{5}$.

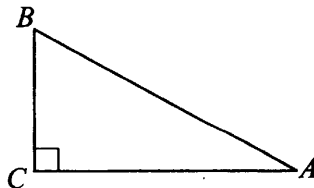


Рис. 39

Ответ: _____.

10. Хорда AB делит дугу окружности с центром O на две части (см. рис. 40), отношение которых равно $6 : 9$. Найдите величину центрального угла AOB (в градусах), если дуга AB имеет меньшую градусную меру.

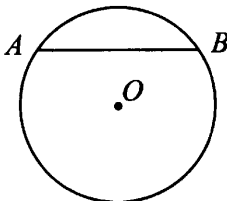


Рис. 40

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена высота CH (см. рис. 41). Точка H делит большее основание AD на отрезки с длинами 12 и 7. Найдите длину меньшего основания.

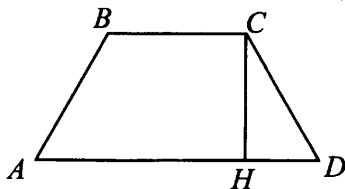


Рис. 41

Ответ: _____.

12. Из точки M к окружности проведены касательная MN и секущая MK (см. рис. 42), угол между этой секущей и радиусом OL равен 38° . Найдите величину угла NMK . Ответ дайте в градусах.

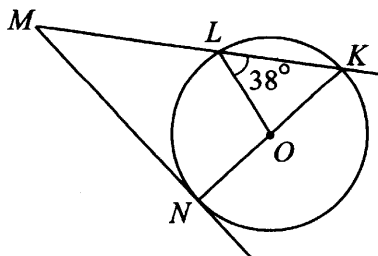


Рис. 42

Ответ: _____.

13. Запишите номера верных утверждений.

1) Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

2) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

3) Гипотенуза прямоугольного треугольника меньше катета.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. От дома до дачи Марина может доехать автобусом, электричкой или маршрутным такси. В таблице указано время, которое затратит Марина на весь путь.

Автобус	от дома до остановки — 15 мин	время в пути — 1 ч 10 мин
Электричка	от дома до станции — 20 мин	время в пути — 40 мин
Марш. такси	от дома до остановки — 30 мин	время в пути — 35 мин

Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

15. На графике (см. рис. 43) показана цена акции некоторой компании в определённые дни с 21.01.14 г по 24.03.14 г в рублях. По горизонтали отмечаются дни, по вертикали — цены в указанные дни в рублях. На сколько рублей цена акции 23.01.14 г отличается от цены акции 20.03.14 г?

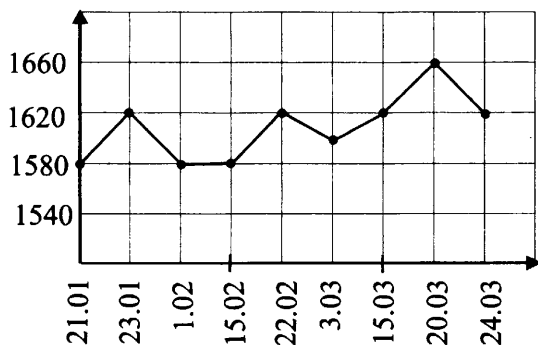


Рис. 43

Ответ: _____.

16. Билет на выставку известного художника стоит 300 рублей, студентам художественно-графического факультета предоставляется скидка 25% от обычной стоимости. Выставку в первый день посетило 10 студентов. Найдите, какую сумму денег внесли в кассу студенты.

Ответ: _____.

17. Найдите расстояние от путника B , стоящего на одном берегу реки, до дерева A на другом берегу, если $BN = 22$ м, $CD = 11$ м, $BC = 5$ м (см. рис. 44). Ответ дайте в метрах.

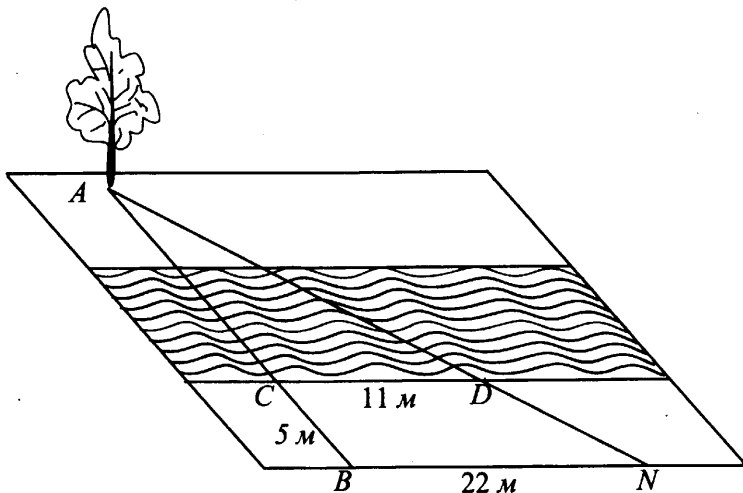


Рис. 44

Ответ: _____.

18. Суммарный фонд заработной платы фирмы составляет 3 000 000 рублей. Его распределение между отделами указано на диаграмме (см. рис. 45).

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Фонд заработной платы отдела Б меньше, чем фонд заработной платы отдела А.
- 2) Суммарный фонд заработной платы отделов В и Г больше, чем фонд заработной платы отдела А.
- 3) Фонд заработной платы отдела А больше фонда заработной платы отдела В.

Ответ:

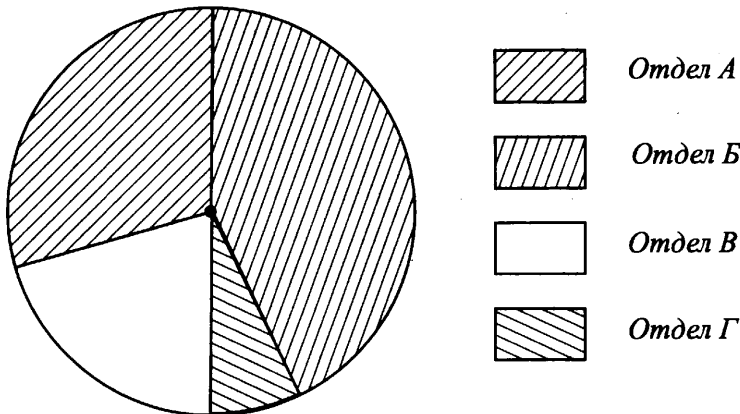


Рис. 45

19. Продавец пересчитал привезённые булочки, и оказалось, что булочек с вишнёвой начинкой 20 шт., с малиновой начинкой — 24 шт., булочек с изюмом — 15 штук, булочек с шоколадной начинкой — 16 штук. Продавец выбрал одну булочку и положил на витрину. Какова вероятность того, что булочка на витрине будет с малиновой начинкой?

Ответ: _____.

20. В строительной фирме стоимость (в руб.) укладки тротуарной плитки на дорожках городского парка рассчитывается по формуле $s = 18\,100 + 120 \cdot n$, где n — количество квадратных метров плитки. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость укладки на площадь 60 м^2 . Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Упростите выражение $\frac{5^{n-1} + 5^{n+2}}{6 \cdot 5^n}$.

22. Из одной точки круговой трассы, длина которой 21 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 85 км/ч, и через 45 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля.

23. Постройте график функции $y = \frac{2x^2 - 4x - 30}{x + 3}$. Найдите значения b , при которых прямая $y = b$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренной трапеции диагональ делит тупой угол пополам, большее основание меньше периметра на 19 м, а средняя линия равна 6 м. Определите длину меньшего основания трапеции.
25. В трапеции $FEKL$ известно, что $FL \parallel EK$. Точка C — точка пересечения диагоналей, точка A — точка пересечения прямых FE и KL . AC пересекает EK в точке B , а FL — в точке D . Докажите, что $FD = DL$ и $EB = BK$.
26. В равнобедренном треугольнике основание равно 18, а высота, проведённая к основанию, равна отрезку прямой, соединяющей середины основания и боковой стороны. Найдите площадь треугольника.

Вариант № 7

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Среди записанных ниже выражений выберите то, значение которого является наименьшим.

1) $5,6 - \frac{1}{5}$

2) $2\frac{3}{4} : \frac{5}{4}$

3) $\frac{2}{0,6 + 1,4}$

Ответ:

2. Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой (см. рис. 46).

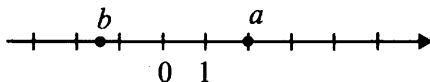


Рис. 46

1) $b - a > 0$

2) $ab > 0$

3) $\frac{1}{a} < 0$

4) $|b| > 0$

Ответ:

3. Среди записанных ниже чисел выберите наименьшее.

1) $\sqrt{47}$

2) $4\sqrt{7}$

3) 16

4) $2\sqrt{3} + 9\sqrt{2}$

Ответ:

4. Найдите корни уравнения $3x^2 + 14x + 15 = 0$, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 47) и формулами, которые их задают.

1) $y = x^2 - x + 3$

2) $y = 4x - 3$

3) $y = x^2 - 2$

4) $y = 1 - \frac{1}{x}$

Ответ:

А	Б	В

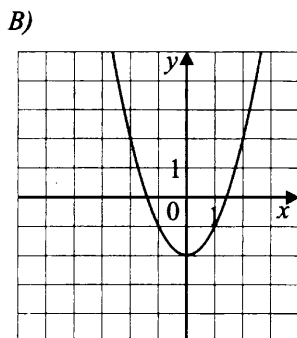
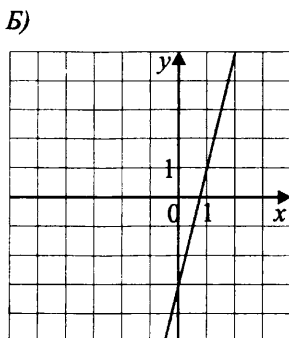
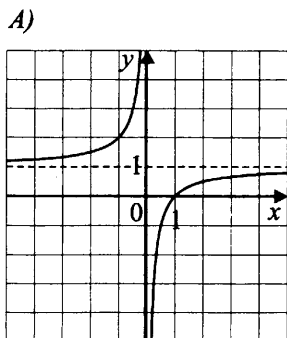


Рис. 47

6. Запишите номера верных равенств.

1) $a^2 - 6a + 3 = (a - 3)(a + 3)$

2) $(b + 1)(43 - a) = -(a - 4)(1 + b)$

3) $36 - a^2 = (6 - a)(a + 6)$

4) $(a + 4)(5 - a) = a + 20 - a^2$

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{b}{ab - b^2} : \frac{72}{a^2 - b^2}$ и найдите его значение при $a = 6,5; b = 0,7$. В ответе запишите результат.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $2(4x - 2) + 7 \leq 3$. На какой координатной прямой (см. рис. 48) изображено множество его решений?

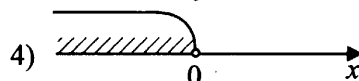
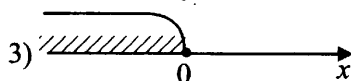
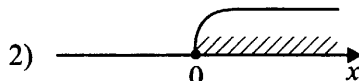
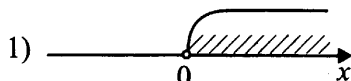


Рис. 48

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC $AB = 15$ (см. рис. 49), а один из катетов равен 9. Найдите тангенс угла CAB — меньшего из острых углов.

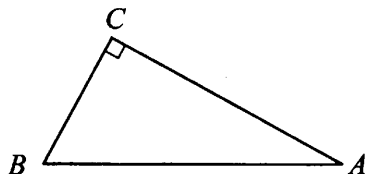


Рис. 49

Ответ: _____.

10. Хорда MN окружности делит дугу окружности на две части в отношении 4 : 5 (см. рис. 50). Найдите величину центрального угла (в градусах), опирающегося на меньшую из дуг MN .

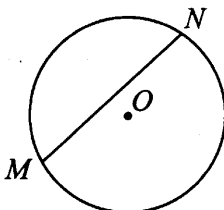


Рис. 50

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ (см. рис. 51) радиус вписанной окружности равен 8 см. Найдите длину боковой стороны, если она образует с основанием угол 30° .

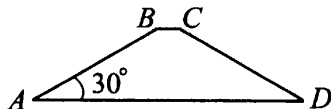


Рис. 51

Ответ: _____.

12. Найдите угол B четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle B = 2\angle D$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений неверны?

1) Медианы треугольника пересекаются и точкой пересечения делятся в отношении 2 : 1, считая от вершины.

2) Высота, проведённая из вершины прямого угла на гипотенузу, делит гипотенузу на две равные части.

3) Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведено расписание движения автобусов от посёлка *N* до города в один из летних дней.

№ рейса	Отправление	Прибытие
1)	7 : 50	10 : 05
2)	8 : 05	9 : 45
3)	8 : 20	10 : 00

Конференция начинается в 10:00. Пассажир желает в 8:15 уже быть в поездке, а прибыть ему надо за 10 минут до начала конференции. Каким рейсом следует воспользоваться пассажиру?

1) № 1

2) № 2

3) № 3

Ответ:

15. На графике (см. рис. 52) показано, как изменяется температура воздуха в некотором населённом пункте в течение трёх суток. По горизонтали — время суток, по вертикали — значение температуры воздуха в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха за эти трое суток. Ответ укажите в градусах Цельсия.

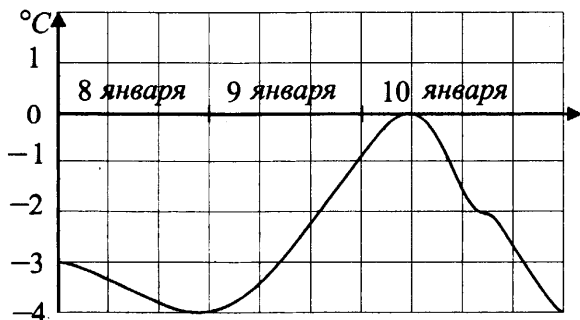


Рис. 52

Ответ: _____.

16. Иван Петрович открыл счёт в банке и положил 500 000 рублей под 12% годовых. Определите сумму вклада через год. Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____.

17. Найдите расстояние от пункта A , стоящего на одном берегу реки, до дерева E на другом берегу (см. рис. 53), если $AB = 16$ м, $CD = 8$ м, $AC = 4$ м. Ответ дайте в метрах.

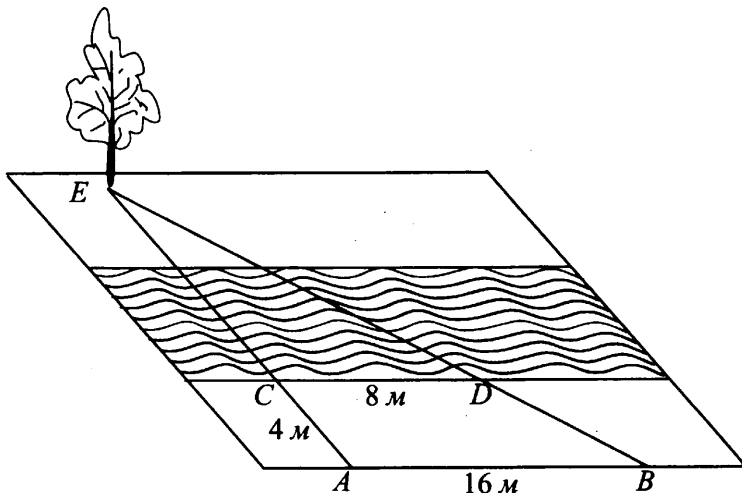


Рис. 53

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 54) представлено распределение изданий в школьной библиотеке. Всего изданий 15 300.

Какое из следующих утверждений неверно?

- 1) Учебников больше, чем газет и журналов.
- 2) Энциклопедий больше, чем словарей.
- 3) Больше трети всех изданий занимают художественные.
- 4) Четвёртую часть всех изданий занимают энциклопедии и словари.

Ответ:

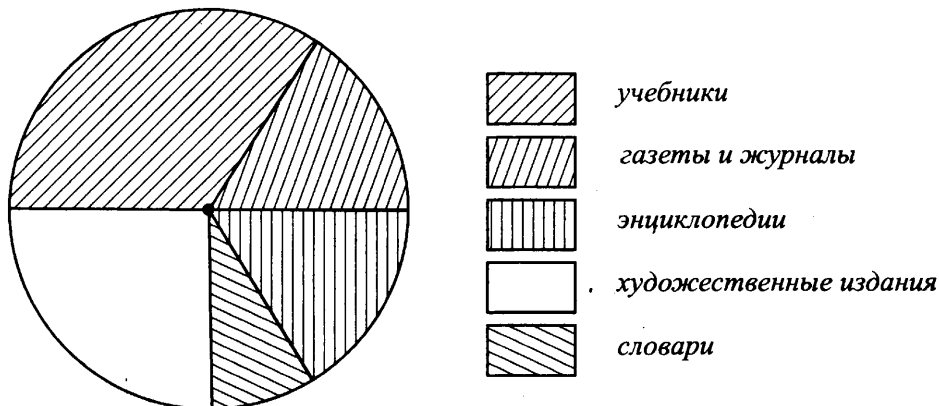


Рис. 54

19. В конференции принимают участие студенты вузов города: университета путей сообщения — 9, строительного университета — 7, технического университета — 8. Порядок выступлений определяют жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым будет выступать студент университета путей сообщения.

Ответ: _____.

20. Время t , затраченное катером на преодоление расстояния 80 км по течению реки и обратно, вычисляется по формуле $t = \frac{80}{v+4} + \frac{80}{v-4}$ (v км/ч — собственная скорость катера). Какое время займёт вся поездка, если $v = 12$ км/ч? Ответ укажите в часах.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{\sqrt{16\sqrt[5]{a}}}{\sqrt[10]{a}}$.

22. Из одной точки круговой трассы, длина которой 15 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого равна 95 км/ч, и через 45 минут после старта он опережал второго на один круг. Найдите скорость второго автомобиля.

23. Постройте график функции $y = \frac{x^2 + 4x - 21}{x - 3}$. Найдите значения a , при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренной трапеции длины оснований равны 14 см и 40 см, а длина высоты — 9 см. Найдите радиус окружности, описанной около этой трапеции. Известно, что центр окружности лежит внутри трапеции.
25. Докажите, что $LA = AM$, если точка A — точка пересечения диагоналей произвольной трапеции, а отрезок LM проходит через точку A параллельно основаниям трапеции NP и KQ .
26. В ромб со стороной 8 и тупым углом $\frac{2\pi}{3}$ вписана в окружность. Определите площадь прямоугольника, вершины которого лежат в точках касания окружности со сторонами ромба.

Вариант № 8

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Среди записанных ниже выражений выберите то, значение которого является наибольшим.

1) $5,01 - \frac{1}{4}$

2) $2\frac{5}{6} : \frac{1}{6}$

3) $\frac{3,2}{1,5 + 1,6}$

Ответ:

2. Выберите верное утверждение относительно чисел a и b , расположенных на числовой прямой (см. рис. 55).

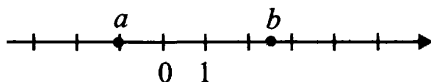


Рис. 55

1) $a - b > 0$

2) $-ab < 0$

3) $\frac{a+b}{b} < 0$

4) $-|a| < 0$

Ответ:

3. Среди чисел, записанных ниже, выберите наибольшее.

1) $\sqrt{82}$

2) $5\sqrt{11}$

3) 12

4) $3\sqrt{2} + \sqrt{11}$

Ответ:

4. Найдите корни уравнения $x^2 + 5x - 14 = 0$, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 56) и формулами, которые их задают.

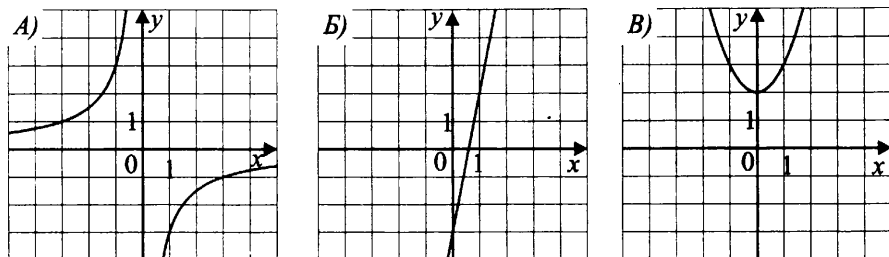


Рис. 56

- 1) $y = 2x + 1$ 2) $y = 5x - 3$ 3) $y = -\frac{3}{x}$ 4) $y = x^2 + 2$

Ответ:

A	Б	В

6. Запишите номера верных равенств.

- 1) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
 2) $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$
 3) $(a + b)(b - 2a) = b^2 - 2a^2$
 4) $(a + 4)(a - 4) - a^2 = -16$

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{x+4}{x^2+4x} : \frac{5}{x+2}$ и найдите его значение при $x = 4$.

В ответе запишите результат.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $14 + 2(-x + 7) \leq 24$. На какой из координатных прямых (см. рис. 57) изображено множество его решений?

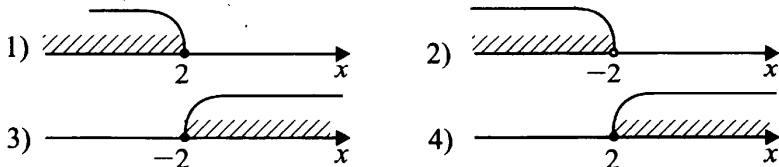


Рис. 57

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза $AB = 17$ (см. рис. 58), $AC = 15$. Найдите тангенс угла B .

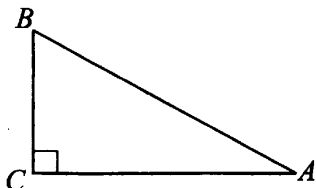


Рис. 58

Ответ: _____.

10. Хорда AB делит окружность с центром O на две дуги (см. рис. 59), отношение которых равно $5 : 7$. Найдите величину центрального угла AOB (в градусах), опирающегося на меньшую из дуг AB .

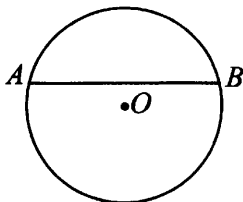


Рис. 59

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ (см. рис. 60) радиус вписанной окружности равен 4 см. Найдите величину боковой стороны, если она образует с основанием угол 30° .

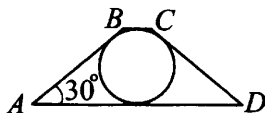


Рис. 60

Ответ: _____.

12. Найдите углы четырёхугольника $ABCD$, если он вписан в некоторую окружность, причём $\angle B = \angle D$, $\angle A : \angle C = 2 : 7$. В ответе укажите величину угла C в градусах.

Ответ: _____.

13. Запишите номера верных утверждений.

- 1) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
- 2) Два треугольника подобны, если один из углов одного треугольника равен одному из углов другого треугольника.
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна катету, делённому на синус угла, противолежащего этому катету.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. От дома до дачи Полина может доехать автобусом, электричкой или маршрутным такси. В таблице указано время, которое затратит Полина на весь путь.

Автобус	от дома до остановки — 10 мин	от остановки до дачи — 5 мин	время в пути — 1 ч 30 мин
Электричка	от дома до станции — 15 мин	от остановки до дачи — 30 мин	время в пути — 50 мин
Марш. такси	от дома до остановки — 20 мин	от остановки до дачи — 20 мин	время в пути — 1 ч 30 мин

Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

15. На графике (см. рис. 61), показана цена акции некоторой компании в определённые дни с 21.01.14 г по 24.03.14 г в рублях. По горизонтали отмечаются дни, по вертикали — цены в указанные дни в рублях. Найдите разность между наибольшей и наименьшей ценой акции за указанный период.

Ответ: _____.

16. Билет на выставку известного художника стоит 400 рублей, студентам художественно-графического факультета предоставляется скидка 15% от обычной стоимости. Выставку в первый день посетило 20 студентов. Найдите, какую сумму денег внесли в кассу студенты.

Ответ: _____.

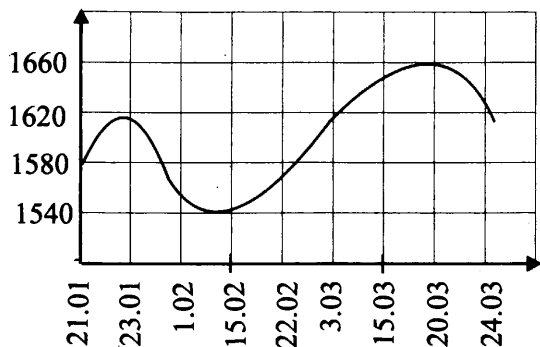


Рис. 61

17. Найдите расстояние от путника B , стоящего на одном берегу реки, до дерева A на другом берегу (см. рис. 62), если $BN = 35$ м, $CD = 14$ м, $BC = 6$ м. Ответ дайте в метрах.

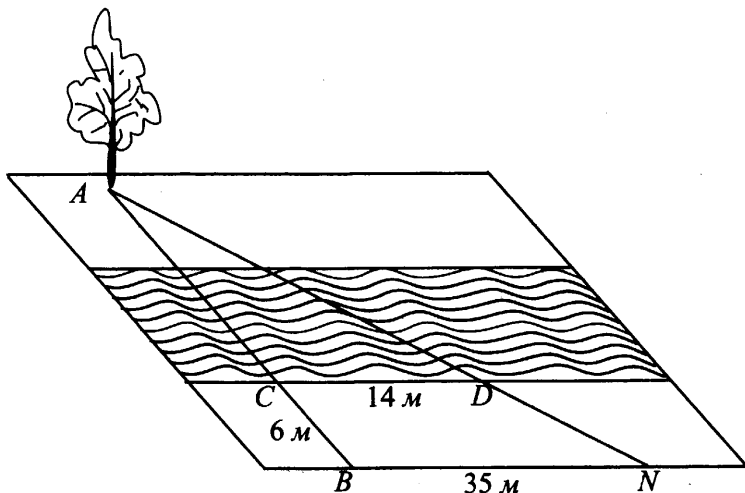


Рис. 62

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 63) представлено распределение изданий в школьной библиотеке. Всего изданий 14 800.

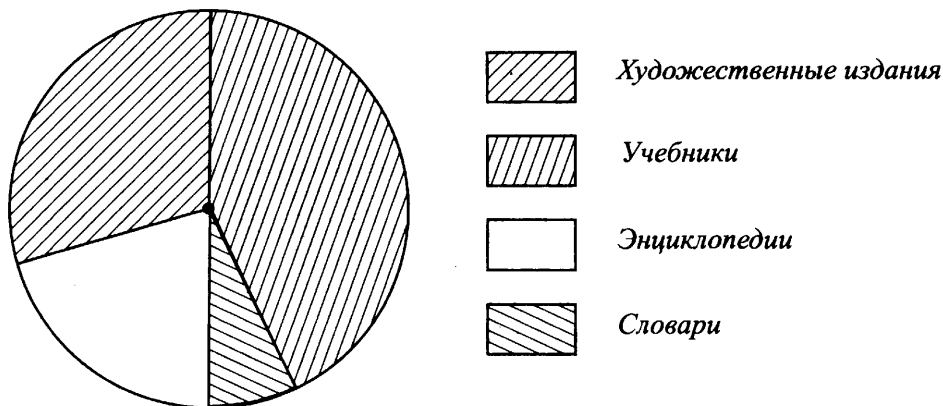


Рис. 63

Какие из следующих утверждений верны? В ответе запишите их номера.

- 1) Словарей больше, чем учебников.
- 2) Энциклопедий меньше, чем художественных изданий.
- 3) Учебников больше, чем словарей и энциклопедий.
- 4) Третью часть всех изданий занимают художественные издания и словари.

Ответ: _____.

19. Продавец пересчитал привезённые булочки, и оказалось, что булочек с вишнёвой начинкой 20 штук, с малиновой начинкой — 24 штук, булочек с изюмом — 15 штук, булочек с шоколадной начинкой — 16 штук, остальные 5 — с маком. Продавец наугад взял одну булочку и положил на витрину. Какова вероятность того, что булочка на витрине будет с малиновой начинкой?

Ответ: _____.

20. Время t , затраченное катером на преодоление расстояния 40 км по течению реки, вычисляется по формуле $t = \frac{40}{v+6} + \frac{40}{v-6}$ (v км/ч — собственная скорость катера). Какое время займёт вся поездка, если $v = 18$ км/ч? Ответ укажите в часах.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{\sqrt{25\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[6]{a}}$.

22. Из одной точки круговой трассы, длина которой 19 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 95 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля.

23. Постройте график функции $y = \frac{2x^2 + 3x - 9}{x + 3}$. Найдите значения b , при которых прямая $y = b$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренной трапеции диагональ делит тупой угол пополам, большее основание меньше периметра на 25 м, а средняя линия равна 8 м. Определите длину меньшего основания трапеции.

25. В произвольной трапеции $AKND$ известно, что $AD \parallel KN$. Точка O — точка пересечения диагоналей, точка L — точка пересечения прямых AK и ND . LO пересекает KN в точке P , а AD — в точке M . Докажите, что $AM = MD$ и $KP = PN$.

26. В ромб со стороной 10 и тупым углом $\frac{5\pi}{6}$ вписана окружность. Определите площадь прямоугольника, вершины которого лежат в точках касания окружности со сторонами ромба.

Вариант № 9

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значения выражения $\frac{1,4}{5 - \frac{5}{6}}$.

Ответ: _____.

2. Укажите, какое неравенство следует из неравенства $a > b$.

1) $\frac{a}{b} < 1$

2) $\frac{a-b}{b} < 0$

3) $\frac{a}{b} > 1$

4) $a - b > -1$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $8\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3}$.

1) 576

2) 24

3) 96

4) $24\sqrt{3}$

Ответ:

4. Решите уравнение $5x + 6 + (x - 3) = (5 + x) - 4$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 64) и формулами, которые их задают.

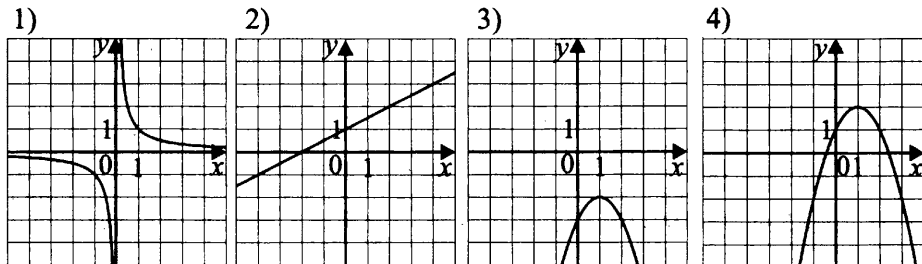


Рис. 64

A) $y = -x^2 + 2x - 3$

Б) $y = \frac{1}{x}$

B) $y = \frac{1}{2}x + 1$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , разность которой равна 1,4, $a_1 = -4$. Найдите шестой член прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(3 + a)^2 - (a - 4)^2$ и найдите его значение при $a = -\frac{3}{2}$. В ответе запишите результат.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5(x + 3) > 7(x + 1), \\ -5 - 1,25x < 0. \end{cases}$

В каком из приведённых случаев (см. рис. 65) изображено множество её решений?

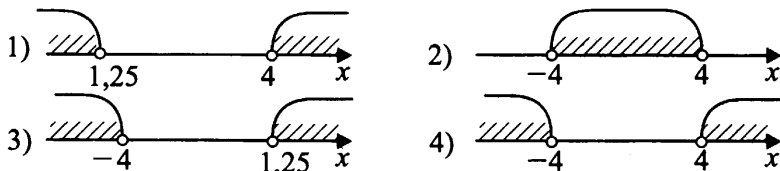


Рис. 65

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренной трапеции сумма углов, прилежащих к большему основанию, равна 98° . Найдите величину тупого угла трапеции. Ответ выразите в градусах.

Ответ: _____.

10. В параллелограмме $ABCD$ сторона AB равна $7\sqrt{2}$, а угол A равен 45° . Найдите высоту BH (см. рис. 66).

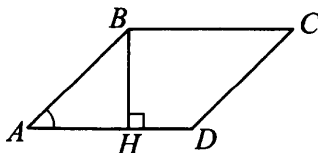


Рис. 66

Ответ: _____.

11. Найдите сумму площадей многоугольников, изображённых на рисунке 67.

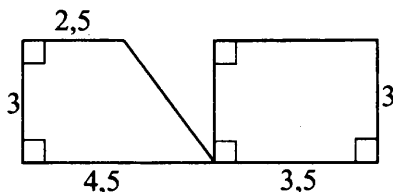


Рис. 67

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла A треугольника ABC , изображённого на рисунке 68.

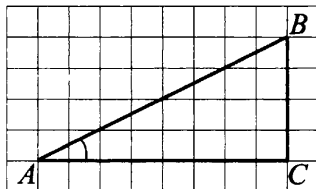


Рис. 68

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Медиана, проведённая из вершины прямого угла, является радиусом описанной около прямоугольного треугольника окружности.
- 2) Существует треугольник со сторонами 7, 3, 2.
- 3) Площадь ромба равна произведению квадрата его стороны на синус угла между смежными сторонами.
- 4) Длина окружности равна произведению числа π на радиус этой окружности.
- 5) Если в трапецию можно вписать окружность, то суммы её противоположных сторон равны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Школьник Петя добрался до дачи на велосипеде, сначала преодолев расстояние в 25 км со скоростью 15 км/ч, а затем 28 км со скоростью 12 км/ч. Найдите время (в часах), которое Петя затратил на дорогу до дачи.

Ответ: _____.

15. На графике изображена зависимость скорости велосипедиста от времени (см. рис. 69). Найдите скорость велосипедиста (в км/ч) через 3 часа после начала движения.

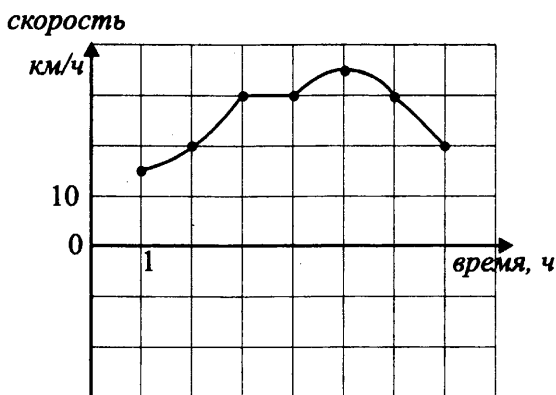


Рис. 69

Ответ: _____.

16. Стоимость проезда в автобусе 20 рублей, школьникам предоставляется скидка 30%. Сколько рублей заплатит мама за поездку 1 взрослого и 3 школьников?

Ответ: _____.

17. Две автомашины, выехав из одного городка, направились: одна — на север, другая — на запад. Скорости их соответственно равны 20 км/ч и 21 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 4 часа?

Ответ: _____.

18. Учитель подвёл итоги контрольной работы по физике в 11 классах и по результатам составил диаграмму (см. рис. 70).

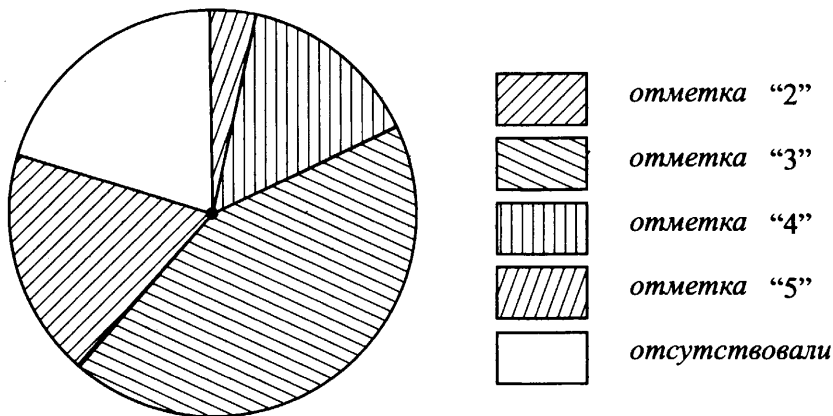


Рис. 70

Какие из утверждений относительно результатов неверны, если всего в школе 76 одиннадцатиклассников?

- 1) Менее четверти учащихся получили отметку «5».
- 2) Более четверти учащихся отсутствовали на контрольной работе.
- 3) Отметку «4» получила примерно восьмая часть учащихся.
- 4) Отметку «3» получили около 20 учащихся.

Ответ: _____.

19. Симметричную монету бросают два раза. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Ответ: _____.

20. Мальчик бросает камешки в колодец и рассчитывает расстояние до воды в колодце по формуле $s = 5t^2$, где s — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. После дождя уровень воды поднялся. Найдите, на сколько метров поднялся уровень воды в колодце, если до дождя время падения было 0,6 с, а после дождя измеряемое время изменилось на 0,2 с.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x(x^2 - 6x + 5) = 12(x - 5)$.

22. Три бригады, выполнив заказ, сделали 2 211 деталей, причём первая бригада изготовила деталей в 5 раз больше, чем вторая, и на 11 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем вторая?

23. Постройте график функции $y = \frac{-2x^2 + 17x - 21}{x^2 - 5x - 14}$. Найдите значения b , при которых прямая $y = b$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике MNP с катетами $MN = 5$ и $NP = 12$ провели отрезок, соединяющий середины сторон MN и MP . На этом отрезке, как на диаметре, построена окружность. Найдите длину отрезка гипотенузы MP , который лежит внутри этой окружности.

25. Докажите, что хорда окружности, перпендикулярная радиусу и проведённая через его середину, равна стороне правильного треугольника, вписанного в эту окружность.

26. В равнобедренной трапеции большее основание меньше периметра на 17, средняя линия равна 5, а диагональ является биссектрисой тупого угла. Найдите основания трапеции.

Вариант № 10

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{1,6}{4 - \frac{2}{3}}$.

Ответ: _____.

2. Укажите неравенство, которое следует из неравенства $m < n$.

1) $m + n > 0$

2) $\frac{n}{m} < 1$

3) $m - n < 0$

4) $\frac{m}{n} > 1$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{10}$.

1) $30\sqrt{3}$

2) $12\sqrt{5}$

3) $15\sqrt{6}$

4) $60\sqrt{15}$

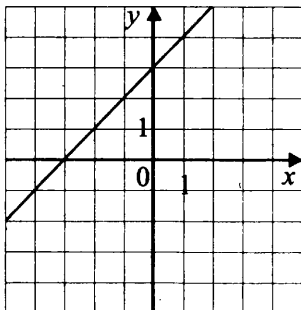
Ответ:

4. Решите уравнение $7(x - 4) = 3x + 2$.

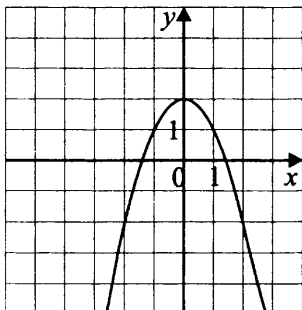
Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 71) и формулами, которые их задают.

А)



Б)



В)

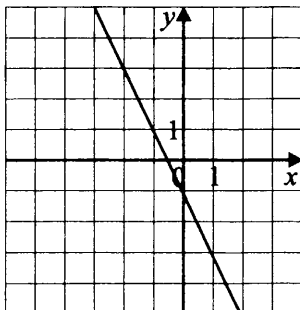


Рис. 71

1) $y = 2 - x^2$

2) $y = x + 3$

3) $y = -x^2 + 3$

4) $y = -2x - 1$

Ответ:

А	Б	В

6. В арифметической прогрессии первый член равен 7, а шестой член прогрессии равен 32. Найдите разность прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $a(a + 5) - (a - 2)^2$ и найдите его значение при $a = 0,5$. В ответе запишите результат.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5 + 2x > 0, \\ 12 - 3x < -21. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 72) изображено множество её решений?

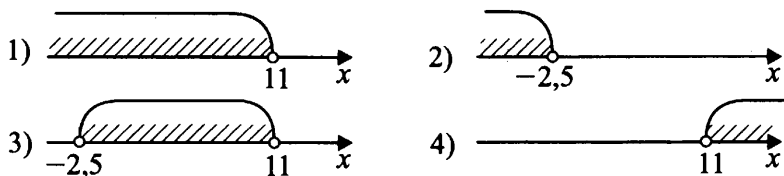


Рис. 72

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренной трапеции сумма двух углов равна 204° . Найдите острый угол трапеции. Ответ выразите в градусах.

Ответ: _____.

10. В параллелограмме $ABCD$ сторона CD равна 12, а угол C равен 30° . Найдите высоту DH (см. рис. 73).

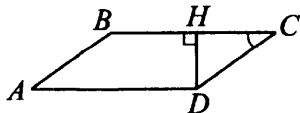


Рис. 73

Ответ: _____.

11. Найдите площадь многоугольника, изображённого на рисунке 74 (все углы на этом рисунке прямые).

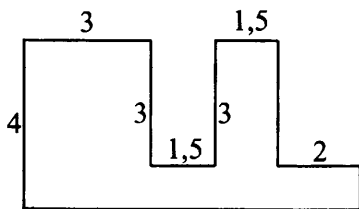


Рис. 74

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла A треугольника ABC , изображённого на рисунке 75.

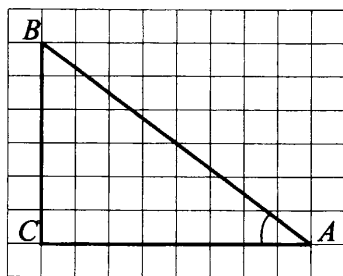


Рис. 75

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В любой треугольник можно вписать окружность.
- 2) Любые два прямоугольных треугольника подобны.
- 3) Центр описанной около треугольника окружности лежит в точке пересечения биссектрис углов треугольника.
- 4) Площадь трапеции равна сумме оснований, умноженной на высоту.
- 5) Любые два равносторонних треугольника подобны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Спортсмен вышел на дистанцию и преодолел первую её часть за 1 час 15 мин, а вторую часть — за 57 мин. Найдите длину дистанции в метрах, если скорость на всём пути равна 200 м/мин.

Ответ: _____.

15. На графике (см. рис. 76) изображена зависимость атмосферного давления (в мм ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в км). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 300 мм ртутного столба?

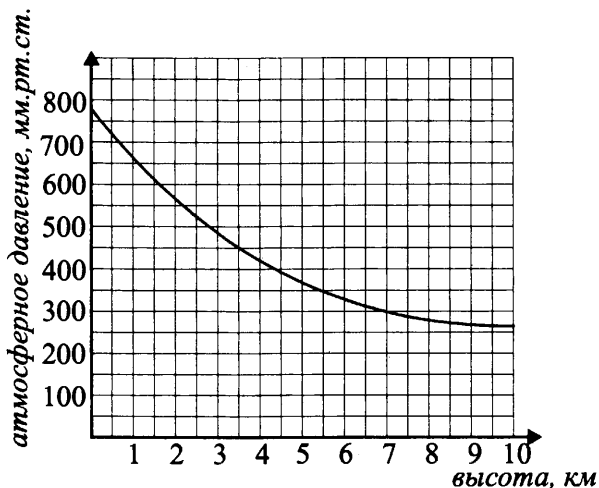


Рис. 76

Ответ: _____.

16. Цена килограмма яблок — 80 рублей, апельсинов — 120 рублей. Магазин объявил акцию: при покупке свыше 5 кг предоставляется скидка 15% от стоимости всей покупки. Сколько рублей заплатила хозяйка за покупку 3 кг яблок и 4 кг апельсинов?

Ответ: _____.

17. Две автомашины вышли из посёлка, следуя одна на восток, другая на юг. Скорости их соответственно равны 10 км/ч и 24 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 1 час?

Ответ: _____.

18. Учитель подвёл итоги контрольной работы по геометрии в 8 классах и по результатам составил диаграмму (см. рис. 77).

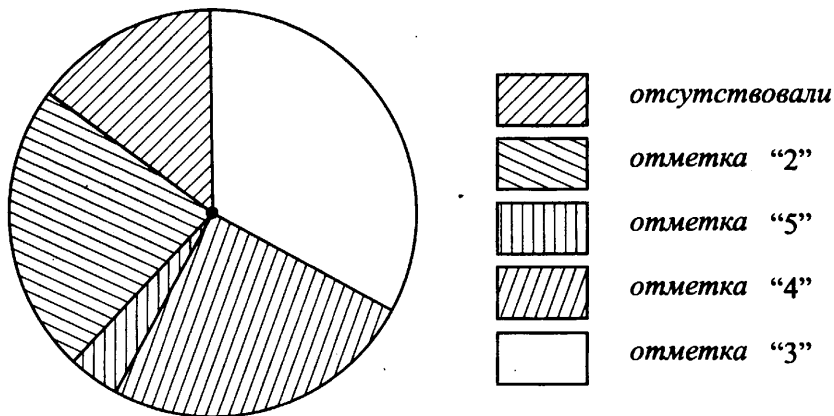


Рис. 77

Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы верны, если всего восьмиклассников 156?

- 1) Более половины учащихся получили отметку «5».
- 2) Около четверти учащихся получили отметку «4».
- 3) Треть учащихся получили отметку «2».
- 4) Отсутствовали на контрольной работе не более четверти учащихся.

Ответ: _____.

19. Симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

Ответ: _____.

20. Мальчик бросает камешки в колодец и рассчитывает расстояние до воды в колодце по формуле $s = 5t^2$, где s — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. После дождя уровень воды поднялся. Найдите, на сколько метров поднялся уровень воды в колодце, если до дождя время падения было 0,3 с, а после дождя измеряемое время изменилось на 0,2 с.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x(x^2 - 8x + 15) = 4(3 - x)$.

22. На экскурсию в город Севастополь поехали учащиеся школы в количестве 101 человека на трёх автобусах. Известно, что в первом автобусе учащихся было в 1,5 раза больше, чем во втором, и на 5 человек меньше, чем в третьем. На сколько учащихся меньше было во втором автобусе, чем в третьем?

23. Постройте график функции $y = \frac{-x^2 - 6x - 5}{x^2 + 8x + 15}$ и определите, при каких значениях параметра a прямая $y = a$ не имеет с графиком функции общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с катетами $AC = 18$ и $CB = 24$ провели отрезок, соединяющий середины сторон AB и BC . На этом отрезке, как на диаметре, построена окружность. Найдите длину отрезка гипотенузы AB , который лежит внутри этой окружности.

25. Две окружности с радиусами 2 и 6 касаются внешним образом и имеют общую внешнюю касательную, которая касается окружностей в точках A и C соответственно. O — центр малой окружности, O_1 — центр большей окружности, O_1C — радиус, проведённый в точку касания. Докажите, что угол CO_1O равен 60° .

26. В трапеции с основаниями 10 и 6 меньшая диагональ перпендикулярна к основаниям. Сумма острых углов равна 90° . Найдите боковые стороны.

Вариант № 11

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{4,6}{4 - \frac{1}{6}}$.

Ответ: _____.

2. Укажите неравенство, которое следует из неравенства $p < q$.

- 1) $\frac{p}{q} < 1$ 2) $p + q > 0$ 3) $q - p > 0$ 4) $p - q > 0$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $4\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} \cdot 5$.

Ответ: _____.

4. Решите уравнение $4x + 7 + (5 - 2x) = (3 + x) - 9$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 78) и формулами, которые их задают.

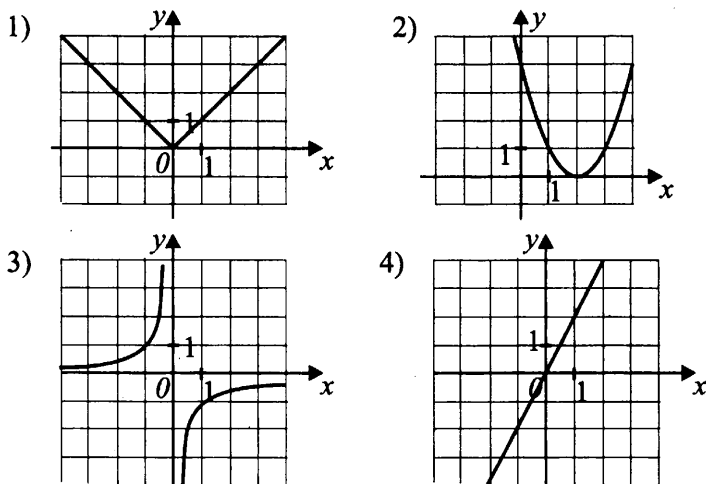


Рис. 78

A) $y = |x|$

Б) $y = -\frac{1}{x}$

В) $y = (x - 2)^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , сумма пяти её первых членов равна 15, разность равна -2 . Найдите первый член прогрессии.

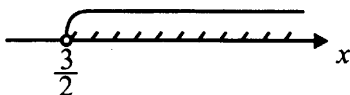
Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(5 - a)^2 - (a - 3)^2$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{4}$. В ответ запишите результат.

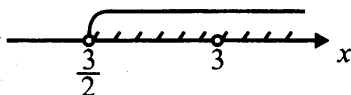
Ответ: _____.

8. На какой из координатных прямых (см. рис. 79) изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} 2x - 3 > 0, \\ 16 - 5x < 1? \end{cases}$

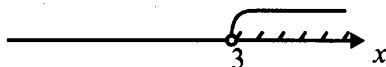
1)



2)



3)



4)

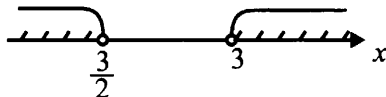


Рис. 79

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренной трапеции сумма углов, прилежащих к меньшему основанию, равна 286° . Найдите величину острого угла трапеции. Ответ выразите в градусах.

Ответ: _____.

10. В параллелограмме $ABCD$ сторона AB равна $5\sqrt{2}$, а угол B равен 135° (см. рис. 80). Найдите высоту BH параллелограмма.

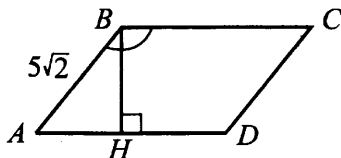


Рис. 80

Ответ: _____.

11. Найдите сумму площадей четырёхугольников, изображённых на рисунке 81.

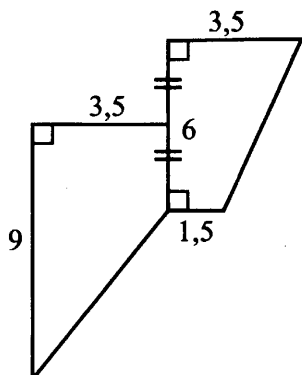


Рис. 81

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла A треугольника ABC , изображённого на рисунке 82.

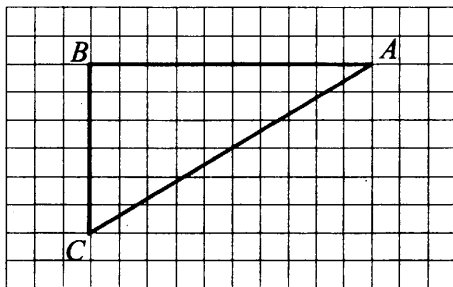


Рис. 82

Ответ: _____.

13. Запишите номера верных утверждений.

- 1) Квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны.
- 2) Радиус окружности, описанной около треугольника, равен отношению стороны к удвоенному синусу противолежащего этой стороне угла.
- 3) Существует треугольник со сторонами 3, 4, 5.
- 4) Площадь параллелограмма равна половине произведения двух сторон.
- 5) Тангенс угла треугольника равен отношению двух сторон.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Школьник Петя пошёл в поход с родителями. По шоссе они прошли 15 км за 3 часа, по лесу 19 км за 4 часа и по полю 21 км за 4 часа. Найдите среднюю скорость движения путешественников. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

15. На графике изображена зависимость скорости велосипедиста от времени (см. рис. 83). Найдите скорость велосипедиста (в км/ч) через 2 часа после начала движения.

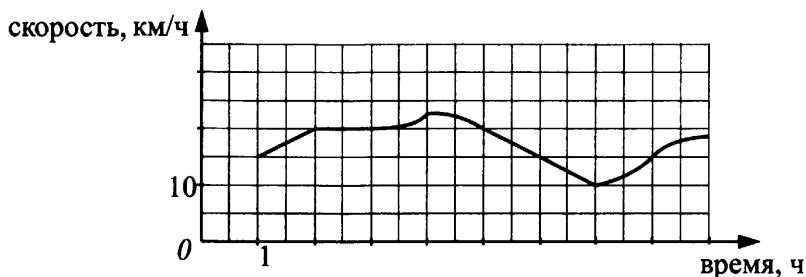


Рис. 83

Ответ: _____.

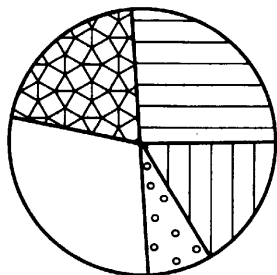
16. Перед началом учебного года универсальный магазин сделал скидку 35%. Сколько рублей стоит покупка майки, юбки и пиджака, если до скидки майка стоила 360 рублей, юбка — 800 рублей, пиджак — 1300 рублей?

Ответ: _____.

17. Коля и Петя вышли из одного дома и направились: один — на север, другой — на восток. Найдите расстояние между ними (в километрах) через 5 часов, если их скорости соответственно равны 6 км/ч и 8 км/ч.

Ответ: _____.

18. На круговой диаграмме (см. рис. 84) представлено распределение учащихся школы по школьным кружкам. Какие из утверждений неверны, если всего в школе 1200 учащихся, и каждый учащийся посещает ровно один кружок?



- шахматный кружок
- хоровый кружок
- кружки технического направления
- кружки гуманитарного направления
- танцевальный кружок

Рис. 84

- 1) Четверть всех учащихся занимаются в кружках технического направления и шахматном.
- 2) В кружках гуманитарного направления и танцевальном около 200 учащихся.
- 3) Более 900 учащихся занимаются в хоровом кружке.
- 4) В танцевальном кружке меньше учащихся, чем в кружках гуманитарного направления.

Ответ: _____.

19. Симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно два раза.

Ответ: _____.

20. Мальчик подкидывает ногой мяч вверх на некоторую высоту h . Высоту полета мяча можно определить по формуле $h = vt - \frac{gt^2}{2}$. Найдите, на какой высоте (в метрах) окажется мяч через $t = 0,7$ с, если $g = 10$ м/с², начальная скорость $v = 7,2$ м/с.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x(x^2 - x - 6) = 15(x - 3)$.

22. Велосипедист проехал некоторое расстояние от одного города до другого за три дня. В первый день он проехал 30% от расстояния, которое он проехал за третий день. Расстояние, которое он проехал в третий день, составило 65% от расстояния, которое он проехал во второй день. Во второй день он проехал на 56 км больше, чем в третий день. Сколько километров проехал велосипедист за три дня?

23. Постройте график функции $y = \frac{4x^2 - 17x + 4}{x^2 - 4x}$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. В ромб со стороной 10 и острым углом 45° вписан прямоугольник, вершины которого являются точками касания окружности, вписанной в ромб. Найдите площадь прямоугольника.

25. В произвольной трапеции $ABCD$ диагонали пересекаются в некоторой точке K , и через неё проведена прямая MN (точки M и N принадлежат боковым сторонам), параллельная основаниям трапеции (см. рис. 85). Докажите, что $KM = KN$.

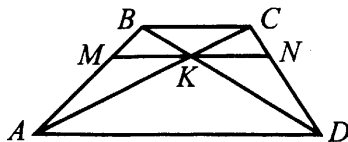


Рис. 85

26. В трапеции $ABCD$ биссектрисы тупых углов при основании BC пересекаются в точке K , принадлежащей другому основанию, $BK = 7,5$, $CK = 6,5$. Найдите основания трапеции, если высота трапеции равна 6.

Вариант № 12

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{3,5}{3 - \frac{2}{3}}$.

Ответ: _____.

2. Укажите неравенство, которое следует из неравенства $m > n$.

1) $\frac{m}{n} < 1$

2) $m - n < 0$

3) $2(m - n) > 0$

4) $\frac{n}{m} > 1$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $3\sqrt{8} \cdot 5 \cdot 4\sqrt{2}$.

Ответ: _____.

4. Решите уравнение $5x + 11 - (6 + 2x) = (3 - x) - 7$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 86) и формулами, которые их задают.

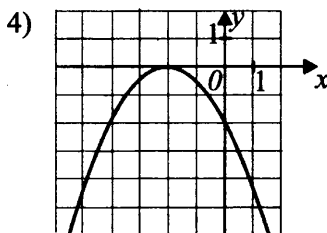
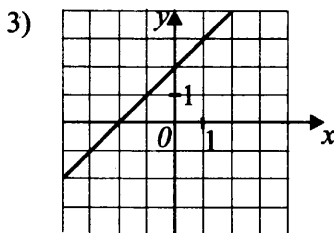
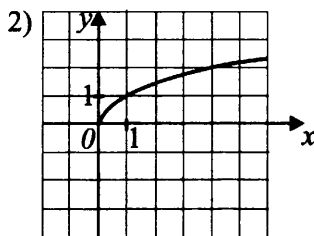
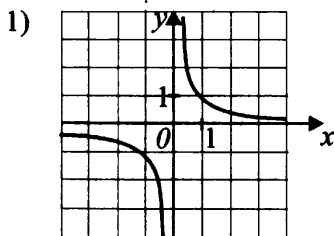


Рис. 86

A) $y = \sqrt{x}, x \geq 0$

Б) $y = x + 2$

В) $y = \frac{1}{x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , сумма четырёх её первых членов равна 20, разность равна -4 . Найдите первый член прогрессии.

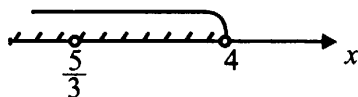
Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(8 + a)^2 - (a - 6)^2$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответ запишите результат.

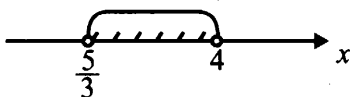
Ответ: _____.

8. На какой из координатных прямых (см. рис. 87) изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} 3x - 5 > 0, \\ 15 - 4x < -1? \end{cases}$

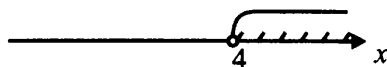
1)



2)



3)



4)

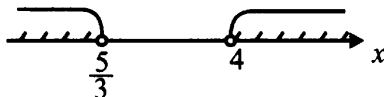


Рис. 87

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренной трапеции сумма углов, прилежащих к одному из оснований, равна 304° . Найдите величину одного из острых углов трапеции. Ответ выразите в градусах.

Ответ: _____.

10. В параллелограмме сторона AB равна 8, а угол A равен 30° (см. рис. 88). Найдите высоту BH параллелограмма.

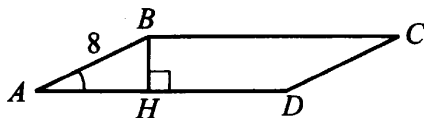


Рис. 88

Ответ: _____.

11. Найдите сумму площадей многоугольников, изображённых на рисунке 89.

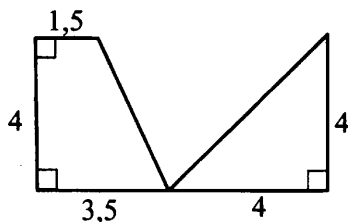


Рис. 89

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла B треугольника OAB , изображённого на рисунке 90.

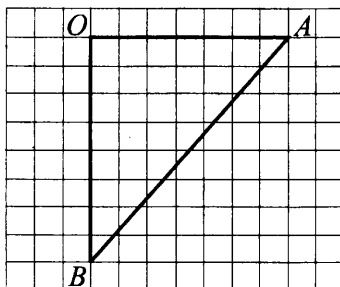


Рис. 90

Ответ: _____.

13. Запишите номера верных утверждений.

- 1) Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.
- 2) Площадь круга равна произведению π на радиус.
- 3) Если в параллелограмме углы при одной стороне равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.
- 4) Медиана — это отрезок, делящий угол треугольника пополам.
- 5) Если трапецию можно вписать в окружность, то эта трапеция — равнобедренная.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Велосипедист проехал первую часть дистанции за 2 часа 20 минут, а вторую часть — за 3 часа 40 минут. Найдите среднюю скорость велосипедиста (в м/мин), если его скорость на первом участке пути была 240 м/мин, а на втором — 204 м/мин.

Ответ: _____.

15. На графике изображена зависимость скорости путешественника от времени (см. рис. 91). Найдите скорость путешественника (в км/ч) через 4 часа после начала движения.

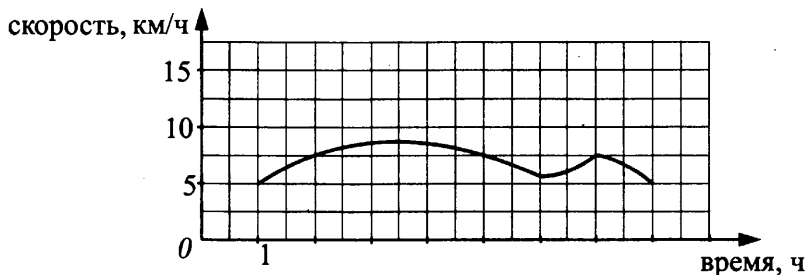


Рис. 91

Ответ: _____.

16. Магазин предоставляет скидку 20% на всю обувь. Мама покупает сыну две пары обуви, каждая из которых без скидки стоила 2500 рублей. Какова будет стоимость (в рублях) покупки с учётом скидки?

Ответ: _____.

17. Двое велосипедистов выехали из одного города в разных направлениях: один — на юг, другой — на восток. Скорости их соответственно были равны 9 км/ч и 12 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через три часа?

Ответ: _____.

18. Сборная команда области была составлена из спортсменов по лёгкой атлетике, по спортивной гимнастике, по волейболу, по тяжёлой атлетике, по баскетболу. Всего в сборной 100 человек. Известно число человек, представляющих каждый вид спорта, по этим данным построена диаграмма (см. рис. 92). Какие из утверждений неверны?

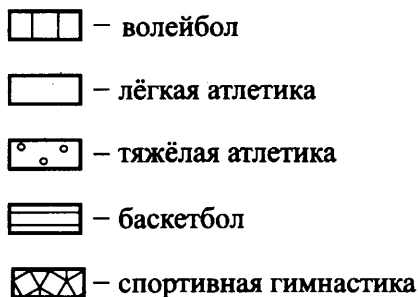
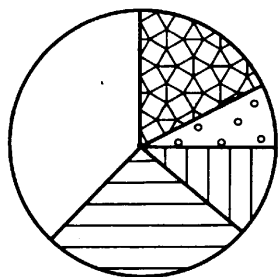


Рис. 92

- 1) Четверть всех спортсменов составляют гимнасты и тяжелоатлеты.
- 2) В командах по волейболу и баскетболу более 60 человек.
- 3) Легкоатлеты составляют самую малую часть сборной.
- 4) Тяжелоатлетов больше, чем гимнастов.

Ответ: _____.

19. Симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Ответ: _____.

20. Мальчик подкидывает ногой мяч вверх на некоторую высоту h . Высоту полета мяча можно определить по формуле $h = vt - \frac{gt^2}{2}$. Найдите, на какой высоте (в метрах) окажется мяч через $t = 0,6$ с, если $g = 10$ м/с², начальная скорость $v = 8$ м/с.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x(x^2 + 2x - 8) = 8(x + 4)$.

22. Бригада токарей приняла заказ за три дня изготовить некоторое количество деталей. В первый день они сделали 25% от числа деталей, изготовленных в третий день. Число деталей, изготовленных в третий день, составляет 40% деталей, сделанных во второй день. Во второй день токари изготовили на 480 деталей больше, чем в третий день. Какое количество деталей изготовили токари за три дня?

23. Постройте график функции $y = \frac{5x^2 + 14x - 3}{x^2 + 3x}$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. Дан ромб со стороной 6 и острым углом 60° . Найдите площадь прямоугольника, вершины которого являются точками касания вписанной окружности со сторонами ромба.

25. $ABCD$ — произвольный четырёхугольник, а точки E, F, K, N — середины его сторон, последовательно соединённые. Докажите, что полученный четырёхугольник $EFKN$ — параллелограмм.

26. В трапеции $ABCD$ биссектрисы тупых углов при основании AD пересекаются в точке E , принадлежащей другому основанию, $AE = 3$, $DE = 2,6$. Найдите основания трапеции, если высота трапеции равна 2,4.

Ответ: _____.

Вариант № 13

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(0,51)^2 + 0,0399 - 5$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 93) отмечены точки, соответствующие числам a и b .

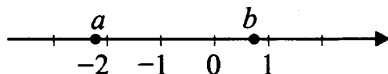


Рис. 93

Какое из следующих чисел является наибольшим?

1) $-a$

2) b

3) $b + a$

4) $2b$

Ответ:

3. Укажите наименьшее из чисел:

1) $\sqrt{10,24}$

2) $(\sqrt{5} - 1) \cdot (\sqrt{5} + 1)$

3) $8 - \frac{14}{3}$

4) $(\sqrt{2})^2 + \sqrt{3}$

Ответ:

4. Найдите наименьший корень уравнения $x^2 + 5x - 24 = 0$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между функциями и графиками (см. рис. 94).

А) $y = 3x - 3$

Б) $y = 3x + 3$

В) $y = -3x - 3$

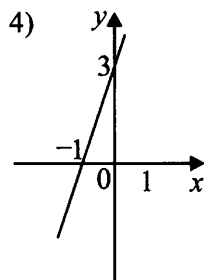
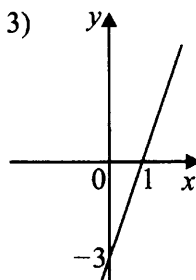
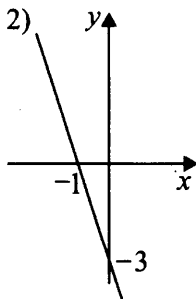
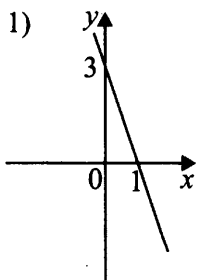


Рис. 94

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: $-32, -30, -28, \dots$. Найдите восьмой член этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(1 - 2c)^2 - 4c(c + 1)$ и найдите его значение при

$$c = -\frac{1}{4}.$$

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 4x + 4 \leq 0, \\ -5x - 10 \leq 0. \end{cases}$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

9. Внешний угол BCE треугольника ABC равен 67° , угол BAC равен 45° . Найдите величину угла ABC (см. рис. 95). Ответ укажите в градусах.

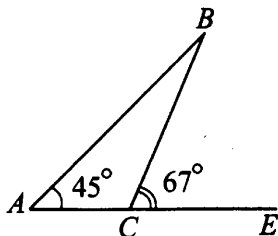


Рис. 95

Ответ: _____.

10. Около равнобедренного треугольника ABC с углом при основании 30° и боковой стороной 10 описана окружность (см. рис. 96). Найдите радиус этой окружности.

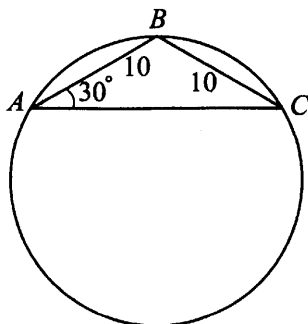


Рис. 96

Ответ: _____.

11. В прямоугольной трапеции основания равны 4 и 2. Острый угол при основании равен 45° (см. рис. 97). Найдите площадь трапеции.

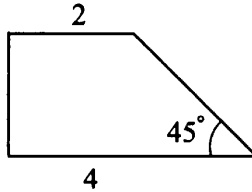


Рис. 97

Ответ: _____.

12. На клетчатой бумаге со стороной клетки 1 изображена заштрихованная фигура (см. рис. 98). Найдите её площадь.

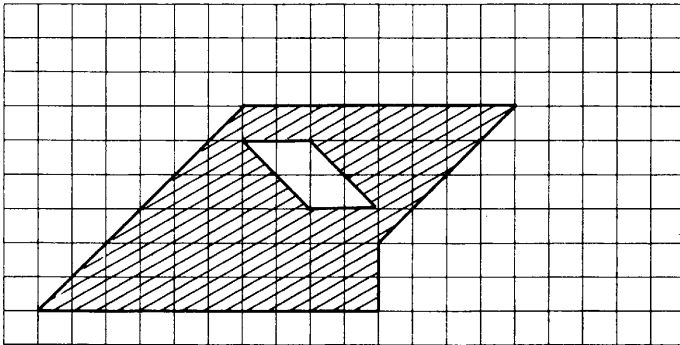


Рис. 98

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- 2) Всякая хорда окружности меньше диаметра.
- 3) Длина окружности более, чем в три раза, превышает диаметр этой окружности.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Пенсионер собирается приобрести продукты в одном из указанных магазинов: «Нептун», «Бизон» и «Коровка». Цена товаров и условия продажи указаны ниже.

Магазины	Цена 1 кг мяса	Цена 1 л молока	Цена 1 кг рыбы
«Нептун»	360	80	150
«Бизон»	350	90	140
«Коровка»	355	75	145

В профильных магазинах предлагается скидка. В «Бизоне» — на мясо 3%, в «Нептуне» — на рыбу 10%, в «Коровке» — на молоко 5%.

Укажите магазин, где дешевле всего обойдётся набор продуктов из 4 кг мяса, 6 л молока и 2 кг рыбы.

1) «Нептун»

2) «Бизон»

3) «Коровка»

Ответ:

15. На рисунке 99 представлен график изменения температуры воздуха с 0 до 12 часов дня.

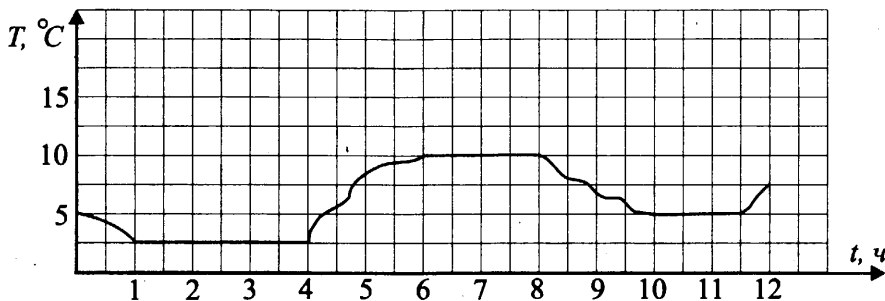


Рис. 99

Укажите длину промежутка (в часах), на протяжении которого температура воздуха была максимальной за рассмотренный период.

Ответ: _____.

16. Стоимость ветровки составляет 1000 руб. На распродаже покупатель приобрёл её за 40% от стоимости. Сколько рублей сэкономил покупатель?

Ответ: _____.

17. Согласно техническим условиям, нижний край лестницы, приставленной к стене, должен быть на расстоянии 1,25 м от стены (см. рис. 100). Угол между лестницей и стеной 30° . Какова должна быть длина (в см) приставленной лестницы?

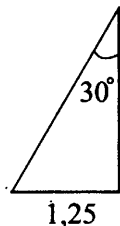


Рис. 100

Ответ: _____.

18. Показатели достижений российских спортсменов на международных соревнованиях по четырём видам спорта относятся как $2 : 3 : 2 : 5$. Выберите одну из четырёх предложенных диаграмм (см. рис. 101), которая точно отражает указанное соотношение показателей.

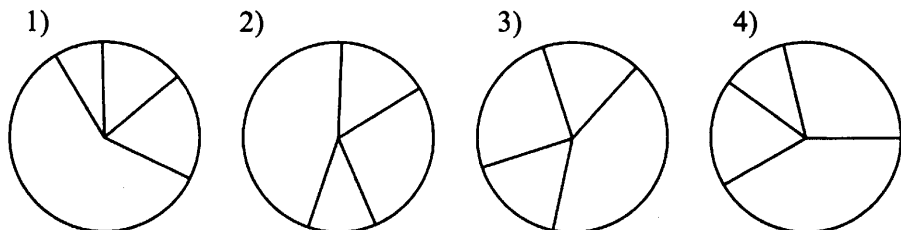


Рис. 101

Ответ:

19. Туристы могут совершить переход через гору по одному из 10 маршрутов. Но только в четырёх случаях переход потребует специального снаряжения. Какова вероятность того, что при случайном выборе маршрута перехода через гору специальное снаряжение не потребуется?

Ответ: _____.

20. Максимальная высота h , на которую поднимается тело, брошенное с начальной скоростью v_0 и направлением скорости α , рассчитывается по формуле $h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$, где g — ускорение свободного падения.

Найдите v_0 (в м/с), если $h = 0,45$ м, $\sin \alpha = 0,2$, $g = 10$ м/с².

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x^2 - 6x - 7 \leq 0; \\ \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2 \\ -3x + 3 > 0. \end{cases}$$

22. В сухом белье содержится 4% воды. После стирки в стиральной машине бельё содержит 20% воды. Сколько будет весить бельё после стирки 5 кг сухого белья?

23. Постройте эскиз графика функции

$$y = \begin{cases} |x^2 + 1|, \text{ при } x \leq \frac{3}{4}, \\ -x^2 + 3x - 0,125, \text{ при } x > \frac{3}{4}. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ пересекает график ровно в двух точках?

Модуль «Геометрия»

24. Треугольник со сторонами $AB = 15$ и $AC = 17$ вписан в окружность. Найдите радиус этой окружности, если косинус угла между этими сторонами равен $\frac{45}{51}$.

25. Четырёхугольник $ABCD$ с диагональю AC вписан в окружность, $AB^2 + BC^2 = AC^2$. Докажите, что $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AB \cdot BC + AD \cdot DC)$.

26. Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности радиуса R . Его диагональ BD проходит через центр окружности O . Найдите MN , если M и N соответственно являются точками касания сторон BC и DC с указанной окружностью, $OB = 2R$, а $OD = \frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Вариант № 14

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(0,43)^2 + 0,0151 - 3$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 102) отмечены точки, соответствующие числам a и b .

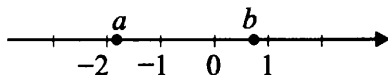


Рис. 102

Какое из следующих чисел является наибольшим?

- 1) $-a$ 2) $b - a$ 3) $b + a$ 4) b

Ответ:

3. Укажите наименьшее из чисел:

- 1) $\sqrt{5} - 0,6$ 2) $(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1)$ 3) $6 - \frac{10}{3}$ 4) $\frac{21}{11}$

Ответ:

4. Найдите наибольший корень уравнения $x^2 + 3x - 40 = 0$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между функциями и графиками (см. рис. 103).

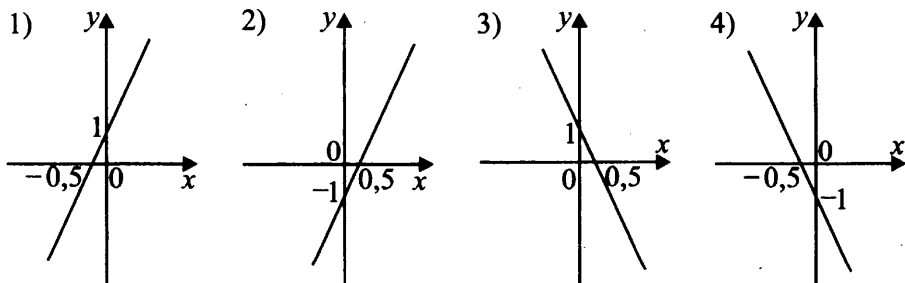


Рис. 103

А) $y = -2x + 1$

Б) $y = -2x - 1$

В) $y = 2x + 1$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: $-1, -3, -5, \dots$. Найдите десятый член этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(2 + 3c)^2 - 9c(c + 1)$ и найдите его значение при

$$c = -\frac{4}{3}.$$

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 \leq 0; \\ 2x - 6 \leq 0. \end{cases}$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

9. Внешний угол BCE треугольника ABC равен 67° , угол ABC равен 32° . Найдите градусную меру угла BAC (см. рис. 104).

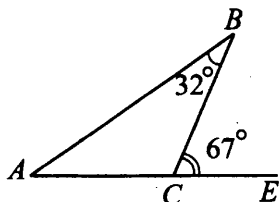


Рис. 104

Ответ: _____.

10. Около равнобедренного треугольника ABC с боковой стороной, равной 15, описана окружность, радиус которой 15 (см. рис. 105). Найдите угол (в градусах) при основании этого треугольника.

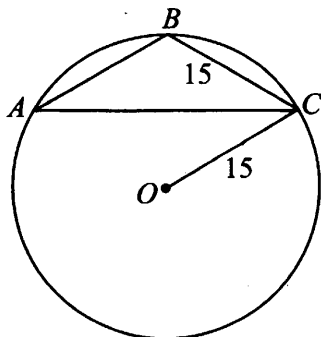


Рис. 105

Ответ: _____.

11. В прямоугольной трапеции основания равны 8 и 4 (см. рис. 106). Площадь трапеции равна 24. Найдите острый угол (в градусах) при большем основании трапеции.

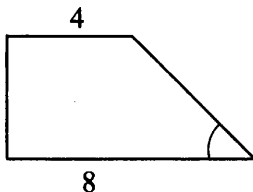


Рис. 106

Ответ: _____.

12. На клетчатой бумаге со стороной клетки 1 изображена заштрихованная фигура (см. рис. 107). Найдите её площадь.

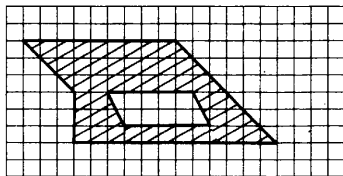


Рис. 107

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений не верны?

- 1) Сумма двух углов прямоугольного треугольника не меньше 90 градусов.
- 2) Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусов.
- 3) Площадь трапеции равна произведению суммы оснований и её высоты.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Все бытовые товары (2 пачки стирального порошка, 2 упаковки средств гигиены и 3 баллончика ароматизатора) пенсионер приобретает в одном из указанных магазинов: «Чистюля», «Чайка» и «Фиалка».

Цены и условия продажи указаны ниже.

Магазины	Цена 1 пачки порошка	Цена 1 упаковки чистящего средства	Цена 1 баллончика ароматизатора
«Чистюля»	70	90	75
«Чайка»	75	85	70
«Фиалка»	80	85	75

В профильных магазинах предоставляется скидка. В «Чистюле» — на средства гигиены 3%, в «Чайке» — на стиральный порошок 5%, в «Фиалке» — на ароматизаторы 5%.

Укажите магазин, где стоимость указанного набора товаров будет минимальной.

1) «Чистюля»

2) «Чайка»

3) «Фиалка»

Ответ:

15. На рисунке 108 представлен график температуры воздуха с 0 до 12 часов дня.

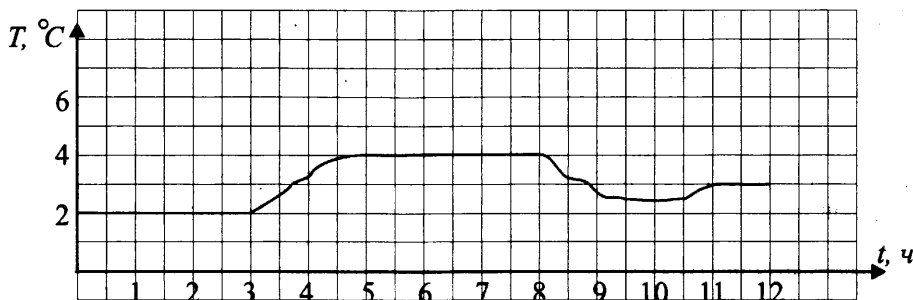


Рис. 108

Укажите длину промежутка (в часах), на протяжении которого температура воздуха была минимальной за рассматриваемый период.

Ответ: _____.

16. Стоимость тапочек для бассейна летом составляет 800 руб., а зимой 1000 руб. На сколько процентов стоимость тапочек для бассейна зимой выше, чем стоимость летом?

Ответ: _____.

17. Согласно техническим условиям, верхний край лестницы, приставляемой к стене, совпадает с верхним краем стены, высота которой 2,25 м. Угол между лестницей и стеной 60° (см. рис. 109). Какова должна быть длина (в см) приставляемой лестницы?

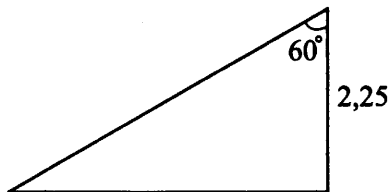


Рис. 109

Ответ: _____.

18. В средствах массовой информации было отмечено, что в течение месяца цена на один из видов продовольственных товаров была 36 руб., 18 руб., 54 руб., 108 руб. Укажите диаграмму (см. рис. 110), которая точно отражает уровень цены на этот вид продовольственных товаров.

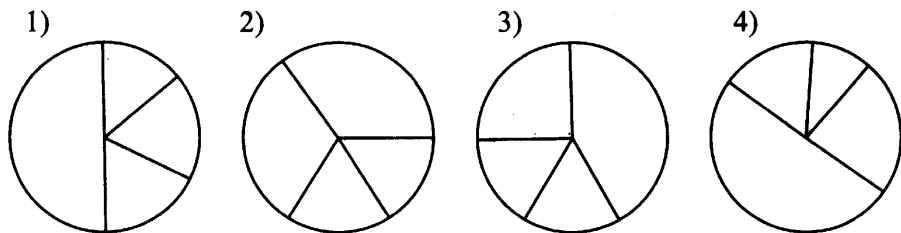


Рис. 110

Ответ:

19. Туристы могут совершить переход через гору по одному из 20 маршрутов. Но только в шести случаях переход потребует специального снаряжения. Какова вероятность того, что при случайном выборе маршрута перехода через гору специальное снаряжение не потребуется?

Ответ: _____.

20. Дальность полёта тела, брошенного с начальной скоростью v_0 и направлением скорости α , рассчитывается по формуле $s = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$, где g — ускорение свободного падения.

Найдите $\sin 2\alpha$, если $s = 25$ м, $v_0 = 20$ м/с, $g = 10$ м/с².

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{x^2 - 7x - 8}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)^2} \leq 0; \\ -3x + 6 > 0. \end{cases}$

22. В сухом белье содержится 8% воды. После стирки в стиральной машине белье содержит 20% воды. Сколько кг сухого белья было загружено, если после стирки получилось 4,6 кг?

23. Постройте эскиз графика функции $y = \begin{cases} |x^2 - 1|, & \text{при } x \leq -1; \\ -x^2 + 3x + 4, & \text{при } x > -1. \end{cases}$

При каких значениях m прямая $y = m$ пересекает график ровно в двух точках?

Модуль «Геометрия»

24. Треугольник ABC вписан в окружность, $AB = 12$, $AC = 6$, $S_{ABC} = 18$, угол A является острым. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

25. Четырёхугольник $ABCD$ с диагональю AC вписан в окружность, $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AB \cdot BC + AD \cdot DC)$. Докажите, что $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

26. Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности радиуса R . Его диагональ BD проходит через центр окружности O . Найдите MN , если M и N соответственно являются точками касания сторон BC и DC с указанной окружностью, угол $ABC = 60^\circ$ и угол $ADC = 120^\circ$.

Вариант № 15

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\left(\frac{13}{8} - \frac{15}{12}\right) - 0,475\right)^2$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 111) отмечены точки, соответствующие числам a и b . Какое из чисел является наименьшим?

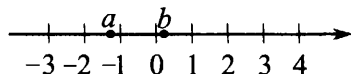


Рис. 111

- 1) $-a$ 2) $-b$ 3) $a - b$ 4) -3

Ответ:

3. Укажите наибольшее из следующих чисел.

- 1) $\sqrt{8} - 3$ 2) $3 - \sqrt{8,99}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{3}{8}$

Ответ:

4. Найдите наименьший корень уравнения $x^2 + 4x + 3 = 0$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между функциями и графиками (см. рис. 112).

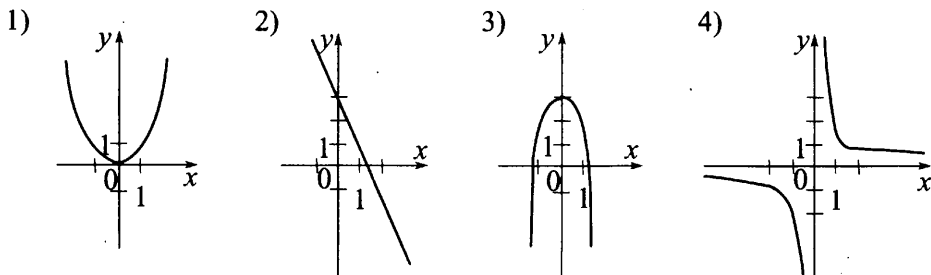


Рис. 112

А) $y = -2x + 3$

Б) $y = -2x^2 + 3$

В) $y = \frac{2}{x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ задана условиями: $b_1 = 4$, $b_{n+1} = b_n \cdot (-2)$. Найдите сумму первых десяти членов.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2$ и найдите его значение, если $ab = 0,125$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 4x + 4 \leq 0, \\ -3x + 6 \geq 0. \end{cases}$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

9. На рисунке 113 $\angle BAD = \angle ACD = 30^\circ$, $\angle ABE = \angle ADC$. Найдите величину $\angle BEF$ в градусах.

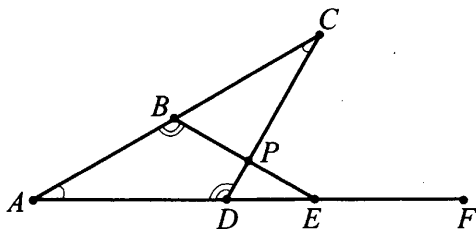


Рис. 113

Ответ: _____.

10. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 14,5 (см. рис. 114). Один из катетов равен 21. Найдите другой катет.

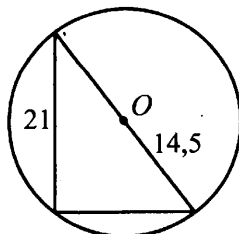


Рис. 114

Ответ: _____.

11. Острый угол прямоугольного треугольника равен 45° . Через середину катета проведена средняя линия, отсекающая от треугольника трапецию (см. рис. 115), площадь которой равна 6. Найдите высоту этой трапеции.

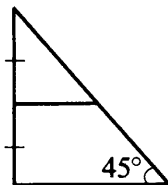


Рис. 115

Ответ: _____.

12. На клетчатой бумаге со стороной клетки 1 изображена заштрихованная фигура (см. рис. 116). Найдите её площадь.

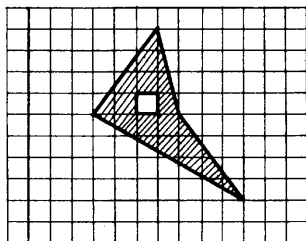


Рис. 116

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений неверны?

- 1) Сумма внутренних углов выпуклого пятиугольника равна 450° .
- 2) Внешний угол треугольника равен сумме двух не смежных с ним внутренних углов этого треугольника.
- 3) Площадь треугольника равна произведению длин его сторон.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Для строительства объекта надо закупить 50 мешков цемента, 6 тысяч кирпичей и 5 м^3 щебня. Эти материалы можно приобрести на складах «Цемент», «Кирпич», «Щебень». Цены на материалы и условия закупки приведены ниже.

Склад	Цена 1 мешка цемента (руб.)	Цена 1 тысячи кирпича (руб.)	Цена 1 м ³ щебня (руб.)
«Цемент»	260	15 000	1500
«Кирпич»	270	15 600	1450
«Щебень»	270	14 750	1500

На товар, одноимённый с названием склада, предоставляется скидка 5%. Укажите номер склада, где цена закупки всех перечисленных материалов наименьшая.

1) «Цемент»

2) «Кирпич»

3) «Щебень»

Ответ:

15. На рисунке 117 указан график пути S (в км), пройденного автомобилем в течение рабочего дня с 8:00 до 17:00. Найдите по графику общее время стоянки автомобиля. Ответ дайте в часах.

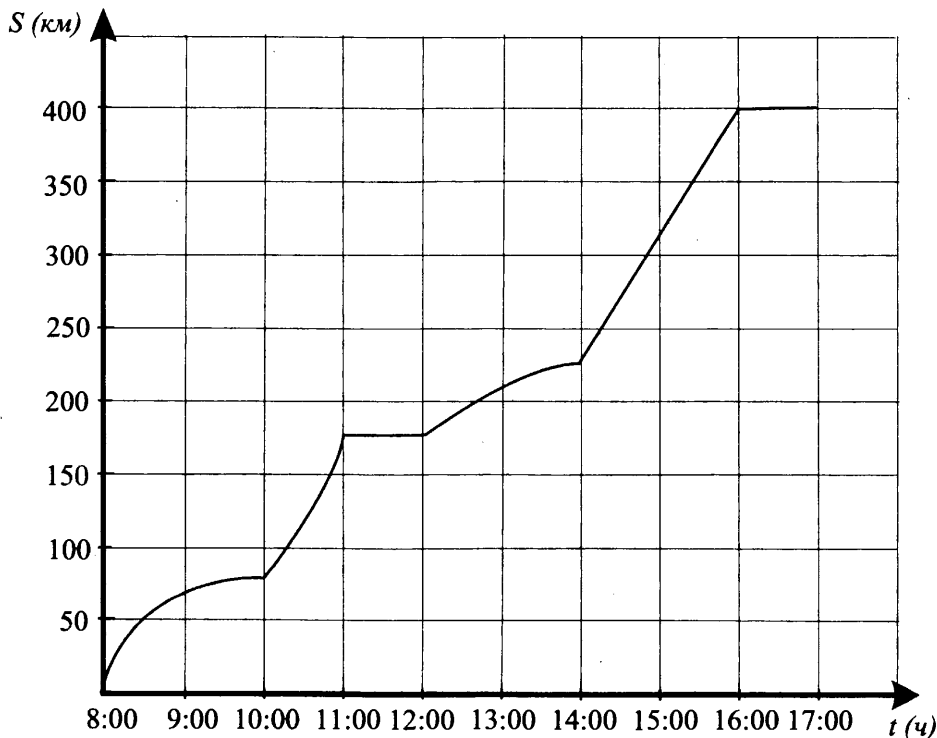


Рис. 117

Ответ: _____.

16. В 2015 году автомобиль стал стоить 850 тысяч рублей, а в 2014 году этот же автомобиль стоил 680 тысяч рублей. На сколько процентов возросла стоимость автомобиля?

Ответ: _____.

17. Для создания шаблона, имеющего форму прямоугольной трапеции (см. рис. 118), изготовили боковую сторону длиной 60 см и меньшее основание длиной 1 м. Какой длины должно быть большее основание, если боковая сторона по техническим условиям должна быть наклонена к большему основанию под углом 60° ? Ответ дайте в сантиметрах.

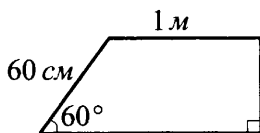


Рис. 118

Ответ: _____.

18. Стоимости некоторых четырёх товаров равны 200 руб., 600 руб., 300 руб. и 500 руб. Укажите номер одной из приведённых ниже диаграмм (см. рис. 119), которая достоверно указывает на соотношение стоимости товаров.

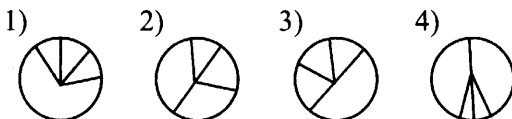


Рис. 119

Ответ:

19. Два игрока одновременно бросают игральный кубик. Какова вероятность того, что сумма чисел на двух игральных кубиках будет чётным числом?

Ответ: _____.

20. Площадь S треугольника со сторонами a , b и c и радиусом вписанной в него окружности r находится по формуле $S = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$. Найдите a , если $b = 12$, $c = 20$, $S = 96$, $r = 4$.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x^4 - 81}{3x^2 + 8x - 3} \geq 0, \\ -3x + 9 \geq 0. \end{cases}$$

22. Сразу после сбора урожая процентное содержание воды в бананах составляет 75%. После их перевозки процентное содержание воды в них становится равным 70%. Сколько килограммов бананов надо приобрести, чтобы после перевозки осталось 2500 кг бананов?

23. Изобразите график функции
$$y = \begin{cases} -x + 2, & \text{при } x > 0; \\ x^2 + 2x + 1, & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

Используя график, найдите, при каких значениях m прямая $y = m$ пересекает график функции ровно в трёх точках.

Модуль «Геометрия»

24. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 2, а боковое ребро равно 5. Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей.

25. Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности. Его диагональ BD проходит через центр O описанной окружности. Докажите, что $MN^2 = MO^2 + NO^2$, где M и N — точки касания окружности со сторонами BC и DC соответственно, если $\angle ABC = 80^\circ$ и $\angle ADC = 100^\circ$.

26. Окружность радиуса R касается продолжений сторон BC и AC треугольника BCA и стороны BA . Найдите периметр треугольника BCA , если $R = \sqrt{3}$, а $\angle BCA = 60^\circ$.

Вариант № 16

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(18,6 \cdot (-3,25) + 0,45)^2$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 120) отмечены точки, соответствующие числам a и b .

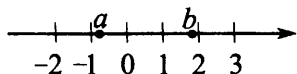


Рис. 120

Какое из следующих чисел является наибольшим?

1) $b + a$

2) $a - b$

3) $b - 2a$

4) $-a$

Ответ:

3. Укажите наименьшее из следующих чисел.

1) $\sqrt{8} - 3$

2) $\sqrt{8} - 2$

3) -1

4) $\frac{5}{6}$

Ответ:

4. Найдите наибольший корень уравнения $x^2 + 3x + 2 = 0$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между функциями и графиками (см. рис. 121).

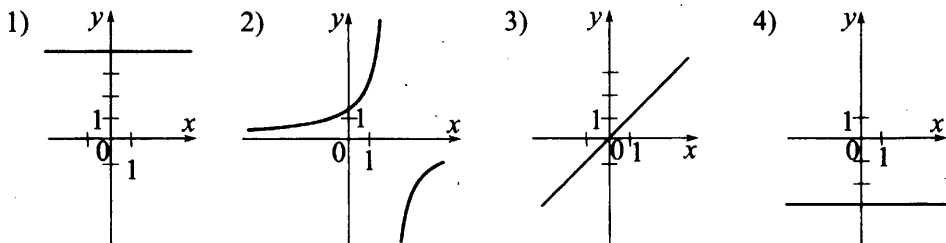


Рис. 121

А) $y = 4$

Б) $y = -3$

В) $y = \frac{-3}{x-2}$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ($n \in N$) задана условиями: $a_1 = -3, a_{n+1} = a_n - 2$. Найдите сумму первых девяти членов.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(2a - 3b)^2 - (2a + 3b)^2$ и найдите его значение, если $ab = 0,25$.

Ответ: _____.

8. Решите систему $\begin{cases} x^2 - 8x + 16 \leq 0, \\ -3x + 12 \geq 0. \end{cases}$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

9. На рисунке 122 выполняется $\angle CAE = 40^\circ, \angle ABP = \angle ADP, \angle BEF = 140^\circ$. Найдите величину $\angle BPD$ в градусах.

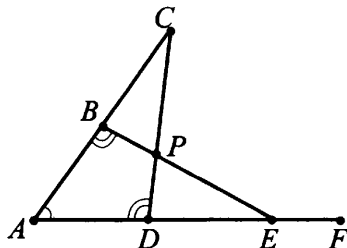


Рис. 122

Ответ: _____.

10. Около прямоугольника со сторонами 24 и 7 описана окружность (см. рис. 123). Найдите радиус этой окружности.

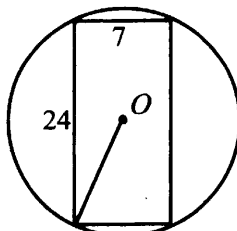


Рис. 123

Ответ: _____.

11. Острый угол прямоугольного треугольника равен 45° , а его катет равен 4. Через середину катета проведена средняя линия, которая отсекает от треугольника трапецию (см. рис. 124). Найдите площадь этой трапеции.

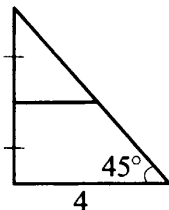


Рис. 124

Ответ: _____.

12. На клетчатой бумаге со стороной клетки 1 изображена заштрихованная фигура (см. рис. 125). Найдите её площадь.

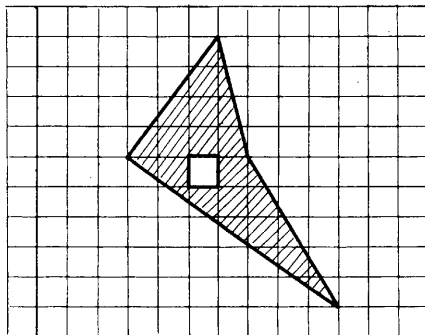


Рис. 125

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Во всех окружностях отношение площади круга, ограниченного окружностью, к её радиусу является одним и тем же числом.

2) Квадрат гипотенузы в прямоугольном треугольнике равен сумме катетов.

3) Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, является прямым.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Для строительства объекта надо закупить 15 брусом, 2 м² стекла и 15 м² шпона. Все эти материалы можно приобрести в трёх магазинах: «Брус», «Стекло», «Шпон». Цены на материалы и условия закупки приведены ниже.

Магазин	Цена 1 бруса (руб.)	Цена 1 м ² стекла (руб.)	Цена 1 м ² шпона (руб.)
«Брус»	80	500	60
«Стекло»	70	490	65
«Шпон»	75	480	70

На товар, одноимённый с названием магазина, предоставляется скидка 5%. Укажите номер магазина, где цена закупки всех перечисленных материалов наименьшая.

1) «Брус»

2) «Стекло»

3) «Шпон»

 Ответ:

15. На рисунке 126 представлен график пути S (в км), пройденного автомобилем в течение рабочего дня с 8:00 до 17:00. Найдите по графику общее время стоянки автомобиля (в часах).

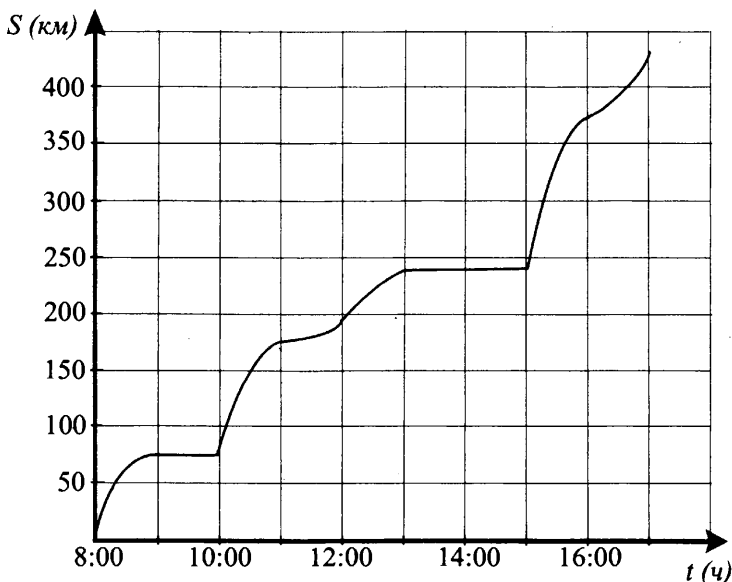


Рис. 126

Ответ: _____

16. В конце года, 31 декабря, автомобиль стоил 800 тысяч рублей, а с первого января следующего года он стал стоить 950 тысяч рублей. На сколько процентов увеличилась стоимость автомобиля в новом году по сравнению со стоимостью в предыдущем году?

Ответ: _____.

17. Для создания шаблона, имеющего форму прямоугольной трапеции (см. рис. 127), изготовили нижнее основание длиной 1 м 20 см и большую боковую сторону длиной 40 см, которая по техническим условиям должна быть наклонена к большему основанию под углом 60° . Какой длины (в сантиметрах) надо изготовить меньшее основание?

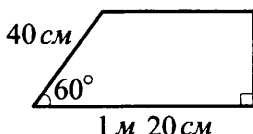


Рис. 127

Ответ: _____.

18. Объёмы потребления некоторых видов продуктов относятся как $1 : 2 : 4 : 5$. Укажите номер одной из приведённых ниже диаграмм (см. рис. 128), которая достоверно указывает на это соотношение.

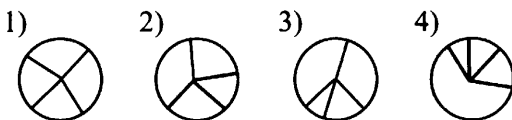


Рис. 128

Ответ:

19. Каждый из двух игроков держит руку, сжатую в кулак. Затем оба игрока одновременно, разжимая кулаки, показывают несколько пальцев (не менее одного) случайным образом. Какова вероятность того, что ими вместе будет показано 5 пальцев?

Ответ: _____.

20. Площадь S треугольника со сторонами a , b и c и радиусом описанной около него окружности R находится по формуле $S = \frac{abc}{4R}$. Найдите a , если $b = 21$, $c = 29$, $R = 14,5$, $S = 210$.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x^4 - 16} \geq 0, \\ -5x + 10 > 0. \end{cases}$$

22. Сразу после сбора урожая процентное содержание воды в бананах составляет 75%. В процессе транспортировки процентное содержание воды в них постепенно уменьшается до 70%, поэтому после перевозки масса бананов оказывается меньше первоначальной. Сколько килограммов бананов останется после перевозки, если изначально было 3000 кг бананов?

23. Изобразите график функции $y = \begin{cases} -x + 2, & \text{при } x < 0; \\ x^2 - 2x + 1, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$

Используя график, найдите, при каких значениях m прямая $y = m$ пересекает график функции ровно в одной точке.

Модуль «Геометрия»

24. Около равнобедренной трапеции с основаниями 8 и 2 и боковой стороной, равной 5, описана окружность. Найдите расстояния от центра этой окружности до оснований трапеции.

25. Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности радиуса R . Его диагональ BD проходит через центр O этой окружности. Докажите, что $MN^2 = MO^2 + NO^2$, где M и N — точки касания окружности со сторонами BC и BD , соответственно, $OB = 2R$ и $OD = \frac{2R}{\sqrt{3}}$.

26. Окружность радиуса R касается продолжений двух сторон CB и CA треугольника BCA и стороны BA . Найдите R , если $CB = 2\sqrt{3}$, $CA = 6\sqrt{3}$ и $\angle BCA = 60^\circ$.

Вариант № 17

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,4 + \frac{3}{5} + 6 \cdot \frac{2}{3}$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой отмечены числа m и n (см. рис. 129). Какое из следующих чисел наибольшее?

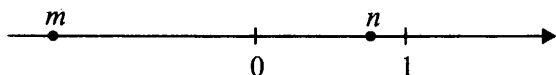


Рис. 129

- 1) $m - n$ 2) $-m + n$ 3) $-2m$ 4) $\frac{1}{2}n + 1$

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8}$ 2) $(\sqrt{3} + \sqrt{27})^2$ 3) $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2$ 4) $\sqrt{28} - 7$

Ответ:

4. Решите уравнение $12 - 3x = 5x + 8$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 130).

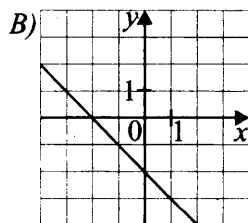
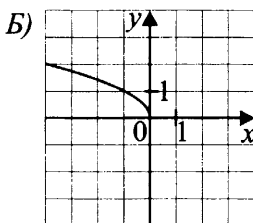
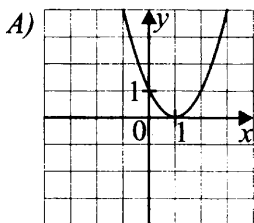


Рис. 130

- 1) $y = -x - 2$ 2) $y = (x + 1)^2$ 3) $y = \sqrt{-x}$ 4) $y = (x - 1)^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Даны 10 чисел. Первое число равно 7, а каждое следующее больше предыдущего на 3. Найдите десятое из данных чисел.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $d(d + 2)^2 - d^3$ и найдите его значение при $d = 2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств: $\begin{cases} (x - 5)^2 > 0, \\ 18 - 3x \geq 0. \end{cases}$ В ответе укажите номер координатной прямой (см. рис. 131), на которой изображено множество её решений.

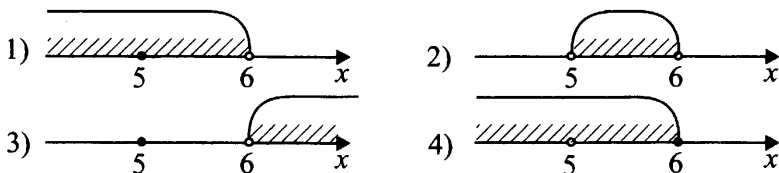


Рис. 131

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике MNK с основанием MK биссектриса KE внешнего угла NKF составляет с лучом KP , перпендикулярным MF , угол 30° (см. рис. 132). Найдите градусную меру угла MNK .

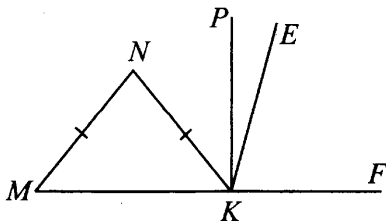


Рис. 132

Ответ: _____.

10. В окружности расстояние OK от центра O до хорды AB равно 3 (см. рис. 133). Найдите радиус окружности, если длина хорды AB равна 8.

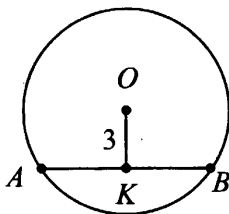


Рис. 133

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции (см. рис. 134) $ABCD$ точки M и N — середины диагоналей AC и BD соответственно. Найдите длину отрезка MN , если $BC = 10$, $AD = 16$.

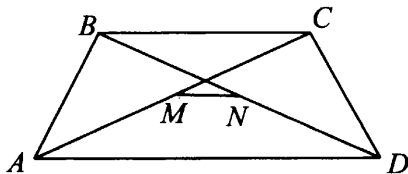


Рис. 134

Ответ: _____.

12. В прямоугольнике $KPEF$ и ромбе $KCDF$ общая сторона KF . Точка E лежит на стороне CD (см. рис. 135). Найдите градусную меру острого угла ромба, если $EF = 4$, $KF = 8$.

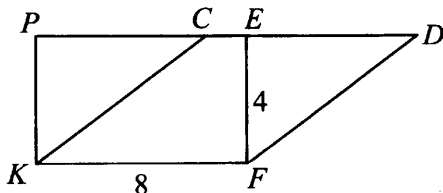


Рис. 135

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Во всяком треугольнике против большей стороны лежит угол 90° .
- 2) Внешний угол треугольника равен сумме углов треугольника, не смежных с ним.
- 3) В правильном шестиугольнике сторона равна радиусу окружности, описанной около этого шестиугольника.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены цены на упаковку керамической плитки и соответствующий ей клей.

	Плитка	
	Шахтинская	Орловская
Упаковка плитки	1 500 руб.	1 620 руб.
Клей	470 руб.	350 руб.

Какую плитку и клей следует выбрать, если надо потратить не более 2 000 рублей?

- 1) только шахтинскую
- 2) только орловскую
- 3) можно выбрать шахтинскую или орловскую
- 4) не подходит ни шахтинская, ни орловская

Ответ: _____.

15. На рисунке 136 показано изменение среднесуточной температуры в г. Ростове-на-Дону в период со 2 по 8 февраля 2015 года. По горизонтали указаны даты, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между максимальной и минимальной среднесуточными температурами (в градусах Цельсия) в период с 3 по 7 февраля.

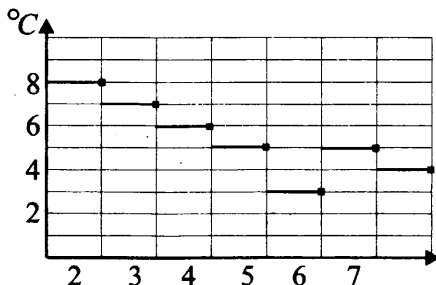


Рис. 136

Ответ: _____.

16. На заводе, выпускающем DVD-приводы для персональных компьютеров, все изготовленные за рабочую смену приводы нумеруют и укладывают в коробки по 9 штук в каждой. В какую по счёту коробку попадёт DVD-привод под номером 227?

Ответ: _____.

17. Одну лестницу длиной 3 м прислонили к дому под углом β к стене дома. А другую, длиной 3,5 м, прислонили к дереву, причём угол между этой лестницей и землёй также равен β (см. рис. 137). На какой высоте (в метрах) находится верхний конец лестницы, прислонённой к дому, если нижний конец другой лестницы на расстоянии 0,7 м от дерева?

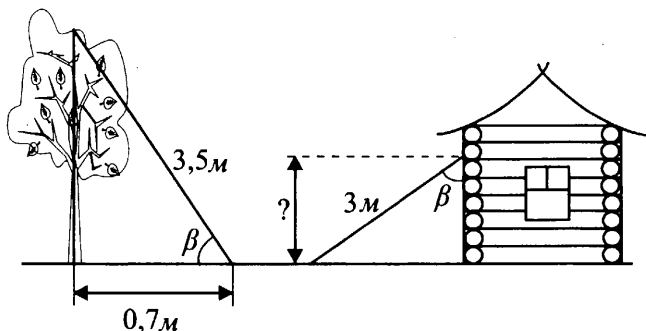


Рис. 137

Ответ: _____.

18. На диаграмме показано количество SMS, переданных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы по заявкам на радио. Определите, на сколько больше сообщений было прислано за первые два часа программы по сравнению с последними двумя часами.

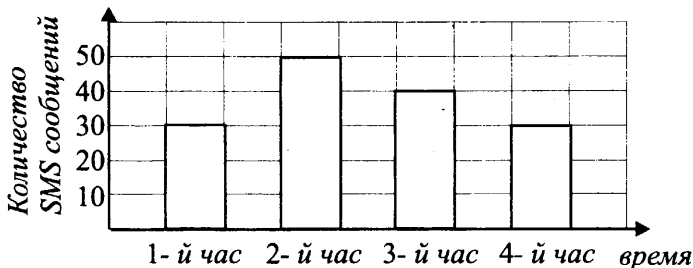


Рис. 138

Ответ: _____.

19. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало менее четырёх очков?

Ответ: _____.

20. Период колебаний математического маятника (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити в метрах. Пользуясь формулой, найдите длину маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 12 секунд.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $\frac{3}{(x-2)^2} + \frac{5}{x-2} - 8 = 0$.

22. От трёх предприятий холдинга поступили заявки на приобретение дополнительного оборудования. Стоимость оборудования по заявке первого предприятия составляет 40% от заявки второго предприятия, а стоимость оборудования в заявке второго предприятия — 60% от заявки третьего. Стоимость оборудования в заявке третьего предприятия превышает заявку первого на 570 тыс. рублей. Какова общая стоимость оборудования в заявках всех трёх предприятий? Ответ дайте в тыс. рублей.

23. Постройте график функции $y = 1 - \frac{x+3}{x^2+3x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = k$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. В окружности хорды AB и CD пересекаются в точке E . Найдите CE , если $CD = 8$, $AE = 4$, $BE = 3$ и $CE < DE$.

25. В треугольнике AMD окружность проходит через точки A и D , пересекает стороны AM и DM в точках B и C соответственно. Докажите, что треугольник AMD подобен треугольнику CMB .

26. В равнобедренную трапецию можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания, если периметр трапеции равен 52, а площадь равна 156.

Вариант № 18

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,8 - \frac{4}{5} + 7 : \frac{21}{24}$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой отмечены числа p и k (см. рис. 139). Какое из следующих чисел наименьшее?

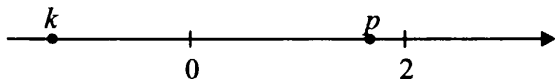


Рис. 139

- 1) $-2k$ 2) $|k + p|$ 3) $|p - k|$ 4) $-3p$

Ответ:

3. Значение какого из выражений является иррациональным числом?

- 1) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$ 2) $(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ 3) $(2 - \sqrt{4})^2$ 4) $(\sqrt{6} - 1)^2$

Ответ:

4. Решите уравнение $3(7 - x) = 5 + 2x$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (см. рис. 140).

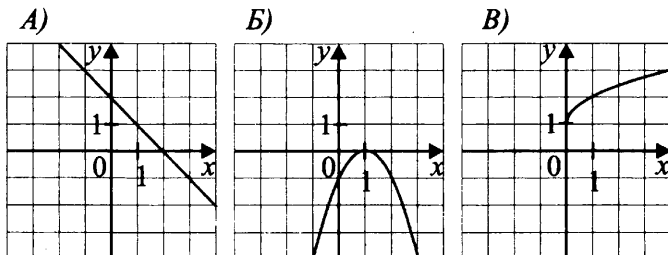


Рис. 140

- 1) $y = (x - 1)^2$ 2) $y = \sqrt{x} + 1$ 3) $y = -x + 2$ 4) $y = -(x - 1)^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Даны 12 чисел. Первое число равно 25, а каждое следующее меньше предыдущего на 3. Найдите двенадцатое число из данных чисел.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $c^3 - c(c - 3)^2$ и найдите его значение при $c = 2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 24 - 6x \geq 0, \\ (x - 2)^2 > 0. \end{cases}$

В ответе укажите номер координатной прямой (см. рис. 141), на которой изображено множество её решений.

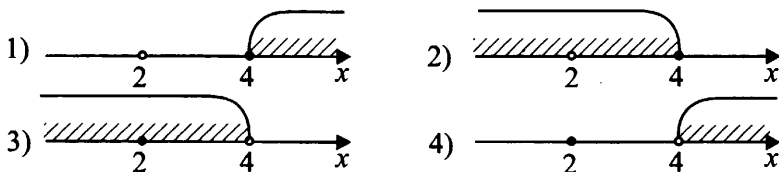


Рис. 141

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол при вершине равен 40° (см. рис. 142). Из вершины внешнего угла BCK проведены биссектриса CF и луч CE , перпендикулярный AK . Найдите градусную меру угла FCE .

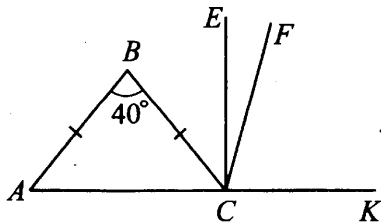


Рис. 142

Ответ: _____.

10. В окружности с центром в точке O и радиусом $OA = 13$ проведена хорда $AB = 24$. Найдите расстояние от центра O до хорды AB (см. рис. 143).

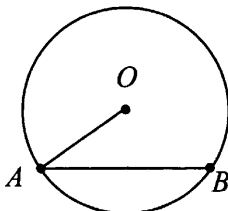


Рис. 143

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции (см. рис. 144) $ABCD$ с основаниями BC и AD ($BC < AD$) точки M и N — середины диагоналей AC и BD соответственно. Найдите меньшее основание трапеции, если $MN = 5$, $AD = 17$.

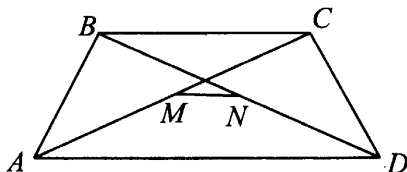


Рис. 144

Ответ: _____.

12. В прямоугольнике $ABCD$ и ромбе $AKMD$ общая сторона AD (см. рис. 145). Точка C лежит на стороне KM . Найдите градусную меру острого угла ромба, если $AB = 3$, $AD = 6$.

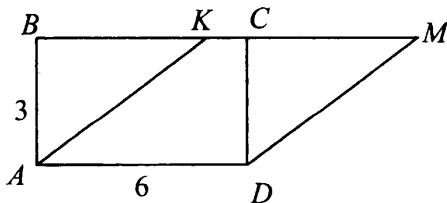


Рис. 145

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Отношение периметров двух подобных треугольников равно половине коэффициента подобия.
- 2) В тупоугольном треугольнике против тупого угла лежит бо́льшая сторона.
- 3) Медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, равна радиусу окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены цены на 10 рулонов обоев и соответствующий клей.

	Обои	
	московские	краснодарские
10 рулонов обоев	59 200 руб.	59 400 руб.
Клей	700 руб.	680 руб.

Какие обои и клей следует выбрать, если надо потратить не более 60 000 рублей?

- 1) только московские
- 2) только краснодарские
- 3) можно выбрать как московские, так и краснодарские
- 4) не подходят ни московские, ни краснодарские

Ответ: _____.

15. Посадку клубней картофеля рекомендуется проводить при дневной температуре воздуха не ниже $+12^{\circ}\text{C}$. На рисунке 146 показан прогноз дневной температуры воздуха на период с 15 по 31 мая (точки, указывающие значение температуры, для наглядности соединены линиями). Определите, в течение скольких дней за этот период можно будет производить посадку картофеля, если прогноз окажется верным.

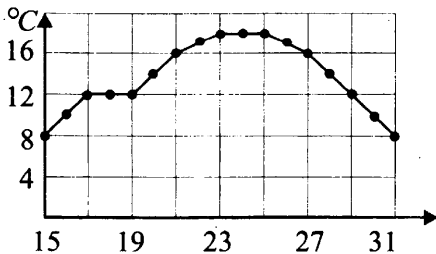


Рис. 146

Ответ: _____.

16. На швейной фабрике, изготавливающей мужские рубашки, все сшитые за одну смену рубашки нумеруются и укладываются в коробки по 8 штук в каждой. В какую по счёту коробку попадёт рубашка под номером 212?

Ответ: _____.

17. Одну лестницу длиной 2 м прислонили к дереву под углом β к дереву. А другую, длиной 2,5 м, прислонили к дому, причём угол между этой лестницей и землёй также равен β (см. рис. 147). На какой высоте (в метрах) находится верхний конец лестницы, прислонённой к дереву, если нижний конец другой лестницы на расстоянии 0,8 м от дома?

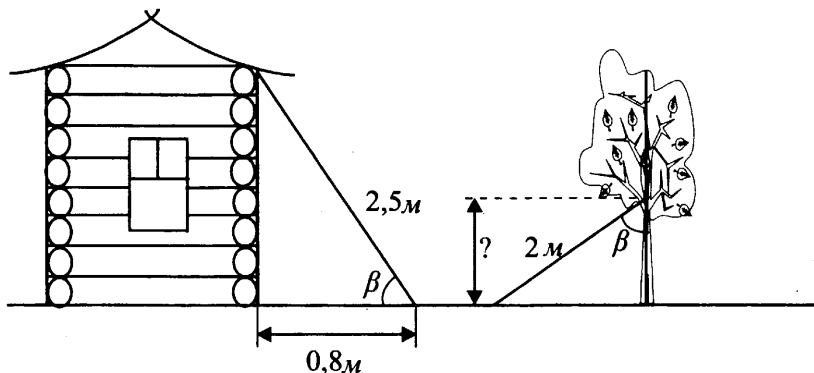


Рис. 147

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 148) показано количество SMS, переданных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы по заявкам на радио. Определите, на сколько меньше сообщений было прислано за первый и четвёртый (в сумме) часы программы по сравнению со вторым и третьим (в сумме).

Ответ: _____.

19. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало более трёх очков?

Ответ: _____.

20. Период колебаний математического маятника (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити в метрах. Пользуясь формулой, найдите период колебаний маятника (в метрах), длина которого составляет 9 м.

Ответ: _____.

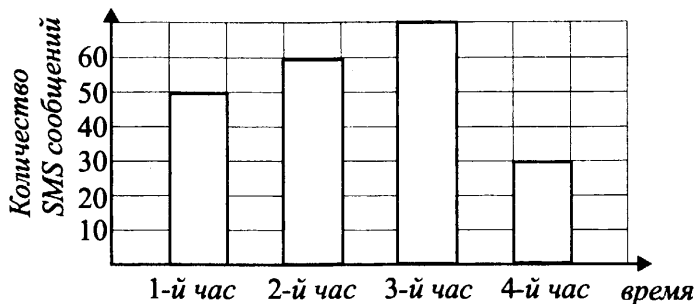


Рис. 148

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $\frac{5}{x-5} - \frac{1}{(x-5)^2} - 4 = 0$.

22. Сотрудникам трёх предприятий холдинга была начислена премия. Премия сотрудникам первого предприятия составила 30% от премий сотрудникам третьего предприятия, а премия сотрудникам третьего предприятия — 70% от премии второго. Премия сотрудникам второго предприятия превышает премию сотрудникам третьего на 120 тыс. рублей. Какова сумма общей премии, начисленной холдингом всем трём предприятиям? Ответ дайте в тыс. рублей.

23. Постройте график функции $y = \frac{x-4}{x^2-4x} - 1$ и определите, при каких значениях k прямая $y = k$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. В окружности хорды AC и BD пересекаются в точке M . Найдите BM , если $AM = 2$, $CM = 1,5$, $BD = 4$ и $BM < DM$.

25. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ угол ABD равен углу ACD . Докажите, что угол ACB равен углу ADB .

26. В равнобедренную трапецию можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её большего основания, если периметр трапеции равен 68, а площадь равна 255.

Вариант № 19

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,5 + \frac{4}{5} + 7 \cdot \frac{5}{14}$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой отмечены числа m и n (см. рис. 149). Какое из следующих чисел наименьшее?

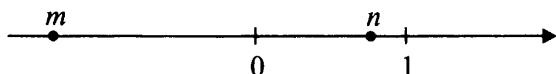


Рис. 149

- 1) $m - n$ 2) $-m + n$ 3) $-2n$ 4) $m + 1$

Ответ:

3. Значение какого из следующих выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}$ 2) $(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2$ 3) $(\sqrt{9} + \sqrt{3})^2$ 4) $\sqrt{44} - 11$

Ответ:

4. Решите уравнение $15 - 7x = 11x - 21$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 150) и формулами, которые их задают.

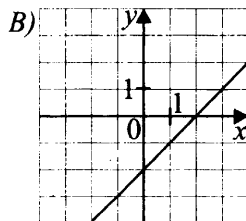
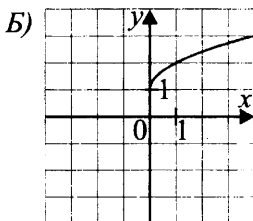
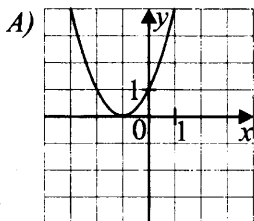


Рис. 150

- 1) $y = x - 2$ 2) $y = (x + 1)^2$ 3) $y = \sqrt{x} + 1$ 4) $y = (x - 1)^2$

Ответ:

А	Б	В

6. Даны 7 чисел. Первое число равно 15, а каждое следующее на 3 меньше предыдущего. Найдите седьмое число из данных чисел.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $t(t - 4)^2 - t^3$ и найдите его значение при $t = -1$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств: $\begin{cases} (x - 3)^2 > 0, \\ 12 - 2x \geq 0. \end{cases}$

Укажите координатную прямую (см. рис. 151), на которой изображено множество её решений.

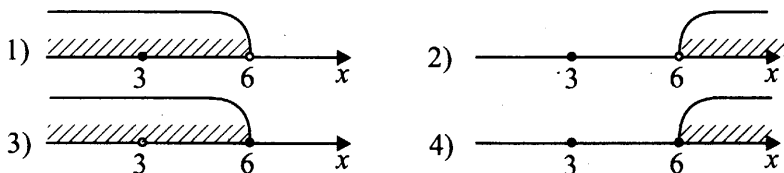


Рис. 151

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC биссектриса CF внешнего угла BCK составляет с лучом CE , перпендикулярным к AK , угол 25° (см. рис. 152). Найдите градусную меру угла BAC .

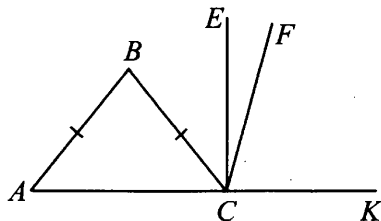


Рис. 152

Ответ: _____.

10. В окружности с центром в точке O проведена хорда EF (см. рис. 153). Найдите радиус окружности, если длина хорды равна 12, а расстояние от центра до хорды равно 8.

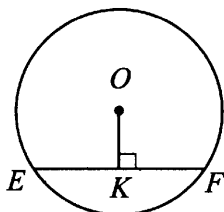


Рис. 153

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции $ABCD$ (см. рис. 154) точки P и K — середины диагоналей AC и BD соответственно. Найдите длину отрезка PK , если $BC = 9$, $AD = 25$.

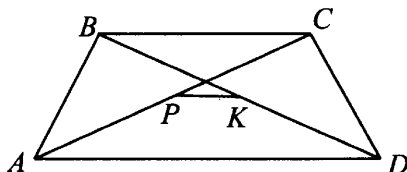


Рис. 154

Ответ: _____.

12. В прямоугольнике $KEFP$ и ромбе $KLQP$ общая сторона AD , общая сторона KP . Точка F лежит на стороне LQ (см. рис. 155). Найдите длину стороны KE , если $KP = 8$, $\angle LKP = 30^\circ$.

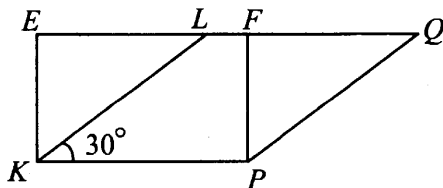


Рис. 155

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Во всяком треугольнике против меньшей стороны лежит больший угол.

2) Периметр треугольника равен сумме длин сторон треугольника.

3) Стороны треугольника обратно пропорциональны синусам противолежащих углов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены цены на упаковку облицовочной плитки и соответствующий ей клей.

	Московская	Ростовская
плитка	1 280 руб.	1 250 руб.
клей	320 руб.	340 руб.

Какую плитку и клей следует выбрать, если надо потратить менее 1 700 рублей?

1) только московскую

2) только ростовскую

3) можно выбрать или московскую, или ростовскую

4) не подходит ни московская, ни ростовская

Ответ:

15. На рисунке 156 показано изменение среднесуточной температуры в г. Солнцегорске в период с 3 по 10 марта 2015 года. По горизонтали указаны даты, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между максимальной и минимальной среднесуточными температурами (в градусах Цельсия) в период с 5 по 8 февраля.

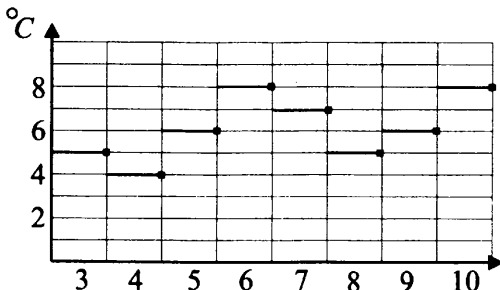


Рис. 156

Ответ: _____.

16. В пошивочном цехе изготавливают комплекты постельного белья. Все выпущенные за смену комплекты нумеруют и укладывают в коробки по 7 штук в каждую. В какую по счёту коробку попадёт комплект под номером 183?

Ответ: _____.

17. Одну лестницу прислонили к дому под углом β к стене дома, верхний конец этой лестницы находится на высоте 0,64 м над землёй. А другую, длиной 2,5 м, прислонили к дереву, причём угол между этой лестницей и землёй также равен β (см. рис. 157). Чему равна длина лестницы (в метрах), прислонённой к дому, если нижний конец другой лестницы на расстоянии 0,8 м от дерева?

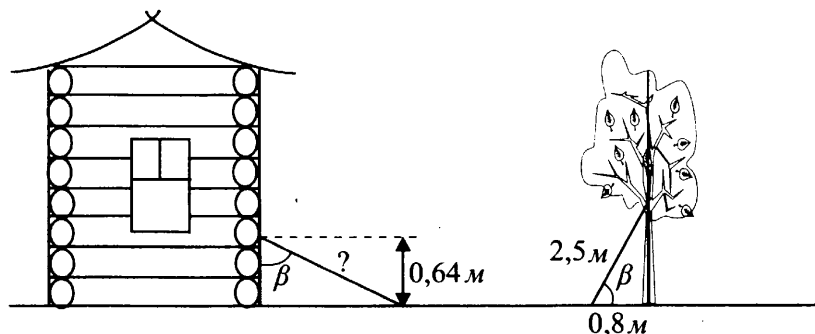


Рис. 157

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 158) показано количество SMS, переданных слушателями за каждые 15 минут часового эфира программы «Хочу всё знать». Определите, на сколько больше сообщений было прислано за первые полчаса, чем за вторые полчаса этой программы.

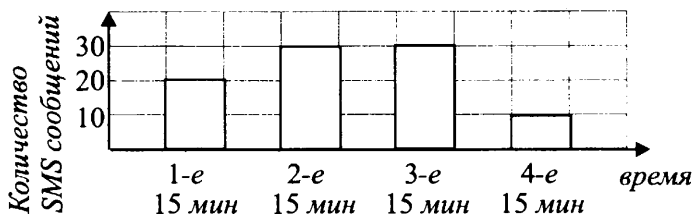


Рис. 158

Ответ: _____.

19. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало чётное число очков?

Ответ: _____.

20. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в рад/с), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите угловую скорость (в рад/с), если радиус равен 4 м, а центробежное ускорение равно 256 м/с^2 .

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $\frac{2}{(x-3)^2} + \frac{3}{x-3} - 5 = 0$.

22. От трёх цехов завода поступили заявки на приобретение дополнительного оборудования. Стоимость оборудования по заявке первого цеха составляет 60% от заявки третьего цеха, а стоимость оборудования в заявке второго цеха — 30% от заявки первого цеха. Стоимость оборудования в заявке третьего цеха превышает заявку второго на 492 тыс. рублей. Какова общая стоимость оборудования в заявках всех трёх цехов? Ответ дайте в тыс. рублей.

23. Постройте график функции $y = 1 + \frac{x-2}{x^2-2x}$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. В окружности хорды AB и CD пересекаются в точке F . Найдите AF , если $AB = 11$, $CF = 4$, $DF = 6$ и $AF > BF$.

25. Стороны угла E пересечены параллельными прямыми MN и KP (см. рис. 159). Докажите, что $\frac{EM}{MK} = \frac{EN}{NP}$.

26. В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 9 и 21 соответственно. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания, если площадь трапеции равна 120.

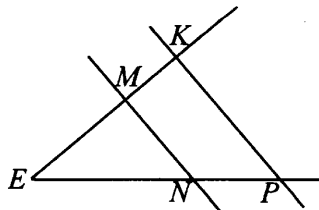


Рис. 159

Вариант № 20

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,6 - \frac{3}{5} + 7 : \frac{56}{64}$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 160). Какое из следующих чисел наибольшее?

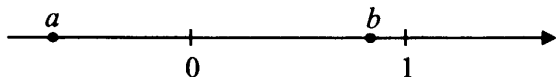


Рис. 160

- 1) $-2a$ 2) $|a + b|$ 3) $|b - a|$ 4) $-2b$

Ответ:

3. Значение какого из выражений является иррациональным числом?

- 1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$ 2) $(\sqrt{2} - \sqrt{7})(\sqrt{7} + \sqrt{2})$ 3) $(3 - \sqrt{9})^2$ 4) $(\sqrt{8} - 1)^2$

Ответ:

4. Решите уравнение $2(5 + x) = 7 - x$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 161) и формулами, которые их задают.

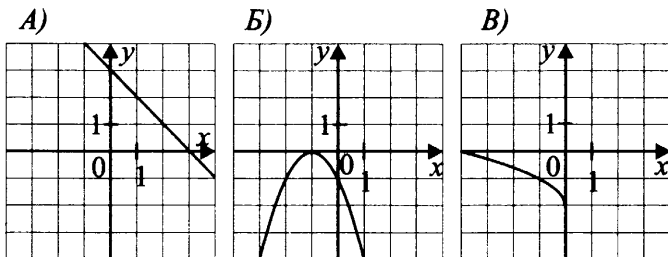


Рис. 161

- 1) $y = \sqrt{-x} - 2$ 2) $y = (x - 1)^2$ 3) $y = -(x + 1)^2$ 4) $y = -x + 3$

Ответ:

А	Б	В

6. Даны 10 чисел. Первое число равно 12, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найдите десятое число из данных чисел.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $t(8 - t)^2 - t^3$ и найдите его значение при $t = 2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 48 - 8x \geq 0, \\ (x - 5)^2 > 0. \end{cases}$

В ответе укажите координатную прямую (см. рис. 162), на которой изображено множество её решений.

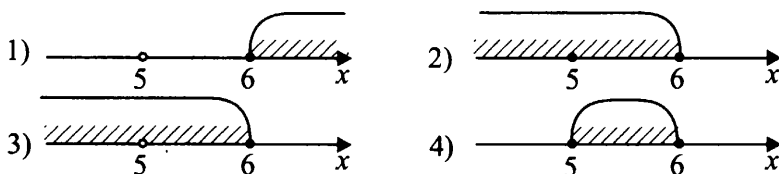


Рис. 162

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике MNP с основанием MP угол при вершине равен 56° (см. рис. 163). Из вершины внешнего угла NPE проведены биссектриса PF и луч PK , перпендикулярный ME . Найдите градусную меру угла KPF .

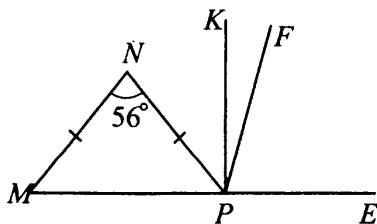


Рис. 163

Ответ: _____.

10. В окружности с центром в точке O и радиусом $OC = 25$ проведена хорда $CD = 40$. Найдите расстояние от центра O до хорды CD (см. рис. 164).

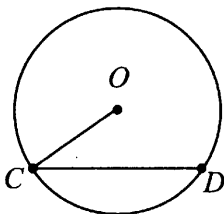


Рис. 164

Ответ: _____.

11. В равнобедренной трапеции (см. рис. 165) $MNPQ$ точки E и F — середины диагоналей MP и NQ . Найдите длину отрезка EF , если $NP = 7$, $MQ = 27$.

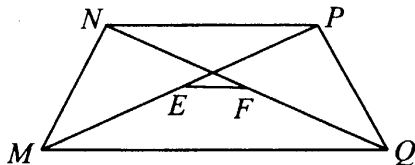


Рис. 165

Ответ: _____.

12. В прямоугольнике $ABCD$ и ромбе $AKMD$ общая сторона AD , точка C лежит на стороне KM (см. рис. 166). Найдите длину стороны AB , если $AD = 4$, $\angle KAD = 30^\circ$.

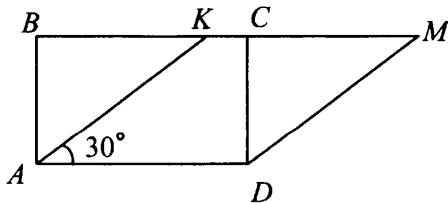


Рис. 166

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Отношение периметров двух подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 2) В прямоугольном треугольнике катет лежит против прямого угла.
- 3) Медиана тупоугольного треугольника, проведённая из вершины тупого угла, равна радиусу окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены цены на 5 рулонов обоев и соответствующий клей.

	московские	ростовские
5 рулонов обоев	38 200 руб.	37 500 руб.
клей	900 руб.	500 руб.

Какие обои и клей следует выбрать, если надо потратить не более 39 000 рублей?

- 1) московские
- 2) ростовские
- 3) можно выбрать как московские, так и ростовские
- 4) не подходят ни московские, ни ростовские

Ответ:

15. Посадку томатов рекомендуется проводить при дневной температуре воздуха не ниже $+8^{\circ}\text{C}$. На рисунке 167 показан прогноз дневной температуры воздуха с 1 по 21 мая (точки, указывающие значение температуры, для наглядности соединены линиями). Определите, в течение скольких дней за этот период можно будет производить посадку томатов, если прогноз окажется верным.

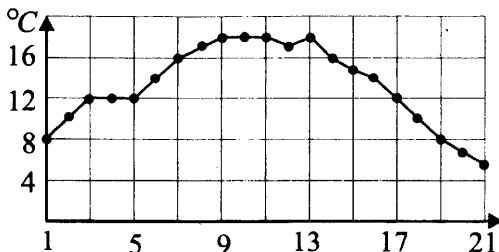


Рис. 167

Ответ: _____.

16. На фабрике, выпускающей кукол, куклы складываются в коробки. Коробки нумеруются и помещаются в контейнер по 30 штук в каждом. В какой по счёту контейнер попадёт кукла в коробке под номером 187?

Ответ: _____.

17. Одну лестницу длиной 1,5 м прислонили к дереву, причём угол между этой лестницей и землёй равен β . А другую, длиной 2,5 м, прислонили к дому под углом β к дому (см. рис. 168). На какой высоте (в метрах) находится верхний конец лестницы, прислонённой к дереву, если нижний конец другой лестницы на расстоянии 1,2 м от дома?

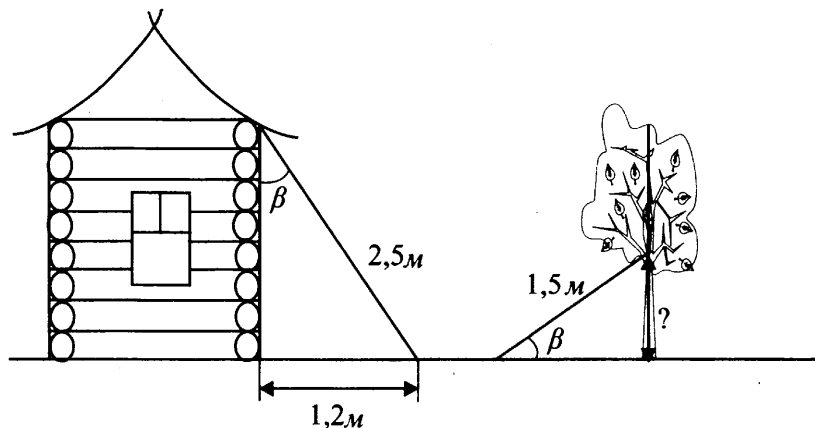


Рис. 168

Ответ: _____.

18. На диаграмме показано количество SMS, переданных слушателями за каждые 15 минут часового эфира программы «Умники и умницы» (см. рис. 169). Определите, на сколько меньше сообщений было прислано за первые полчаса программы, чем за вторые полчаса этой программы.

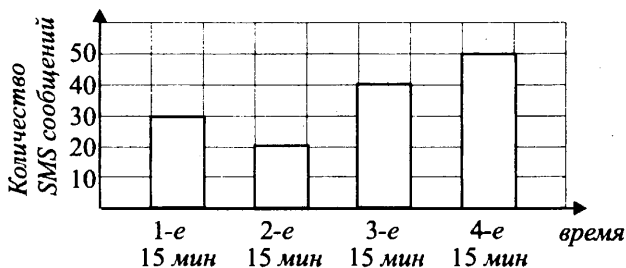


Рис. 169

Ответ: _____.

19. Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало или 3, или 5, или 6 очков?

Ответ: _____.

20. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в рад/с), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите центробежное ускорение, если радиус равен 5 м, а угловая скорость 16 рад/с .

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $\frac{7}{x-2} - \frac{5}{(x-2)^2} - 2 = 0$.

22. Сотрудникам трёх цехов завода была начислена квартальная премия. Премия сотрудникам первого цеха составила 40% от премий сотрудникам третьего цеха, а премия сотрудникам третьего цеха — 65% от премии второго цеха. Премия сотрудникам второго цеха превышает премию сотрудникам третьего на 149,8 тыс. рублей. Какова сумма общей премии, начисленной заводом всем трём цехам? Ответ дайте в тыс. рублей.

23. Постройте график функции $y = 1 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ и определите, при каких значениях a прямая $y = a$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. В окружности хорды MN и PK пересекаются в точке E . Найдите PE , если $PK = 12$, $NE = 5$, $ME = 4$ и $PE < KE$.

25. В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны DC (см. рис. 170). Докажите, что площадь треугольника KBC составляет $\frac{1}{4}$ площади параллелограмма $ABCD$.

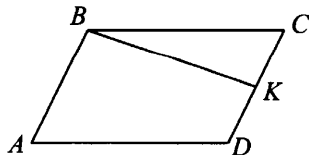


Рис. 170

26. В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 8 и 24 соответственно. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её большего основания, если площадь трапеции равна 96.

Вариант № 21

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{12} - \frac{3}{18}\right) \cdot 4 - \frac{5}{4}$.

Ответ: _____.

2. На числовой прямой (см. рис. 171) отмечены точки, соответствующие числам a и b .

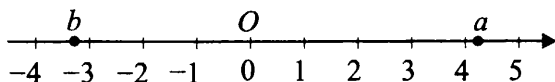


Рис. 171

Среди приведённых ниже утверждений выберите верное.

- 1) $a + b = 0$ 2) $a \cdot b > 0$ 3) $0,5 < a + b < 1,5$ 4) $a = -b$

Ответ:

3. Какое из выражений является рациональным числом?

1) $3\sqrt{5} - 2$

2) $\frac{5\sqrt{3} + 2}{4}$

3) $(\sqrt{17} - 4)(\sqrt{17} + 4)$

4) $(\sqrt{2})^3 - 4\sqrt{2}$

Ответ:

4. Решите уравнение $x(x - 1) - (3 + x)x = 4$.

Ответ: _____.

5. На рисунке 172 изображён эскиз графика линейной функции $y = ax - 2$. Найдите значение a .

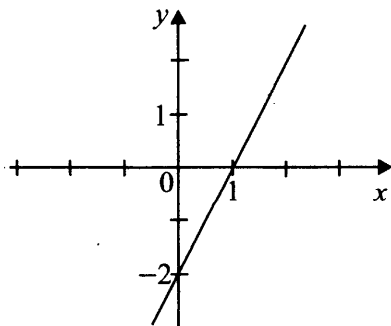


Рис. 172

Ответ: _____.

6. Первые два члена геометрической прогрессии равны 256 и -128 . Найдите десятый член этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{(a-3)^2 + (a-3)(a+3) + 2a}{a-2}$ и найдите его значение при $a = 200$.

Ответ: _____.

8. Укажите неравенство, которое не имеет решения.

1) $x^2 - 11x + 5 > 0$

2) $x^2 + 4x - 7 < 0$

3) $x^2 - 6x + 11 < 0$

4) $x^2 + 3x - 7 > 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC катеты BC и BA равны 16 и 12 соответственно, BM — медиана (см. рис. 173). Найдите косинус угла BMC .

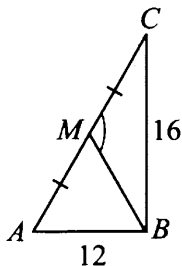


Рис. 173

Ответ: _____.

10. AB — диаметр окружности, $AB = 13$ (см. рис. 174). CD — хорда, $CD \perp AB$ и CD пересекает AB в точке K , $CK = 6$. Найдите меньший из отрезков, на которые точка K делит диаметр AB .

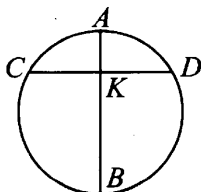


Рис. 174

Ответ: _____.

11. Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 (см. рис. 175).

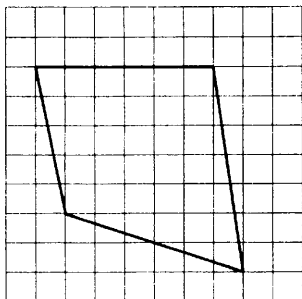


Рис. 175

Ответ: _____.

12. Найдите $\operatorname{tg} \angle ABO$ в треугольнике, изображённом на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 (см. рис. 176).

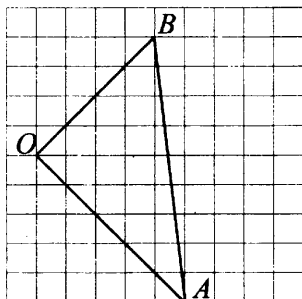


Рис. 176

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Квадрат гипотенузы равен сумме катетов.
- 2) Площадь круга находится по формуле $S = \pi R^2$, где R — радиус круга.
- 3) Отношение длины окружности к её диаметру равно числу π .
- 4) Если две стороны и угол одного треугольника равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Заказчик получил от нескольких фирм предложения по оплате за выполненную работу (в рублях за 1 м^2).

	Штукатурка	Финишная отделка	Оклейка обоев
А	500	460	350
Б	550	500	350
В	520	520	300
Г	510	530	370

По окончании работ фирма А увеличивает стоимость штукатурки (в рублях за 1 м^2) на 4%, фирма Б снижает стоимость финишной отделки (в рублях за 1 м^2) на 10%, фирма В снижает стоимость оклейки обоев (в рублях за 1 м^2) на 5%, фирма Г все цены, указанные выше, не изменяет.

Укажите фирму, у которой стоимость работ будет наименьшей.

- 1) А 2) Б 3) В 4) Г

Ответ:

15. На рисунке 177 представлен график изменения расстояния, пройденного автомобилем, в зависимости от времени нахождения в пути в течение рабочего дня. После какой стоянки пройдено наибольшее расстояние в течение последующего часа? В ответе укажите номер стоянки.

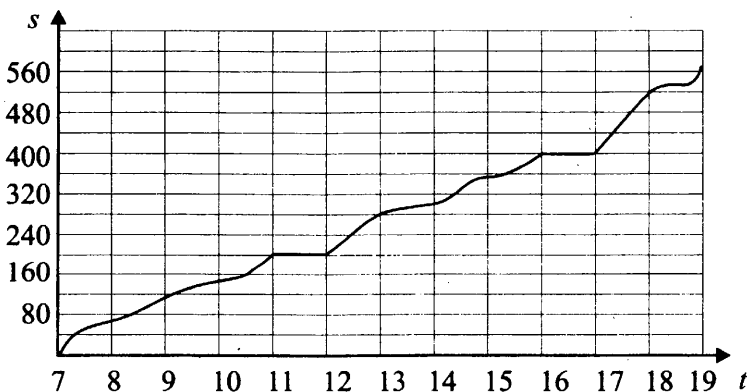


Рис. 177

Ответ: _____.

16. Стоимость мороженого в ларьке составляет 30 руб. 40 коп.

Рентабельной является продажа по 38 руб. На сколько процентов надо поднять стоимость мороженого, чтобы его продажа стала рентабельной?

Ответ: _____.

17. Для окраски прямоугольной стены к ней приставили лестницу длиной 6,5 м так, что верхний край лестницы приставляется к верхнему краю стены, а нижний отстоит от стены на 2,5 м. Длина этой стены равна 7 м. Найти площадь стены (см. рис. 178).

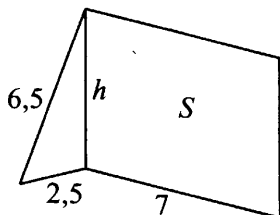
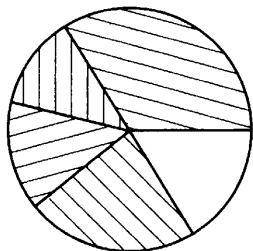


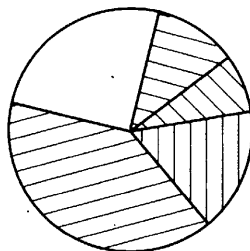
Рис. 178

Ответ: _____.

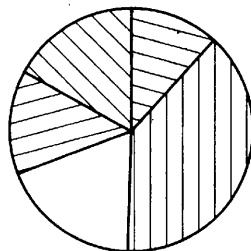
18. При изготовлении сосисок одной фирмой используется мясо (15%), сухое молоко (20%), картофельный крахмал (10%), пищевая целлюлоза (30%), другие вещества (25%). Для рекламы своей продукции фирма представила диаграммы 1, 2, и 3. Какая диаграмма (см. рис. 179) наиболее достоверно информирует покупателя?



1



2



3



крахмал



молоко



целлюлоза



мясо



другие вещества

Рис. 179

Ответ:

19. В «чёрном ящике» находятся 50 карточек с написанными на них числами от 1 до 50. На разных карточках числа разные. Какова вероятность того, что на наугад извлечённой карточке будет написано число, сумма цифр которого больше 10?

Ответ: _____.

20. Длина медианы m_a треугольника со сторонами a , b и c , проведённой к стороне a , находится по формуле: $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

Найдите длину стороны a , если медиана равна 6,5 и две другие стороны равны 5 и 12.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(x - 1)(x^2 - 7x + 6) = 4(x - 6)$.

22. Пассажир на дорогу из Москвы до Воронежа и обратно разными поездами затрачивает 20 часов. Указанные поезда, выехав одновременно из Москвы и Воронежа навстречу друг другу, встречаются через 4 часа 48 минут. За какое время каждый из поездов проходит расстояние от Москвы до Воронежа?

23. а) Постройте график функции $y = \begin{cases} -|x|, & \text{если } x < -1 \\ -2x^2 + 1, & \text{если } -1 < x < 0, \\ -2x + 1, & \text{если } 0 < x < 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

б) При каких значениях c график функции $y = c$ пересекает график заданной функции ровно в двух точках?

Модуль «Геометрия»

24. В трапеции $ABCD$ основаниями являются AD и BC , $AB \perp AD$, $AD = 16$, $AB = 8$, $BC = 4$. Найдите угол между диагоналями трапеции AC и BD (в градусах).

25. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой углов A и C . Докажите, что диагональ BD является биссектрисой углов B и D .
26. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C , равен 2,5. Радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 1. Найдите стороны треугольника.

Вариант № 22

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{9}{10} + \frac{2}{15}\right) \cdot 15 - \frac{32}{2}$.

Ответ: _____.

2. На числовой прямой (см. рис. 180) отмечены точки, соответствующие числам a и b .

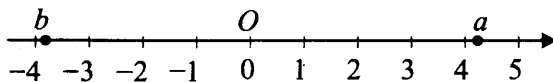


Рис. 180

Среди приведённых ниже утверждений выберите верное.

- 1) $b - a > 0$ 2) $a \cdot b > 1$ 3) $|a| = b$ 4) $-8,5 < b - a < -7,5$

Ответ:

3. Какое из выражений является иррациональным числом?

1) $(\sqrt{3})^4 + 1$

2) $\frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2} + 4\sqrt{5}$

3) $(1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}$

4) $\frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2}$

Ответ:

4. Решите уравнение $x(x^2 - 1) - x(1 + x^2) = 0$.

Ответ: _____.

5. На рисунке 181 изображён эскиз графика гиперболы $y = \frac{a}{x} + 3$. Найдите значение a .

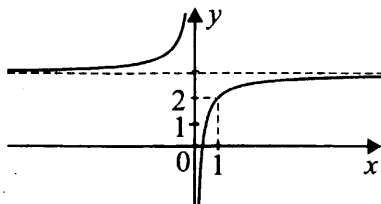


Рис. 181

Ответ: _____.

6. Первый член геометрической прогрессии равен -729 , а второй член равен 243 . Найдите шестой член этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{(2a-1)(a+1) + (2a-1)(a-3) + 2a-2}{a-1}$ и

найдите его значение при $a = 250$.

Ответ: _____.

8. Укажите неравенство, которое имеет единственное решение.

1) $x^2 + 3x - 4 > 0$

2) $x^2 + 4x + 4 \leq 0$

3) $x^2 - 4x + 1 < 0$

4) $x^2 - 7x + 8 > 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой $AC = 10$ проведена медиана BM , $\cos \angle BMA = 0,28$ (см. рис. 182). Найдите катет AB .

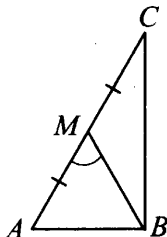


Рис. 182

Ответ: _____.

10. AB — диаметр окружности, $AB = 25$. CD — хорда, $CD \perp AB$ и CD пересекает AB в точке K , $AK = 9$. Найдите хорду CB (см. рис. 183).

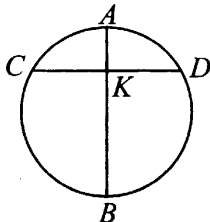


Рис. 183

Ответ: _____.

11. Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 (см. рис. 184).

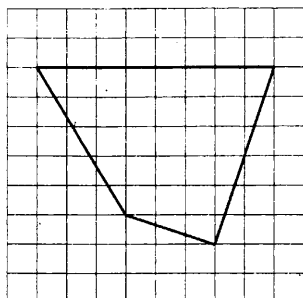


Рис. 184

Ответ: _____.

12. Найдите $\sin \angle ABO$ в треугольнике, изображённом на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 (см. рис. 185).

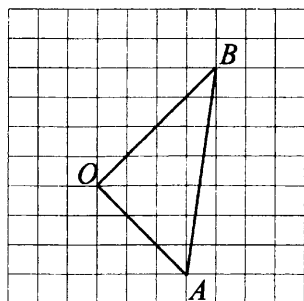


Рис. 185

Ответ: _____.

13. Укажите номера неверных утверждений.

1) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

2) Средняя линия треугольника равна половине той стороны, которую она не пересекает.

3) Внутренние углы при одной боковой стороне трапеции равны между собой.

4) У любых двух окружностей есть общая касательная.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Заказчик получил от нескольких фирм предложения по оплате за выполненную работу (в рублях за 1 м^2).

	Подготовка площадки	Приобретение тротуарной плитки	Укладка плитки
А	240	760	320
Б	260	700	350
В	250	720	330
Г	230	750	330

По сравнению с ценами, указанными в таблице, фирма А предоставляет скидку 3% на приобретение тротуарной плитки, фирма Б предоставляет скидку 4% на укладку плитки, фирма Г увеличивает стоимость подготовки площадки на 2%, фирма В оставляет все цены без изменений.

Укажите фирму, стоимость работ которой будет наименьшей.

- 1) А 2) Б 3) В 4) Г

Ответ:

15. На рисунке 186 представлен график изменения расстояния, пройденного автомобилем, в зависимости от времени нахождения в пути в течение рабочего дня. После какой стоянки пройдено наименьшее расстояние в течение последующего часа? В ответе укажите номер стоянки.

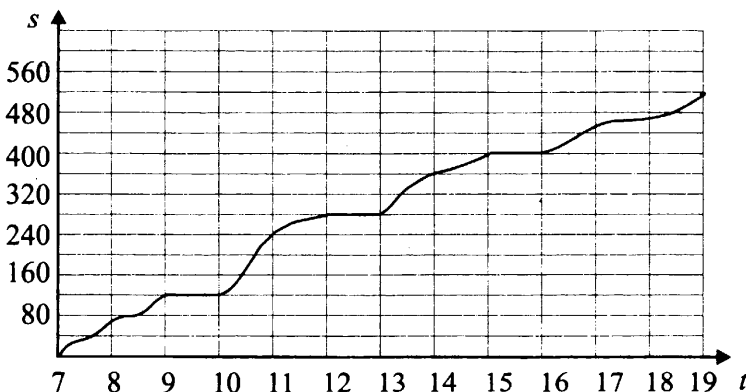


Рис. 186

Ответ: _____.

16. Цена мороженого в ларьке составляла 38 руб. После скидки мороженое продаётся по 30 руб. 40 коп. Сколько процентов составила скидка?

Ответ: _____.

17. Для покраски прямоугольной стены дома площадью 96 м^2 и длиной 8 м было принято решение использовать лестницу, так как в 5 м от неё находился бордюр, в который её можно было упереть (см. рис. 187). Какой длины (в метрах) необходимо приобрести лестницу, чтобы её верхний край совпал с верхним краем стены?

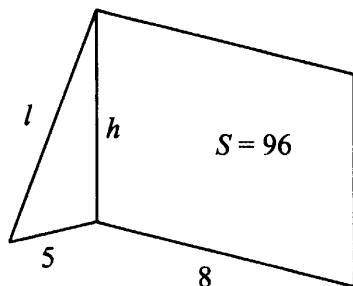


Рис. 187

Ответ: _____.

18. В одной из школ успеваемость обучающихся в первом и втором полугодиях изображают с помощью диаграмм и таблиц.

Укажите, на какой из диаграмм показана успеваемость в процентах во втором полугодии.

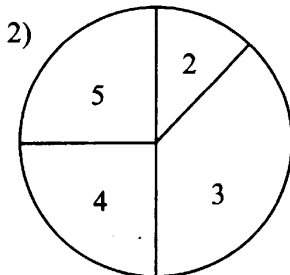
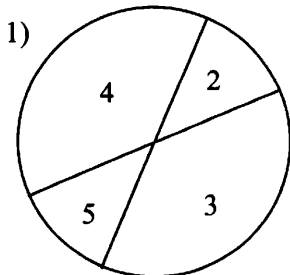
I полугодие

2	3	4	5
12,5	37,5	25	25

II полугодие

2	3	4	5
12,5	37,5	37,5	12,5

Диаграммы:



Ответ:

19. В «чёрном ящике» находятся 50 карточек с написанными на них числами от 1 до 50. На разных карточках числа разные. Какова вероятность того, что наугад извлечённой карточке будет написано двузначное число, у которого модуль разности цифр больше 5?

Ответ: _____.

20. Длина медианы m_a треугольника со сторонами a , b и c , проведённой к стороне a , находится по формуле $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

Найдите длину стороны a , если медиана равна 8,5 и две другие стороны равны 8 и 15.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x(x^2 + x - 12) = 5(x - 3)$.

22. Пассажир на дорогу из Ростова-на-Дону в Архангельск и обратно разными поездами затрачивает 80 часов. Указанные поезда, выехав одновременно из Ростова-на-Дону и Архангельска навстречу друг другу, встречаются через 19 часов 33 минуты. За какое время каждый из поездов проходит расстояние от Ростова-на-Дону до Архангельска?

23. а) Постройте график функции

$$y = \begin{cases} |x|, & \text{если } x < -1, \\ 2x^2 - 1, & \text{если } -1 < x < 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

б) При каких значениях c график функции $y = c$ пересекает график заданной функции в трёх точках?

Модуль «Геометрия»

24. В трапеции $ABCD$ основаниями являются AD и BC , $AB \perp AD$, $AD = 25$, $BC = 4$, угол между диагоналями AC и BD трапеции прямой. Найдите высоту трапеции.

25. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC ($AD > BC$) и боковыми сторонами AB и CD диагональ AC является биссектрисой угла A . Докажите, что DB является биссектрисой угла D .

26. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C , равен 2,5. Радиус окружности, расположенной внутри угла ACB , касающейся гипотенузы и продолжения катетов, равен 6. Найдите стороны треугольника ABC .

Вариант № 23

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,7 \cdot (-10)^5 + 3 \cdot (-10)^3 - 152$.

Ответ: _____.

2. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $a - c > t$?

- 1) $c < a - t$ 2) $c - a + t < 0$ 3) $c - t > a$ 4) $-c + a - t > 0$

Ответ:

3. Какому из следующих выражений равна дробь $\frac{3^n}{27}$?

1) $3^n - 3^3$

2) $3^{\frac{n}{3}}$

3) $\left(\frac{1}{9}\right)^n$

4) 3^{n-3}

Ответ:

4. При каком значении x разность выражений $7x + 11$ и $3x - 25$ равна 0?

Ответ: _____.

5. На рисунке 188 изображена функция вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения справедливы.

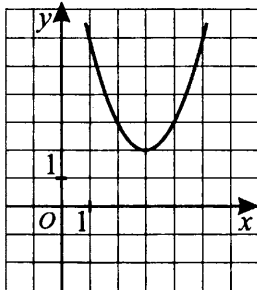


Рис. 188

УТВЕРЖДЕНИЯ

А) Функция возрастает на промежутке

Б) Функция убывает на промежутке

ПРОМЕЖУТКИ

1) $[1; 3,5]$

2) $[1; 3]$

3) $[2; 4]$

4) $[3,5; 4]$

Ответ:

А	Б

6. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = 5,2 - 4,6n$. Найдите a_8 .

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{6c^2} + \frac{1}{4c^2}\right) \cdot \frac{c^3}{10}$ при $c = 36$.

Ответ: _____.

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 - 11x + 88 > 0$

2) $x^2 - 11x - 88 < 0$

3) $x^2 - 11x - 88 > 0$

4) $x^2 - 11x + 88 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Периметр равнобедренного треугольника равен 150, а боковая сторона — 51. Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____.

10. В треугольнике ABC $AC = 45$, $BC = 5\sqrt{19}$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

Ответ: _____.

11. На стороне BC прямоугольника $ABCD$, у которого $AB = 35$ и $AD = 47$, отмечена точка F так, что $\angle FAB = 45^\circ$ (см. рис. 189). Найдите FD .

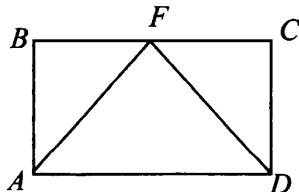


Рис. 189

Ответ: _____.

12. Найдите площадь многоугольника, изображённого на рисунке 190.

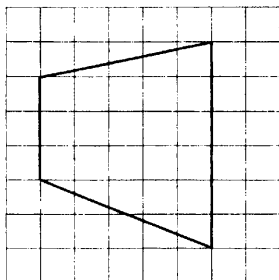


Рис. 190

Ответ: _____.

13. Укажите номера неверных утверждений.

1) Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.

2) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны друг другу.

3) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны друг другу.

4) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Для квартиры площадью 45 кв. м заказано напольное покрытие — линолеум. Стоимость работ по установке напольного покрытия приведена в таблице.

Вид покрытия	Цена (в руб.) за 1 кв. м (в зависимости от площади помещения)		
	до 20 кв. м	от 21 до 60 кв. м	свыше 60 кв. м
Линолеум	150	130	100
Ламинат	300	250	180

Какова стоимость заказа, если действует сезонная скидка в 6%?

Ответ: _____.

15. Температура тела у Андрея менялась с 6 до 20 часов, как показано на рисунке 191.

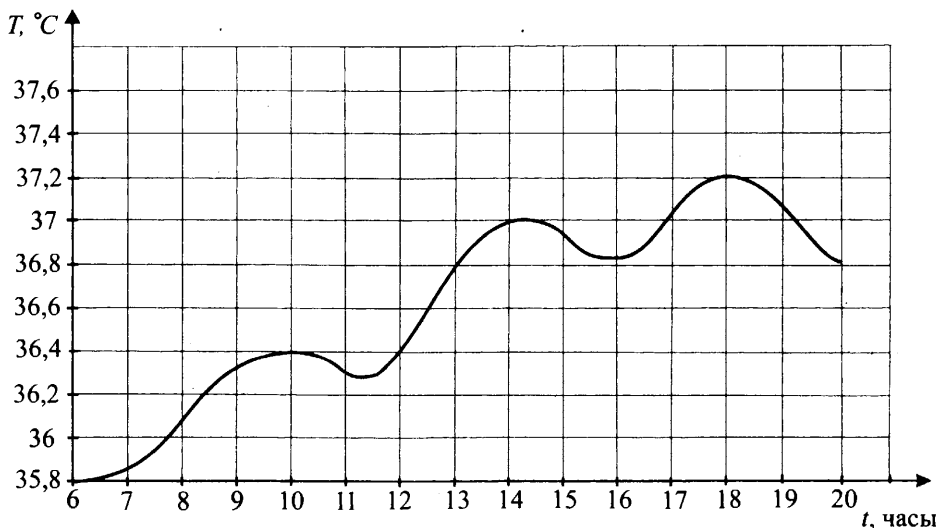


Рис. 191

По горизонтали указывается время суток (в часах), по вертикали — температура тела (в градусах Цельсия). Укажите наибольшую температуру (в градусах) за период с 12 ч до 16 ч.

Ответ: _____.

16. Абонентская плата за телефон составляет 220 р. в месяц. В следующем году она увеличится на 15%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?

Ответ: _____.

17. По заказу мастер должен изготовить шаблон прямоугольной формы с одной диагональной перемычкой. Найдите ширину заготовки (в см), если её длина равна 10 см, а диагональ равна 12,5 см (см. рис. 192).

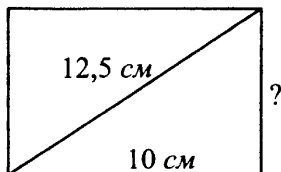


Рис. 192

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 193) показано распределение угодий у двух фермеров. Каждый из них имеет в своём распоряжении ровно 10 га земли. Сколько гектаров занимает сад у первого фермера?

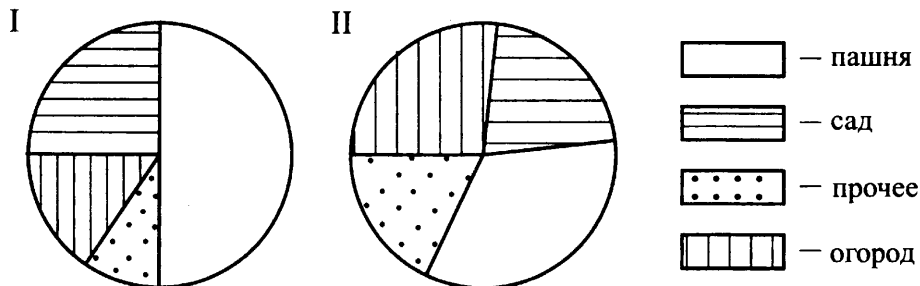


Рис. 193

1) 9

2) 5

3) 2,5

4) 1,5

Ответ:

19. В магазине игрушек продаётся 100 шариков, из них 27 — синие, 43 — белые, 8 — красные, ещё есть жёлтые и зелёные, их поровну. Найдите вероятность того, что Саша наугад возьмёт зелёный или белый шарик.

Ответ: _____.

20. Мощность P постоянного тока (в ваттах) можно вычислить по формуле $P = I^2 R$, где R — сопротивление (в омах), I — сила тока (в амперах). Пользуясь этой формулой, определите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 486 Вт, а сила тока равна 4,5 А.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(3x - 7)^2 (x + 5) = (3x - 7) (x + 5)^2$.

22. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 75 км/ч, за 30 секунд проезжает мимо велосипедиста, едущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 12 км/ч. Найдите длину поезда в метрах.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} 3 - x, & \text{если } x < -2, \\ 0,5x + 4,5, & \text{если } -2 \leq x \leq 4, \\ 12,5 - 1,5x, & \text{если } x > 4. \end{cases}$

При каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с этим графиком ровно 2 общие точки?

Модуль «Геометрия»

24. Углы K и N треугольника PKN равны соответственно 74° и 61° . Найдите KN , если диаметр окружности, описанной около треугольника PKN , равен 18.

25. В трапеции $ABCD$ точки M и N — середины оснований BC и AD соответственно. Докажите, что площади трапеций $ABMN$ и $DCMN$ равны.

26. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении $18 : 7$, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 21.

Вариант № 24

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,8 \cdot (-5)^3 + 0,4 \cdot (-5)^2 + 83$.

Ответ: _____.

2. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $c - t > -k$?

1) $-c - k + t < 0$ 2) $c > -k + t$ 3) $c + k - t < 0$ 4) $k > t - c$

Ответ:

3. Какому из следующих выражений равна дробь $\frac{5^n}{25}$?

1) $5^n - 5^2$

2) $5^{\frac{n}{2}}$

3) 5^{n-2}

4) $\left(\frac{1}{5}\right)^n$

Ответ:

4. При каком значении x разность выражений $3x - 16$ и $x - 41$ равна 0?

Ответ: _____.

5. На рисунке 194 изображена функция вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения справедливы.

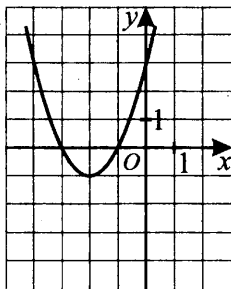


Рис. 194

УТВЕРЖДЕНИЯ

А) Функция возрастает на промежутке

Б) Функция убывает на промежутке

ПРОМЕЖУТКИ

1) $[-4; -2]$

2) $[-3; -1]$

3) $[-1,5; 0]$

4) $[-4; 0]$

Ответ:

А	Б

6. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = 1,8 + 8,2n$. Найдите a_7 .

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{16a} + \frac{1}{8a}\right) \cdot \frac{a^2}{3}$ при $a = 8$.

Ответ: _____.

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 - 9x - 64 > 0$

2) $x^2 - 9x - 64 < 0$

3) $x^2 - 9x + 64 > 0$

4) $x^2 - 8x + 64 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Периметр равнобедренного треугольника равен 288, а основание — 140. Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____.

10. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 12,5, а один из его катетов равен 20. Найдите другой катет этого треугольника.

Ответ: _____.

11. На стороне NP прямоугольника $MNPК$ (см. рис. 195), у которого $MК = 41$ и $MN = 21$, отмечена точка A так, что $\angle MAN = 45^\circ$. Найдите AK .

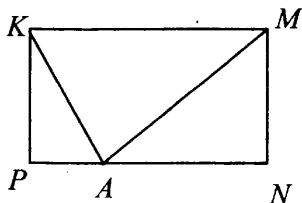


Рис. 195

Ответ: _____.

12. Найдите площадь многоугольника, изображённого на рисунке 196.

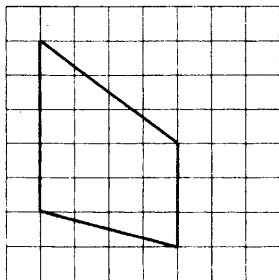


Рис. 196

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.

2) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.

3) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.

4) В любой прямоугольный треугольник можно вписать окружность.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Для квартиры площадью 75 кв. м заказано напольное покрытие — ламинат. Стоимость работ по установке напольного покрытия приведена в таблице.

Вид покрытия	Цена (в руб.) за 1 кв. м (в зависимости от площади помещения)		
	до 20 кв. м	от 21 до 60 кв. м	свыше 60 кв. м
Линолеум	150	130	100
Ламинат	300	250	180

Какова стоимость заказа, если действует сезонная скидка в 8%?

Ответ: _____.

15. На рисунке 197 изображён график изменения температуры горячей воды в кране в зависимости от времени суток 8 марта 2015 года. По горизонтали указывается время суток (в часах), по вертикали — температура (в градусах Цельсия). Определите разницу температур в 4 часа и в 19 часов. Ответ укажите в градусах Цельсия.

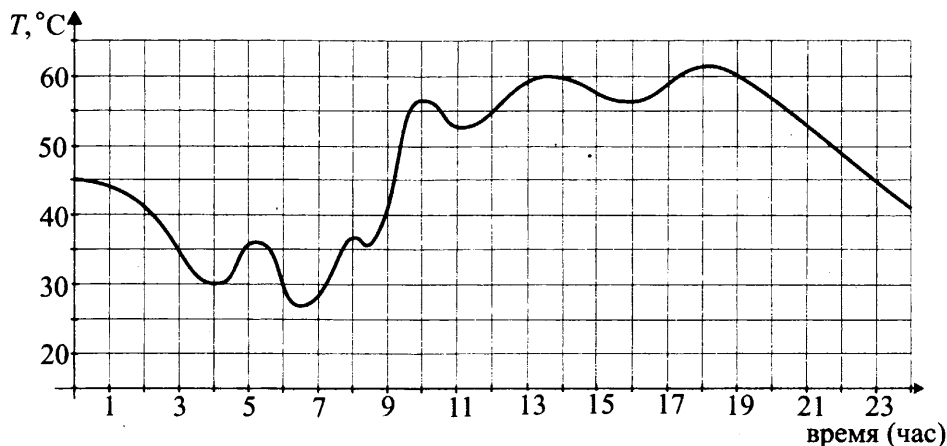


Рис. 197

Ответ: _____.

16. Плата Марии Сергеевны за коммунальные услуги составляет 4500 р. в месяц. В следующем году она увеличится на 18%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно Марии Сергеевне за коммунальные услуги в следующем году?

Ответ: _____.

17. Пожарную лестницу длиной 8,5 м приставили к окну третьего этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 1,3 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 198) показано распределение банок с вареньем по двум погребам. В каждом погребе хранится ровно 400 банок. Сколько примерно банок вишнёвого варенья находится во втором погребе?

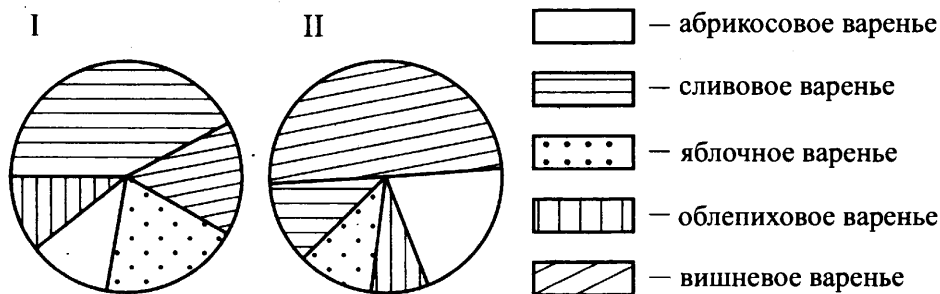


Рис. 198

1) 200

2) 100

3) 50

4) 25

Ответ:

19. В магазине канцтоваров продаётся 200 линеек, из них 25 — красные, 38 — зелёные, 57 — синие, ещё есть жёлтые и белые, их поровну. Найдите вероятность того, что Женя наугад возьмёт зелёную или белую ручку.

Ответ: _____.

20. Мощность P постоянного тока (в ваттах) можно вычислить по формуле $P = I^2 R$, где R — сопротивление (в омах), I — сила тока (в амперах). Пользуясь этой формулой, определите силу тока (в амперах), если мощность составляет 236,6 Вт, а сопротивление R равно 35 Ом.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(x - 4)^2(x + 10) = 15(x - 4)$.

22. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют электричка и товарный поезд, скорости которых равны соответственно 55 км/ч и 25 км/ч. Длина товарного поезда равна 1600 метрам. Найдите длину электрички, если время, за которое она прошла мимо товарного поезда, равно 4,5 минутам.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x - 3, & \text{если } x < -2, \\ -2,5x - 5,5, & \text{если } -2 \leq x \leq 0, \\ 1,5x - 5,5, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

При каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с этим графиком ровно 2 общие точки?

Модуль «Геометрия»

24. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 5 : 7 : 8. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон треугольника равна 12.

25. Точка X — середина боковой стороны KL трапеции $KLMN$. Докажите, что площадь треугольника XMN равна половине площади трапеции.

26. Медиана QY и биссектриса PX треугольника PQR пересекаются в точке Z , длина стороны PR относится к длине стороны PQ как 24 : 7. Найдите отношение площади треугольника PQZ к площади четырёхугольника $YZXR$.

Вариант № 25

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{3}{5} + 2,15$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой отмечена точка M (см. рис. 199). Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка M ?



Рис. 199

1) 3,5

2) $\frac{57}{8}$ 3) $\sqrt{5}$

4) 5

Ответ:

3. Значение какого из выражений является целым числом?

1) $\sqrt{10}$ 2) $\frac{15}{2}$

3) 6

4) 4,(5)

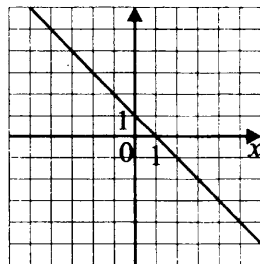
Ответ:

4. Решите уравнение $4x + 3 = 12$.

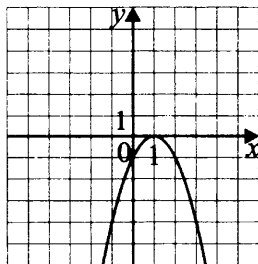
Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 200) и формулами, которые их задают.

А)



Б)



В)

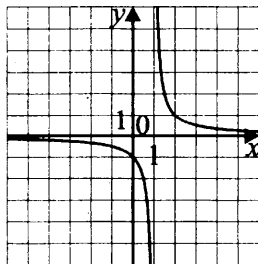


Рис. 200

1) $y = -(x - 1)^2$

2) $y = -x + 1$

3) $y = \frac{1}{x - 1}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

А	Б	В

6. В последовательности чисел первое число равно 8, а каждое следующее меньше предыдущего на два. Найдите одиннадцатое число.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{y^2}{x - y} \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right)$ и найдите его значение при $x = 1,1$, $y = 121$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x + 3,8 \leq 0, \\ x + 6 \geq 2. \end{cases}$$

На какой из координатных прямых (см. рис. 201) изображено множество её решений?

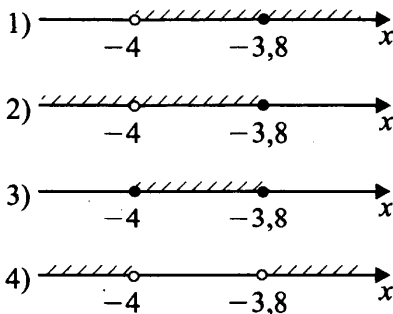


Рис. 201

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC $\angle A = 72^\circ$, $\angle B = 91^\circ$. Точка K лежит на продолжении стороны AC (см. рис. 202). Найдите угол BCK . Ответ дайте в градусах.

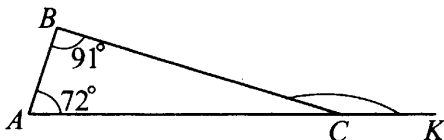


Рис. 202

Ответ: _____.

10. Найдите длину отрезка касательной, проведённой к окружности из точки A , если расстояние от точки A до центра O окружности равно 15, а радиус окружности равен 9 (см. рис. 203).

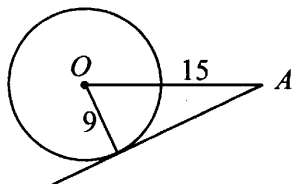


Рис. 203

Ответ: _____.

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 204.

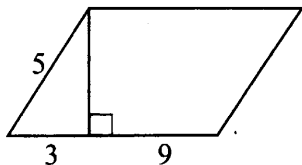


Рис. 204

Ответ: _____.

12. В треугольнике ABC угол C прямой, $AB = 10$, синус угла B равен 0,8. Найдите AC .

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Высоты ромба равны.
- 2) В параллелограмме диагональ является биссектрисой угла.
- 3) Хорда окружности всегда длиннее её радиуса.
- 4) Точка пересечения высот треугольника лежит внутри треугольника.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. По статистике один россиянин за год съедает 75 килограммов мяса.

Сергей Андреевич за год съел 70 кг мяса.

Какое из следующих утверждений верно?

1. Более 91% жителей России в среднем за год съедает более 75 кг мяса.
2. Менее 91% жителей России в среднем за год съедает более 75 кг мяса.
3. Найдётся житель России, который в среднем съедает более 75 кг мяса.
4. 50% жителей России в среднем за год съедает 75 кг мяса.

Ответ:

15. На рисунке 205 показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

16. Железнодорожный билет для взрослого стоит 1480 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 14 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

Ответ: _____.

17. Наклонная балка поддерживается тремя вертикальными столбами, находящимися на равном расстоянии друг от друга. Длины самого большого и среднего столбов равны 1 м и 80 см соответственно. Найдите длину меньшего столба. Ответ запишите в сантиметрах.

Ответ: _____.

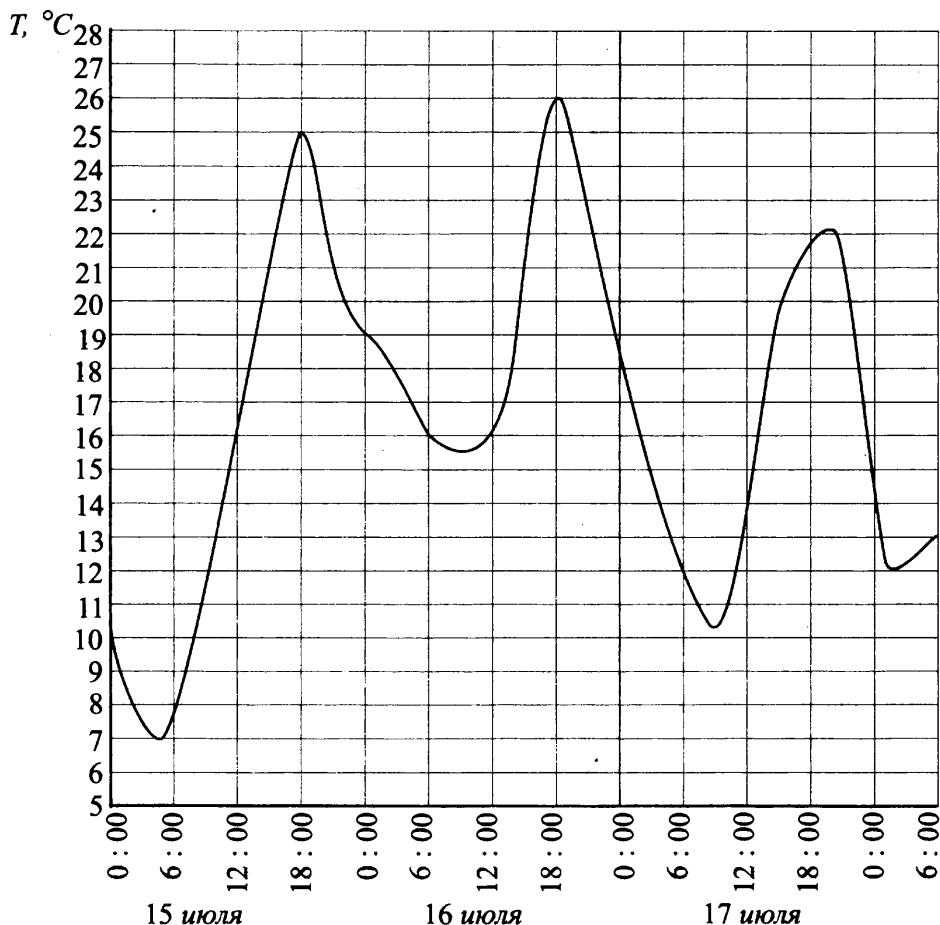


Рис. 205

18. На школьной клумбе высажены розы, гвоздики, нарциссы и тюльпаны. На круговой диаграмме (см. рис. 206 на с. 165) показано их количественное соотношение.

Какие из утверждений относительно количества представленных растений верны, если всего посажено 120 растений?

- 1) Количество роз и гвоздик примерно равно 70.
- 2) 25% от общего числа растений составляют нарциссы и тюльпаны.
- 3) Более половины растений составляют розы и нарциссы.
- 4) Нарциссы составляют примерно двенадцатую часть всех растений.

Ответ: _____.

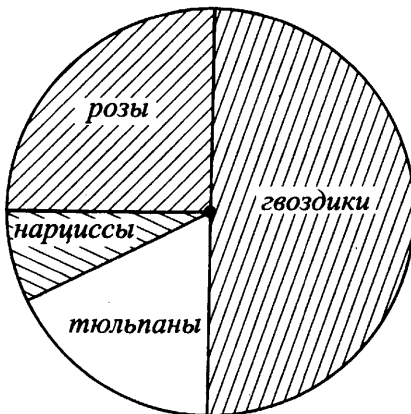


Рис. 206

19. В мешочке с бочонками для игры в лото осталось 3 бочонка с однозначными номерами и 7 бочонков с двузначными номерами. Катя наугад достаёт один бочонок. Какова вероятность, что номер на нём окажется однозначным?

Ответ: _____.

20. Конечная скорость v тела, двигающегося равноускоренно, при условии, что его начальная скорость $v_0 = 0$, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2aS}$, где a — ускорение, S — перемещение. Найдите ускорение тела, конечная скорость которого равна 3 м/с, а перемещение — 18 м. Ответ запишите в м/с².

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{98^{m-3}}{2^{m-4} \cdot 7^{2m-7}}$.

22. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 84 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 48 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 5 ч. 36 мин. позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

23. Постройте график функции $y = |2x + 1| - |2x - 3|$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Вычислите периметр трапеции, боковые стороны которой 40 и 25, высота 24, одно из оснований равно 10, а углы при другом основании острые.

25. В параллелограмме $ABCD$ K — точка пересечения биссектрис углов A и D . Известно, что точка K принадлежит стороне BC . Докажите, что треугольник AKD прямоугольный.

26. Основание треугольника равно 15 см, а боковые стороны 13 и 14 см. Высота, проведённая к основанию, разделена в отношении 1 : 3 (считая от вершины), и через точку деления проведена прямая, параллельная основанию. Эта прямая делит исходный треугольник на две части — треугольник и трапецию. Найдите площадь полученной при этом трапеции.

Вариант № 26

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{3}{8} + 0,125$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 207) отмечена точка M .

Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка M ?

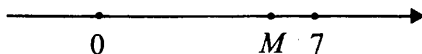


Рис. 207

1) $\frac{175}{12}$

2) $\frac{3}{8}$

3) $\sqrt{39}$

4) 3

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\frac{\sqrt{225}}{4}$

2) $\sqrt{3} - 2$

3) $\frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2}$

4) $5\sqrt{7}$

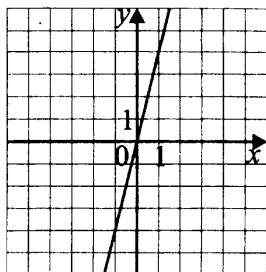
Ответ:

4. Решите уравнение $4x - 3 = 13$.

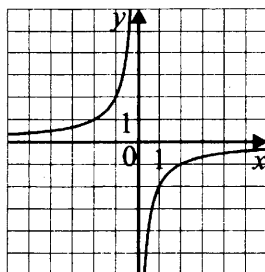
Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 208) и формулами, которые их задают.

А)



Б)



В)

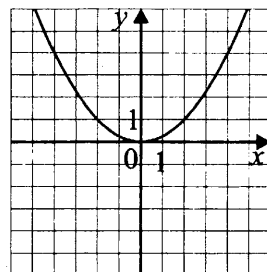


Рис. 208

1) $y = -\frac{2}{x}$

2) $y = \frac{x^2}{4}$

3) $y = 4x$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

A	Б	В

6. В последовательности чисел первое число равно 5, а каждое следующее меньше предыдущего на четыре. Найдите четырнадцатое число.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{x^2}{x-y} \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right)$ и найдите его значение при $y = 0,4$, $x = 0,5$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x - 5,2 \leq 0, \\ x - 6 \geq -2. \end{cases}$$

На какой из координатных прямых (см. рис. 209) изображено множество её решений?

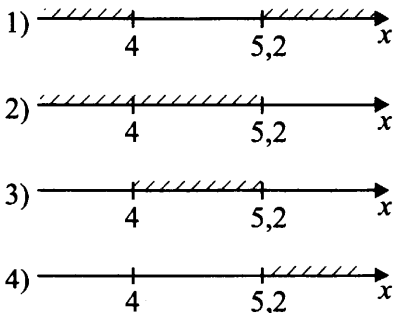


Рис. 209

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC $\angle A = 68^\circ$, $\angle B = 100^\circ$. Точка K лежит на продолжении стороны AC . Найдите угол BCK . Ответ дайте в градусах.

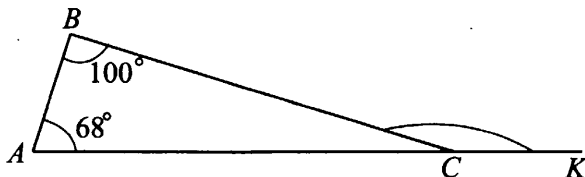


Рис. 210

Ответ: _____.

10. Длина отрезка касательной, проведённой к окружности из точки A , равна 8, а расстояние от точки A до центра O окружности равно 10 (см. рис. 211). Найдите радиус окружности.

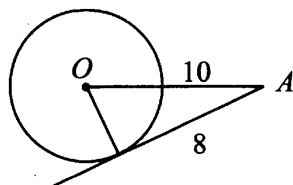


Рис. 211

Ответ: _____.

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 212.

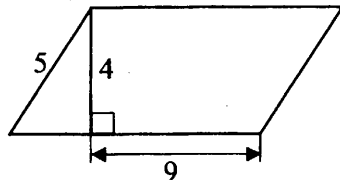


Рис. 212

Ответ: _____.

12. В треугольнике ABC угол C – прямой, $AB = 10$, синус угла A равен 0,8. Найдите BC .

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

1) Точка, принадлежащая высоте треугольника, равноудалена от вершин треугольника.

2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.

3) Диагонали прямоугольника являются биссектрисами углов.

4) Угол между касательной и хордой, проведённой в точку касания, измеряется дугой, заключённой между ними.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Стиральная машина в среднем потребляет 50 литров воды за стирку. Машина Анны Ивановны потребляет 53 л воды за стирку.

Какое из следующих утверждений верно?

1. Более 75% стиральных машин потребляют более 50 литров воды за стирку.

2. Обязательно найдётся стиральная машина, потребляющая менее 50 литров воды за стирку.

3. Обязательно найдётся стиральная машина, потребляющая 50 литров воды за стирку.

4. Менее 20% стиральных машин потребляют менее 50 литров воды за стирку.

Ответ:

15. На рисунке 213 (с. 171) показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 22 января.

Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

16. Железнодорожный билет для взрослого стоит 1520 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 12 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

Ответ: _____.

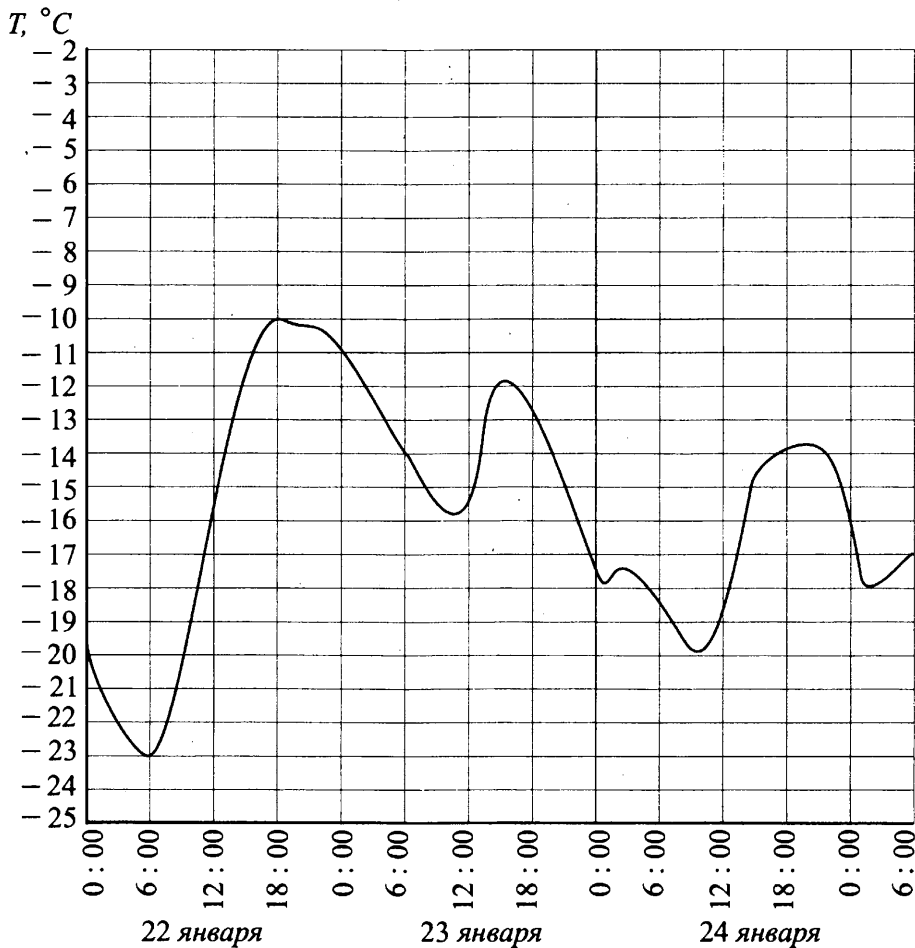


Рис. 213

17. Наклонная балка поддерживается тремя вертикальными столбами, находящимися на равном расстоянии друг от друга. Длины самого большого и среднего столбов равны 1 м и 60 см соответственно. Найдите длину меньшего столба. Ответ запишите в сантиметрах.

Ответ: _____.

18. На школьной клумбе высажены розы, гвоздики, нарциссы и тюльпаны. На круговой диаграмме (см. рис. 214) показано их количественное соотношение.

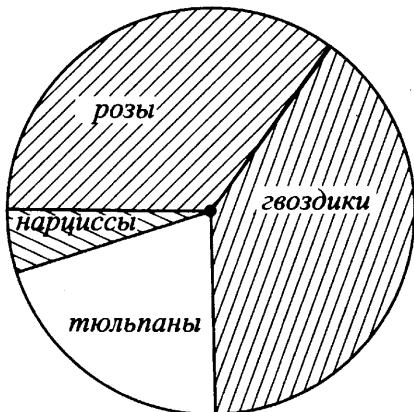


Рис. 214

Какие из утверждений относительно количества представленных растений верны, если всего посажено 120 растений?

- 1) Количество роз примерно равно 45.
- 2) Гвоздик высажено меньше, чем нарциссов.
- 3) Тюльпаны составляют примерно шестую часть всех высаженных растений.
- 4) Менее 15% всех растений составляют нарциссы.

Ответ: _____.

19. В мешочке с бочонками для игры в лото осталось 3 бочонка с однозначными номерами и 7 бочонков с двузначными номерами. Катя наугад достаёт один бочонок. Какова вероятность, что номер на нём окажется двузначным?

Ответ: _____.

20. Конечная скорость v тела, движущегося равноускоренно, при условии, что его начальная скорость $v_0 = 0$, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2aS}$, где a — ускорение, S — перемещение. Найдите ускорение тела, конечная скорость которого равна 2 м/с, а перемещение — 16 м. Ответ запишите в м/с².

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{98^{m+4}}{2^{m+3} \cdot 7^{2m+7}}$.

22. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 112 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 48 км больше, чем велосипедист. Определите скорость автомобилиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 7 ч 28 мин раньше велосипедиста. Ответ дайте в км/ч.

23. Постройте график функции $y = |2x + 4| - |2x - 3|$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Вычислите периметр трапеции, боковые стороны которой 40 и 25, высота 24, одно из оснований равно 10, и один из углов, прилежащих к этому основанию острый, а другой тупой.

25. В трапецию $ABCD$ с основаниями BC и AD вписана окружность с центром в точке O . Докажите, что $\angle AOB = 90^\circ$.

26. Основание треугольника равно 15 см, а боковые стороны 13 см и 14 см. Высота, проведённая к основанию, разделена в отношении 2 : 1 (считая от вершины), и через точку деления проведена прямая, параллельная основанию. Эта прямая делит исходный треугольник на две части — треугольник и трапецию. Найдите площадь полученной при этом трапеции.

Вариант № 27

Часть I

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{2^8 \cdot 4^{-2}}{2^3} + 8$.

Ответ: _____.

2. Одна из точек на координатной прямой соответствует числу $\sqrt{24} + 1$ (см. рис. 215). Какая это точка?

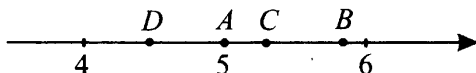


Рис. 215

1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\sqrt{3} - 1$ 2) $(\sqrt{8})^2$ 3) $(\sqrt{3} - 1)^2$ 4) $\sqrt{10} - \sqrt{6}$

Ответ:

4. Решите уравнение $2(x^2 + 1) - 4x = 0$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

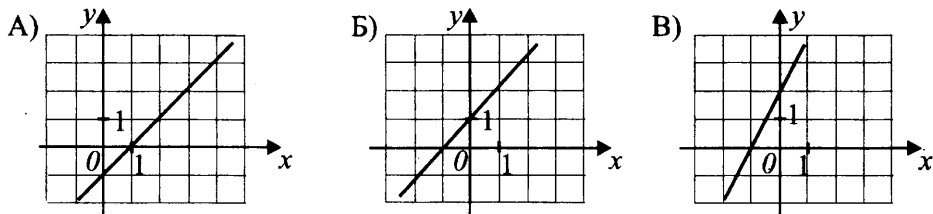


Рис. 216

1) $y = x - 1$ 2) $y = x + 1$ 3) $y = 2x - 2$ 4) $y = 2x + 2$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность (a_n) задана выражением $a_{n+1} = a_n + 3$. Найдите a_{11} , если $a_1 = -2$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - b^2}{2a - 2b} - a$ при $a = 5$, $b = 7$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} -4 \cdot x \leq 2, \\ 6 \cdot x - 3 \geq -1 \end{cases}$ и определите, на какой из координатных прямых (см. рис. 217) изображено множество её решений.

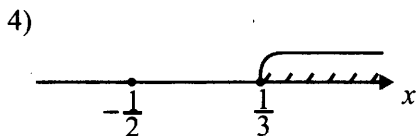
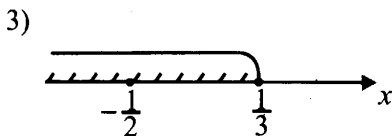
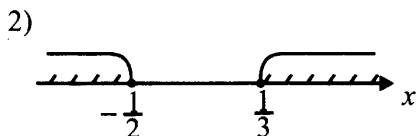
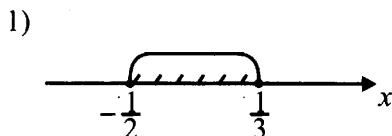


Рис. 217

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В параллелограмме $ABCD$ к стороне BC проведена высота DK (см. рис. 218). Угол CDK равен 22° . Найдите величину угла BAD . Ответ дайте в градусах.

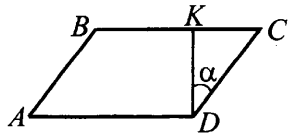


Рис. 218

Ответ: _____.

10. В окружности с центром в точке O из точки A окружности проведены две хорды, пересекающие её в точках B и C (см. рис. 219). Чему равен угол CAB , если $\angle CBO = 55^\circ$?

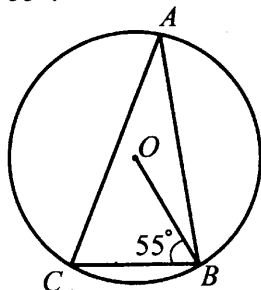


Рис. 219

Ответ: _____.

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 220.

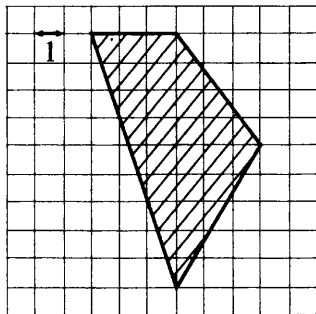


Рис. 220

Ответ: _____.

12. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 9$ и $BC = 3$ сторона $AB = 5$ (см. рис. 221). Найдите $\cos \angle BAD$.

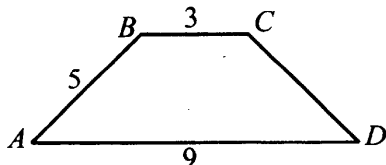


Рис. 221

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) В прямоугольном треугольнике тангенс одного из углов равен 0.
- 2) Углы при основании равнобедренной трапеции равны.
- 3) Сумма углов треугольника равна 180° .
- 4) Угол между диагоналями прямоугольника равен 90° .

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлено расписание электричек из города *A* в город *B*. Эти электрички бывают двух типов — экспресс и обычные. В какое время путешественник прибудет в город *B*, если из города *A* он выехал в 14:20, и известно, что экспресс-электричка тратит на этот путь 1 час, а обычная — 1 ч 25 минут?

	Эл. 1 экспресс	Эл. 2 экспресс	Эл. 3	Эл. 4	Эл. 5	Эл. 6 экспресс
Время отбытия	8 ⁵⁰	10 ¹⁰	12 ²⁵	14 ²⁰	16 ⁵⁰	18 ³⁰

1) 14⁵⁰

2) 15⁴⁵

3) 16⁴⁵

4) 15²⁵

15. На графике на рисунке 222 показано изменение температуры воздуха в городе *N* в течение трёх дней февраля. Исходя из приведённых данных, найдите разницу между наибольшей и наименьшей температурами 10 февраля.

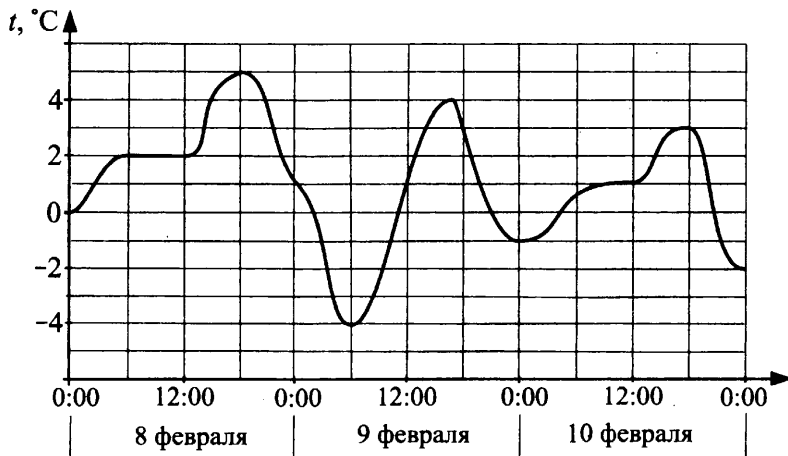


Рис. 222

Ответ: _____.

16. В магазине в период распродажи костюм подешевел сначала на 25%, а потом дополнительно ещё на 10%. Сколько рублей стал стоить костюм, если до начала распродажи он стоил 2000 рублей?

Ответ: _____.

17. Лестница состоит из 6 ступенек шириной 40 см и высотой 30 см каждая (см. рис. 223). Найдите длину перил этой лестницы (в метрах).

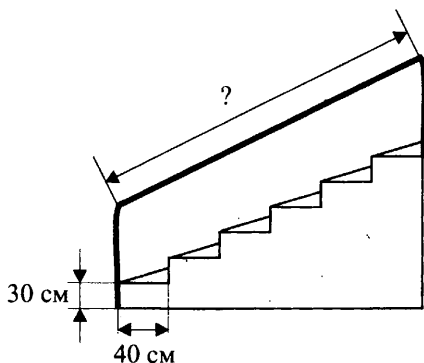


Рис. 223

Ответ: _____.

18. В шахматный кружок ходят школьники 5–8 классов. Данные о количестве школьников, посещающих кружок, представлены на круговой диаграмме.

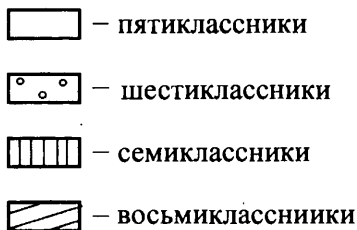
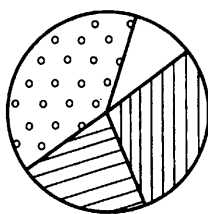


Рис. 224

Какие из утверждений относительно участников кружка верны, если всего его посещают 32 школьника?

- 1) Пятиклассники составляют не менее 10% от всех участников кружка.
- 2) Шестиклассников меньше, чем семиклассников.
- 3) Семиклассников и восьмиклассников вместе более 14 человек.
- 4) Каждый второй участник кружка учится в шестом классе.

Ответ: _____.

19. Девочка составила из кубиков слово «КУКЛА». Найдите вероятность того, что на кубике, выбранном случайным образом из представленных, будет написана буква «К».

Ответ: _____.

20. Сопротивление R электрической цепи, состоящей из трёх соединённых последовательно резисторов сопротивлениями R_1 , R_2 и R_3 соответственно, рассчитывается по формуле $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$. Найдите по этой формуле сопротивление цепи, состоящей из трёх последовательно соединённых резисторов сопротивлением 6 Ом каждый.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{12^{n-5}}{3^{n-6} \cdot 2^{2n-9}}$.

22. На изготовление 80 деталей ученик тратит времени на 2 часа больше, чем мастер тратит на изготовление 40 деталей. Найдите, за сколько часов мастер и ученик, работая вместе, сделают 270 таких деталей, если известно, что в час мастер делает на 6 деталей больше, чем ученик.

23. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 4)}{x^2 - 4x + 4}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = k$ будет пересекать построенный график только в одной точке.

Модуль «Геометрия»

24. Высоты параллелограмма равны 4 и 3. Найдите градусную меру его острого угла, если периметр параллелограмма равен 28.

25. Касательные к окружности в точках A и B пересекаются в точке C (см. рис. 225). Докажите, что $CA = CB$.

26. В ромбе $ABCD$, синус острого угла которого равен 0,6, проведена высота DK . Найдите синус угла между большей диагональю DB и высотой DK .

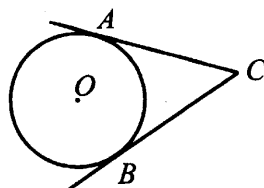


Рис. 225

Вариант № 28

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{10^3 \cdot 10^{-5}}{10^{-4}} + 10$.

Ответ: _____.

2. Одна из точек на координатной прямой соответствует числу $\sqrt{18} - 2$ (см. рис. 226). Какая это точка?

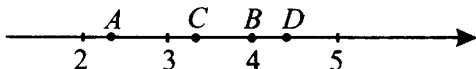


Рис. 226

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $(\sqrt{1} - \sqrt{3})(\sqrt{1} + \sqrt{3})$

2) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{7})$

3) $(\sqrt{11})^3$

4) $\sqrt{11} - \sqrt{2}$

Ответ:

4. Решите уравнение $(x - 1) + 2x^2 = 0$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 227) и формулами, которые их задают.

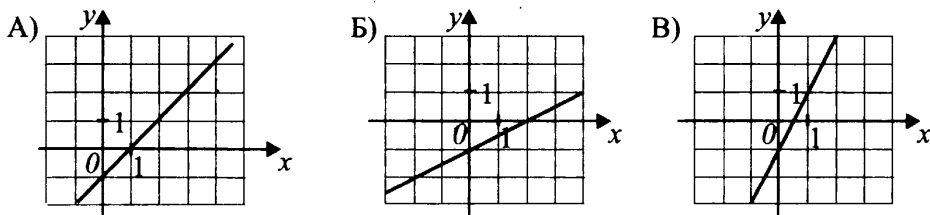


Рис. 227

- 1) $y = x - 1$ 2) $y = 0,5x - 1$ 3) $y = 2x - 1$ 4) $y = x + 1$

Ответ:

A	Б	В

6. Последовательность задана условиями: $a_1 = 5$, $a_{n+1} = a_n - 2$. Найдите a_9 .

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{a \cdot (a - b)}{b^2 - a^2} - \frac{b}{a + b}$ и найдите его значение при $a = -2$, $b = 6$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x + 5 \leq 9, \\ 5 \cdot x - 4 < 2 \end{cases}$ и определите, на какой из координатных прямых (см. рис. 228) изображено множество её решений.

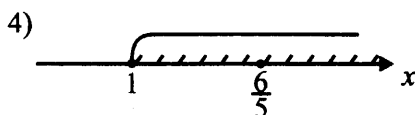
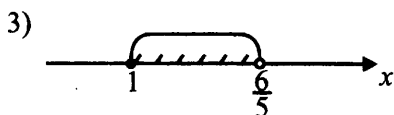
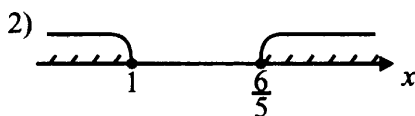
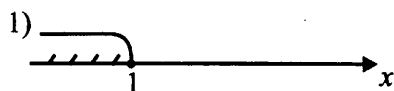


Рис. 228

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В ромбе $ABCD$ проведена диагональ AC . Найдите величину тупого угла ABC , если угол CAD равен 28° .

Ответ: _____.

10. В окружности с центром в точке O проведены два диаметра AB и KM (см. рис. 229). Найдите градусную меру угла KMB , если $\angle AOK = 80^\circ$.

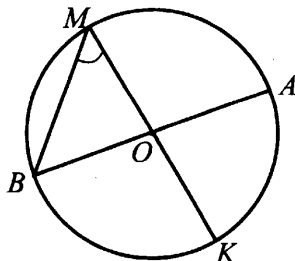


Рис. 229

Ответ: _____.

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 230.

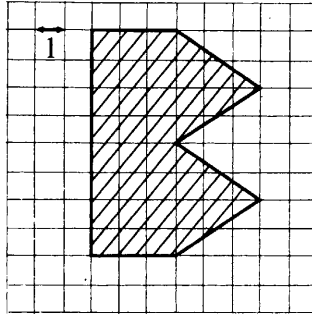


Рис. 230

Ответ: _____.

12. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 17$ и $BC = 12$ боковые стороны $BA = 12$, $CD = 13$ (см. рис. 231). Найдите $\operatorname{tg} \angle ADC$.

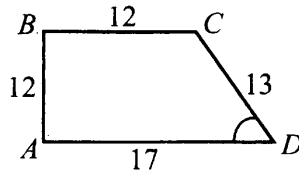


Рис. 231

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
- 2) Если угол равен 70° , то смежный с ним равен 110° .
- 3) Диагонали параллелограмма делят его углы пополам.
- 4) Около любого треугольника можно описать не более одной окружности.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Путешественнику нужно доехать из города A в город B с остановкой в городе C . В таблице представлено расписание автобусов, осуществляющих перевозки между этими городами. Известно, что из города A в город C автобус идёт 1 час 45 минут, а из C в B — 2 ч 30 минут. Найдите, когда путешественник прибудет в город B , если из города A он выехал в 9:30, а в городе C пробыл 2 ч 45 минут.

Из A в C	9 ³⁰	10 ²⁰	11 ⁵⁰	13 ³⁰	15 ²⁵	17 ¹⁰
Из C в B	7 ⁵⁰	10 ⁰⁵	12 ²⁰	14 ⁰⁰	16 ⁰⁵	18 ³⁰

- 1) 14⁵⁰ 2) 12³⁵ 3) 14⁴⁵ 4) 16³⁰

Ответ:

15. На графике на рисунке 232 отражено изменение температуры воздуха в городе N в течении трёх дней июля. Исходя из приведённых данных, определите максимальную температуру воздуха в промежутке времени от 6 часов утра 8 июля до 6 часов вечера 9 июля.

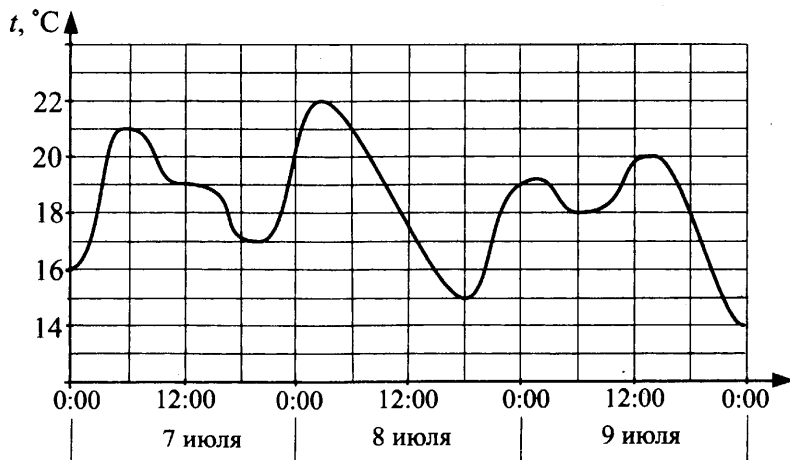


Рис. 232

Ответ: _____.

16. В магазине мобильный телефон подорожал сначала на 10%, а потом ещё на 20%. Найдите, сколько стал стоить мобильный телефон, если до первого подорожания он стоил 3000 рублей.

Ответ: _____.

17. От отеля к морю ведёт лестница, состоящая из 50 ступенек, шириной 24 см каждая (см. рис. 233). Найдите высоту каждой ступеньки (в см), если известно, что сам спуск длиной 15 м.

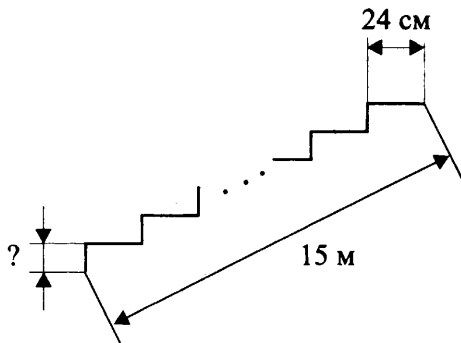


Рис. 233

Ответ: _____.

18. Завуч подвёл итоги контрольной работы по математике в 8-х классах. Результаты представлены на диаграмме.

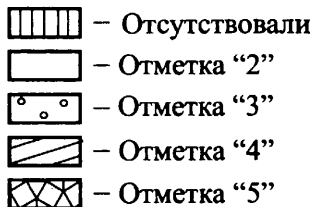
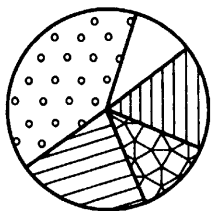


Рис. 234

Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы верны, если всего в школе 80 восьмиклассников?

- 1) Более половины восьмиклассников получили отметку «3».
- 2) Каждый третий восьмиклассник получил отметку «4».
- 3) Не пришли на контрольную или получили отметку «2» примерно 20 восьмиклассников.
- 4) Отметку «4» или «5» получили больше 20 учащихся.

Ответ: _____.

19. На экзамене 20 билетов, а студент не выучил 5 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

20. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 \cdot R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите силу тока I (в амперах), если мощность равна 250 ватт, а сопротивление составляет 10 Ом.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{100^{n-3}}{5^{2n-4} \cdot 2^{2n-8}}$.

22. За 1 час опытный рабочий изготавливает на 4 детали больше, чем молодой. За сколько часов они, работая вместе, изготовят 224 детали, если опытный рабочий делает 40 деталей на час быстрее, чем молодой рабочий изготавливает 30 деталей?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 9)}{x^2 - 6x + 9}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = k$ будет пересекать построенный график только в одной точке.

Модуль «Геометрия»

24. Найдите тангенс острого угла параллелограмма, если его высоты равны 3 и 6, а периметр 30.

25. Через точку D окружности проведена касательная, пересекающая продолжение хорды AB в точке E . Докажите, что верно равенство $DE^2 = AE \cdot BE$.

26. В ромбе $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O , а высота, проведённая из точки D , пересекает большую диагональ в точке E . Найдите длину DE , если известно, что площадь ромба равна 20, а косинус острого угла $\frac{3}{5}$.

Вариант № 29

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $4 \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 39$.

Ответ: _____.

2. На координатной (см. рис. 235) прямой отмечены числа a и b .

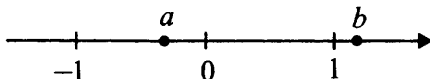


Рис. 235

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $a - b$

2) $b - a$

3) $2a$

4) $b - 1$

Ответ:

3. Значение какого из выражений является числом рациональным?

1) $(\sqrt{3})^3$

2) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

3) $(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} + 1)$

4) $-(\sqrt{7} + 1)(1 - \sqrt{7})$

Ответ:

4. Найдите корни уравнения $x^2 - 3x - 40 = 0$. В ответе запишите наибольший корень.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 236) и формулами, которые их задают.

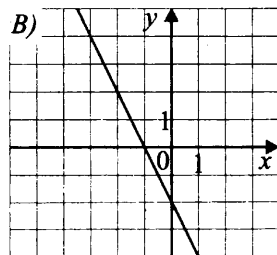
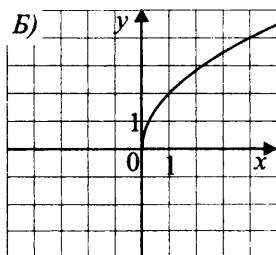
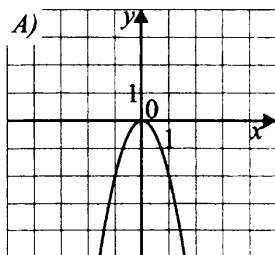


Рис. 236

1) $y = 2\sqrt{x}$

2) $y = \sqrt{2x}$

3) $y = -2x^2$

4) $y = -2x - 2$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия 3; 3,5; 4. Найдите сумму её первых одиннадцати членов.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(2 - b)^3 - b^2(6 - b)$, найдите его значение при $b = 0,75$. В ответ запишите получившееся число.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} x + 5 \geq 2, \\ 19 - 4x > 0. \end{cases}$

На какой из координатных прямых (см. рис. 237) изображено множество её решений?

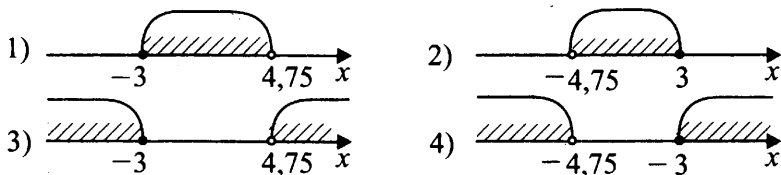


Рис. 237

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В прямоугольном треугольнике ABC внешний угол при вершине C равен 160° (см. рис. 238). Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.

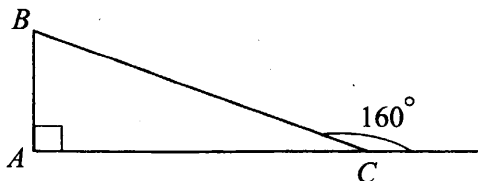


Рис. 238

Ответ: _____.

10. К окружности с центром в точке O проведены касательная AP и секущая AC (см. рис. 239). Найдите AP (в см), если $CB = 6$ см и $AB = 2$ см.

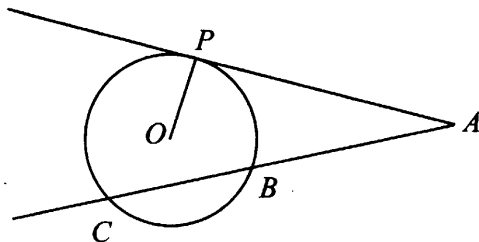


Рис. 239

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 240.

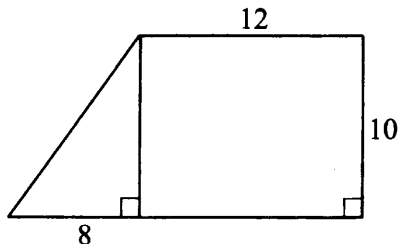


Рис. 240

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке 241.

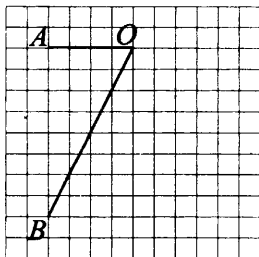


Рис. 241

Ответ: _____.

13. Запишите номера верных утверждений.

- 1) Существует прямоугольный треугольник со сторонами 5, 12, 13.
- 2) Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.
- 3) Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полусумме оснований.
- 4) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с места для учащихся 9-х классов.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Длина, см	210	200	180	180	170	155

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший на 1,9 м?

- 1) 5 2) Норматив не выполнен 3) 3 4) 4

Ответ:

15. На рисунке 242 изображён график прогноза изменения атмосферного давления в городе Москва на 9 дней.

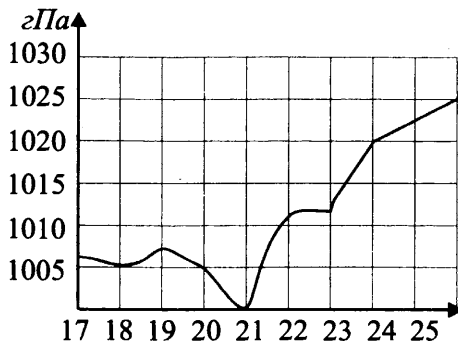


Рис. 242

Определите, какое наименьшее давление в (гПа) прогнозируется за эти 9 дней.

Ответ: _____.

16. Стоимость билета на утренний сеанс мультфильма стоит 165 рублей. Детям до 12 лет предоставляется скидка 40%. Сколько рублей стоят билеты на этот сеанс для 5 взрослых и 4-х детей (до 12 лет)?

Ответ: _____.

17. Найдите расстояние между двумя прожекторами, закреплёнными на штативах, если эти прожекторы закреплены на высоте 2 метра и 8 метров, и расстояние (в м) между штативами — 8 метров (см. рис. 243).

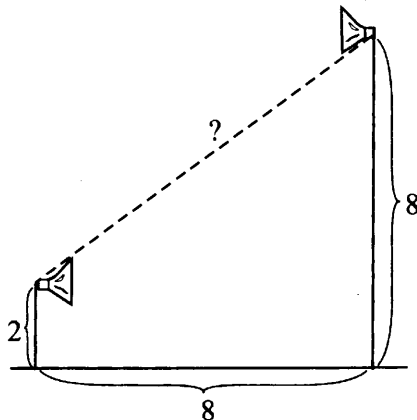


Рис. 243

Ответ: _____.

18. На круговой диаграмме (см. рис. 244 на с. 191) представлены данные о распределении площади лесного хозяйства под разведение различных видов деревьев.

Какие утверждения относительно представленной диаграммы верны, если данное лесное хозяйство занимает площадь 240 гектаров?

1) На более чем половине площади лесного хозяйства произрастают дубы и ясени.

2) На трети площадей лесного хозяйства произрастает липа сердцевидная.

3) Более четверти площадей лесного хозяйства занято под произрастание дуба черешчатого.

4) Более 80 гектаров лесного хозяйства занимает вяз малый.

Ответ: _____.

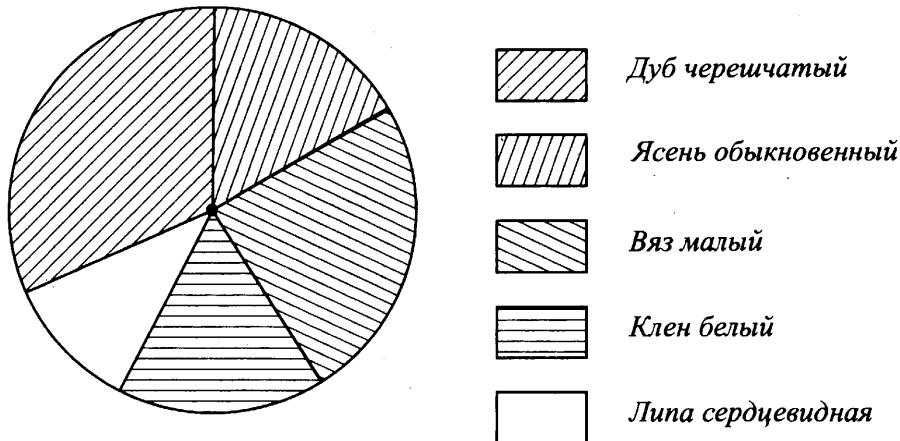


Рис. 244

19. В лабораторном шкафу стоят 5 бутылей с физраствором, 7 — с дистиллированной водой и 4 — со спиртом. Какова вероятность наудачу вытащить из этого шкафа бутылку со спиртом?

Ответ: _____.

20. Перемещение S (в м) при равноускоренном движении некоторого тела с нулевой начальной скоростью можно вычислить по формуле $s = 3t^2$, где t — время (в с). Пользуясь этой формулой, определите, через сколько секунд после начала движения перемещение будет равно 48 м.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{3^{2n+2} \cdot 5^{n-2}}{45^{n+1}}$.

22. Катер и моторная лодка должны перевезти для отдыха группу людей от пристани до острова и обратно. Скорость течения реки, по которой им предстоит идти, 3 км/ч, расстояние от пристани до острова — 21 км. Путь до острова (против течения) занимает у катера в 2 раза больше времени, чем у лодки. На сколько минут раньше нужно выйти катеру в обратный путь, чтобы прийти обратно вместе с лодкой, если известно, что обратный путь лодки занимает 35 минут?

23. а) Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 26x^2 + 25}{(x - 5)(x + 1)}$.

б) Определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A на гипотенузу BC опущена высота AH . Найдите площадь $\triangle ABC$, если $BH = 6$ и $HC = 2$.

25. Точки A, B, C и D — середины сторон некоторой трапеции. Докажите, что эта трапеция равнобедренная, если $ABCD$ — ромб.

26. Вокруг четырёхугольника $ABCD$ со стороной $AB = 3$ описана окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке E , при этом $AE : EC = 3 : 2$ и $BE : ED = 1 : 1$. Найдите DC .

Вариант № 30

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $28 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{14}$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой отмечены числа c и d (см. рис. 245).

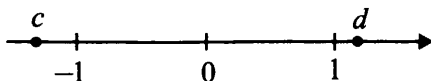


Рис. 245

Какое из следующих чисел наименьшее?

1) $-d$

2) $c - 1$

3) $c - d$

4) $d - c$

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3})$

2) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

3) $\sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})}$

4) $(\sqrt{2})^3$

Ответ:

4. Найдите корни уравнения $x^2 + 8x - 33 = 0$. В ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 246 на с. 194) и формулами, которые их задают.

1) $y = -(x - 1)^2 + 1$

2) $y = -(x + 1)^2 + 1$

3) $y = \frac{x}{3}$

4) $y = \frac{3}{x}$

Ответ:

А	Б	В

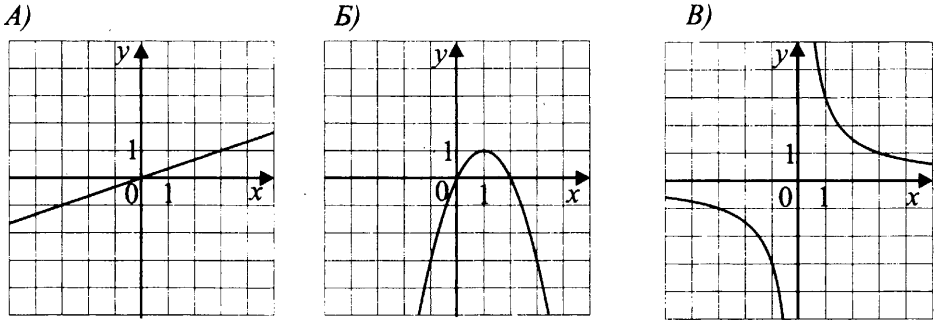


Рис. 246

6. Дана арифметическая прогрессия 10; 7; 4; ... Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(4 + b)^3 - b^2(b + 12)$, найдите его значение при $b = -1,5$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x + 17 \leq 0, \\ 2x - 1 \leq 5. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 247) изображено множество её решений?

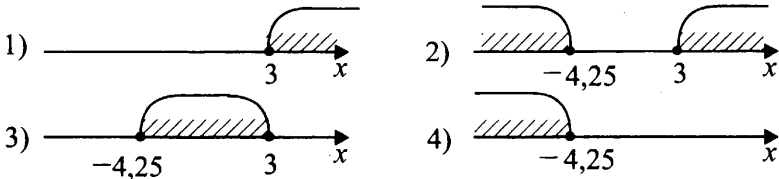


Рис. 247

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике ABC угол B равен 80° . AC — основание (см. рис. 248). Найдите величину внешнего угла при вершине C . Ответ дайте в градусах.

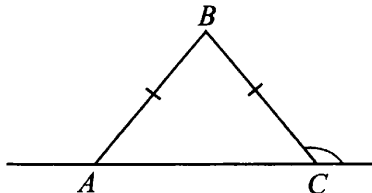


Рис. 248

Ответ: _____.

10. К окружности с центром в точке O проведены 2 секущие BA и CD , пересекающиеся в точке E (см. рис. 249). Найдите длину AB (в см), если $CD = 9$ см, $DE = 3$ см и $EB = 4$ см.

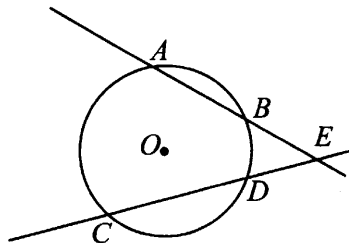


Рис. 249

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 250.

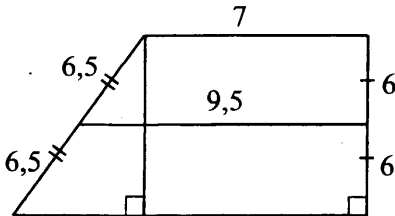
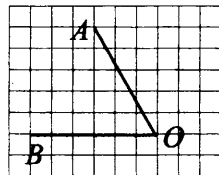


Рис. 250

Ответ: _____.

12. Найдите котангенс угла AOB , изображённого на рисунке 251.

Ответ: _____.



13. Укажите номера неверных утверждений.

- 1) Ромб является параллелограммом.
- 2) Число π меньше числа 3.
- 3) Сумма внутренних углов выпуклого пятиугольника равна 540° .
- 4) Квадрат разности двух чисел равен разности квадратов этих чисел.

Ответ: _____.

Рис. 251

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу на 2 км для учащихся 9-х классов.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Время, минуты	8,2	9,2	9,45	10	11,2	12,05

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 11,1 минут?

- 1) 5 2) Норматив не выполнен 3) 3 4) 4

Ответ:

15. На рисунке 252 изображён график прогноза изменения атмосферного давления в Ростове-на-Дону на 9 дней февраля. Определите, какого числа, согласно прогнозу, впервые за данный период давление опустится до 1010 гПа.

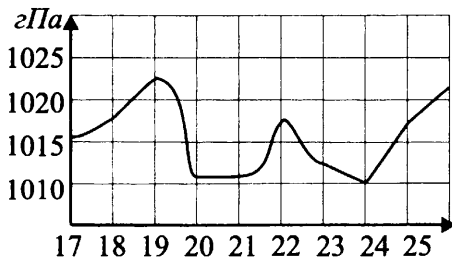


Рис. 252

Ответ: _____.

16. Детский билет в зоопарк стоит 120 рублей, что составляет 60% от стоимости взрослого билета в тот же зоопарк. Сколько рублей стоят билеты для 10 детей и 2 взрослых?

Ответ: _____.

17. Между двумя столбами протянута верёвка длиной 10 метров (см. рис. 253). Высота меньшего столба 3 метра, а расстояние между столбами 8 метров. Найдите высоту большего столба (в метрах).

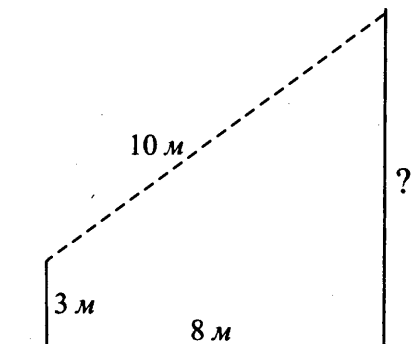


Рис. 253

Ответ: _____.

18. На круговой диаграмме (см. рис. 254) представлены данные о распределении бассейнов рыбного хозяйства под разведение разных рыб.

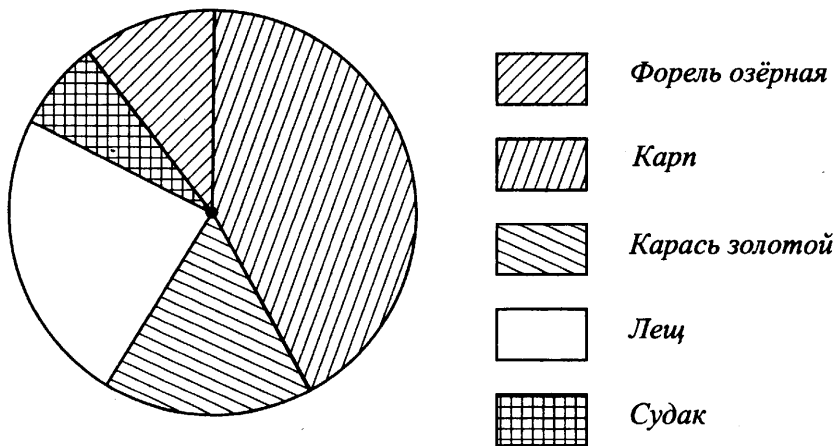


Рис. 254

Какие утверждения относительно представленной диаграммы верны, если всего в данном рыбном хозяйстве 50 бассейнов?

- 1) Более четверти бассейнов рыбного хозяйства занято под разведение леща и золотого карася.
- 2) Примерно в 20 бассейнах рыбного хозяйства разводят форель.
- 3) В два раза меньшее число бассейнов отведено под разведение судака в сравнении с числом бассейнов, предназначенных для разведения карпа.
- 4) От 40% до 50% бассейнов занято под разведение карпа.

Ответ: _____.

19. В коробке для хранения лотерейных билетов магазина осталось 4 билета, по которым можно выиграть подарочные сертификаты, 5 билетов, по которым можно получить скидку 50% на следующую покупку, и 11 пустых билетов. Какова вероятность, вытянув один билет этой лотереи, не выиграть подарочный сертификат?

Ответ: _____.

20. Перемещение s (в м) при равноускоренном движении некоторого тела с нулевой начальной скоростью можно вычислить по формуле: $s = t + 2t^2$, где t — время (в с). Пользуясь этой формулой, определите, через сколько секунд после начала движения перемещение будет равно 10 м.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{7^{n+1} \cdot 2^{3n-4}}{56^{n-1}}$.

22. Моторная лодка прошла против течения 90 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2,5 ч меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

23. а) Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 52x^2 + 576}{(x + 6)(x - 4)}$.

б) Определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C к гипотенузе AB проведена высота CH . Найдите площадь треугольника ABC , если $CH = 4\sqrt{3}$ и $HВ = 12$.
25. $ABCD$ — равнобедренная трапеция, точки M, P, K, T — середины её сторон. Докажите, что $MPKT$ — ромб.
26. Вокруг четырёхугольника $ABCD$ со сторонами $AB = 3$ и $DC = \sqrt{6}$ описана окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке E . Найдите отношение $BE : ED$, если AE относится к EC как $3 : 2$.

Вариант № 31

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,15 + \frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 255) отмечена точка C .



Рис. 255

Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка C ?

- 1) 5 2) $\frac{169}{12}$ 3) $\sqrt{65}$ 4) 0,8

Ответ:

3. Значение какого из следующих выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{6}$ 2) $\sqrt{7} + 4$ 3) $(\sqrt{7})^2$ 4) $(\sqrt{7} + 4)^2$

Ответ:

4. Решите уравнение $8x + 5 = 37$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 256) и формулами, которые их задают.

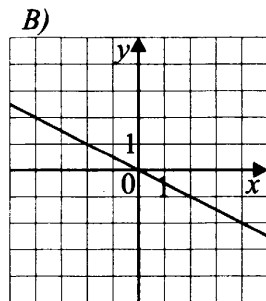
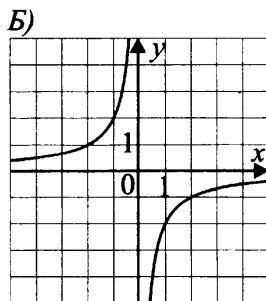
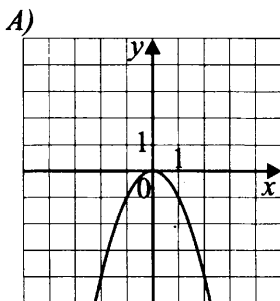


Рис. 256

1) $y = -\frac{x}{2}$

2) $y = -\frac{2}{x}$

3) $y = -x^2$

4) $y = \frac{3}{x}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая её задаёт.

Ответ:

А	Б	В

6. В последовательности чисел первое число равно 42, а каждое следующее меньше предыдущего на 4. Найдите двенадцатое число.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{6a^2 - 4b}{a} + 5b$ при $a = 8, b = 24$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 8,5 + x \geq 2, \\ x + 4,3 \leq 0. \end{cases}$ На какой из координатных прямых (см. рис. 257) изображено множество её решений?

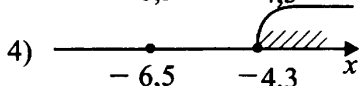
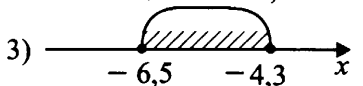
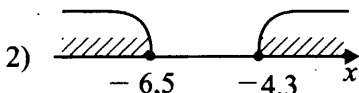
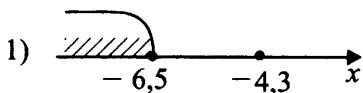


Рис. 257

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике LFE с основанием LE внешний угол при вершине E равен 115° . Найдите величину угла FLE в градусах.

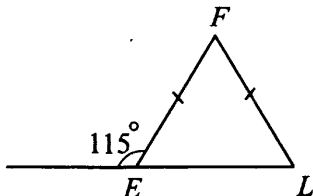


Рис. 258

Ответ: _____.

10. Найдите радиус окружности, если расстояние от центра окружности до хорды равно 9 см, а длина хорды равна 24 см (см. рис. 259). Ответ дайте в см.

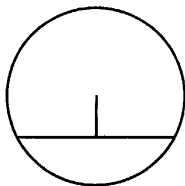


Рис. 259

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 260.

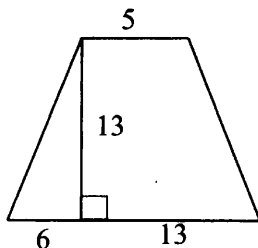


Рис. 260

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла LOK треугольника, изображённого на рисунке 261.

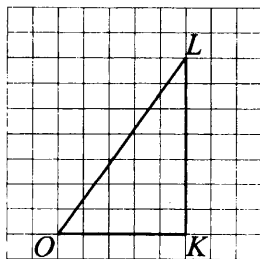


Рис. 261

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.
- 2) Треугольник со сторонами 2, 4, 8 существует.
- 3) Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна этой стороне.
- 4) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу на 60 м для учащихся 9-х классов.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Время, секунды	8,4	9,9	10,0	9,4	10,0	10,5

Какую отметку получит мальчик, пробежавший эту дистанцию за 9,1 секунды?

- 1) «отлично»
- 2) «хорошо»
- 3) «удовлетворительно»
- 4) норматив не выполнен

Ответ:

15. На графике 262 жирными точками показано изменение цены акций одной компании. По вертикали указаны цены в рублях, по горизонтали — числа месяца. Жирные точки для наглядности соединены линией. Бизнесмен приобрёл 300 акций 13 октября, а продал 24 октября. Сколько рублей он приобрёл в результате этой операции?

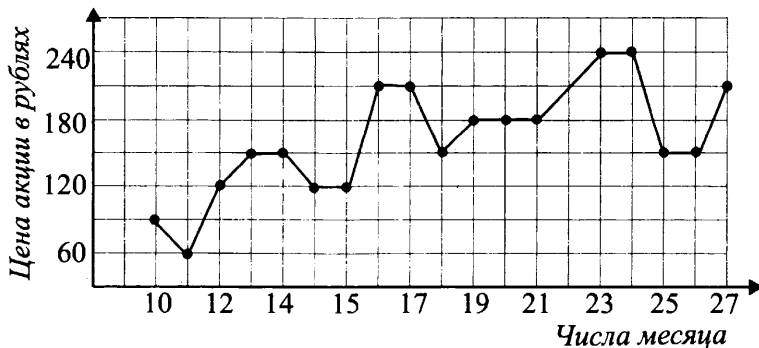


Рис. 262

Ответ: _____.

16. Билет на цирковое представление стоит 254 рубля. Школьникам предоставляется скидка 30%. Сколько рублей нужно заплатить за группу из 2 взрослых и 15 школьников?

Ответ: _____.

17. На рисунке 263 изображены детские качели. На конце плеча длиной 340 см сидит девочка, а на конце плеча длиной 170 см сидит мальчик. На сколько метров опустится девочка, если мальчик поднимется на 0,6 м?

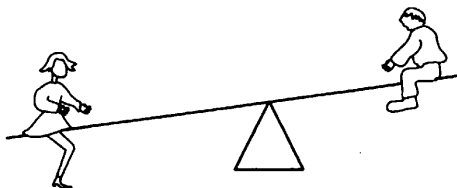


Рис. 263

Ответ: _____.

18. На круговой диаграмме представлена информация о результатах контрольной работы по математике в 9-х классах школы (см. рис. 264). Какой процент составляют учащиеся, получившие оценку не менее четырёх?

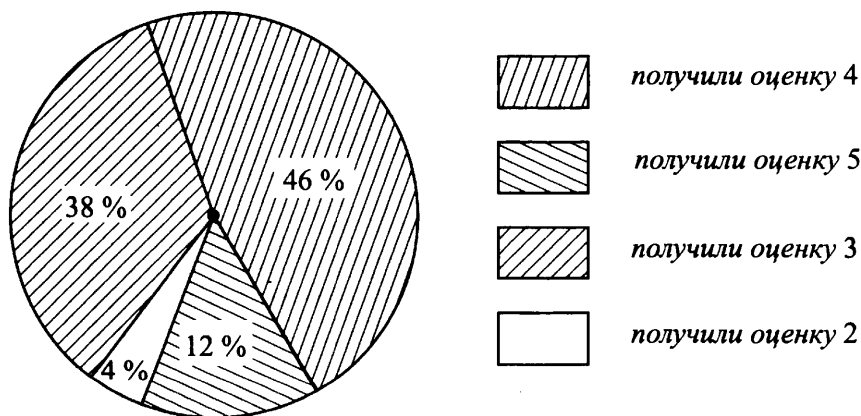


Рис. 264

Ответ: _____.

19. Из 25 учащихся класса несколько человек занимаются музыкой. Из них трое занимаются только скрипкой, пятеро только фортепиано, четверо и скрипкой и фортепиано. Какова вероятность того, что случайно выбранный ученик занимается хотя бы на одном инструменте?

Ответ: _____.

20. Период свободных электромагнитных колебаний T (в секундах) определяется по формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, где L — индуктивность катушки (в генри), C — ёмкость конденсатора (в фарадах). Определите

ёмкость конденсатора (в фарадах), если $T = \frac{\pi}{30}$ с, $L = \frac{1}{90}$ Гн.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 5x + 2y = 12. \end{cases}$$

22. Туристы отправились на плоту по реке в 7 часов утра, через некоторое время причалили к берегу, 6 часов отдыхали и вернулись на катере в 18 часов того же дня. На какое расстояние от пристани они отплыли, если скорость течения реки равна 4 км/ч, а собственная скорость катера 40 км/ч?

23. Постройте график функции $y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$. Найдите все значения параметра a , при которых этот график имеет с прямой $y = a$ хотя бы одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом B известны медиана $BM = 17$ и катет $BA = 16$. Найдите катет BC этого треугольника.

25. Высоты AA_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке M . Докажите, что углы AA_1C_1 и ACC_1 равны.

26. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC угол A прямой. Окружность проходит через точки C и D и касается стороны AB в точке O . Найдите расстояние от точки O до прямой CD , если $AD = 48$, $BC = 12$.

Вариант № 32

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,625 - \frac{1}{8}$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 265) отмечена точка B .



Рис. 265

Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка B ?

1) $\frac{226}{15}$

2) 0,7

3) $\sqrt{17}$

4) 6

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\sqrt{10} - 5$

2) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{5}$

3) $(\sqrt{10} - 5)^2$

4) $(\sqrt{8})^2$

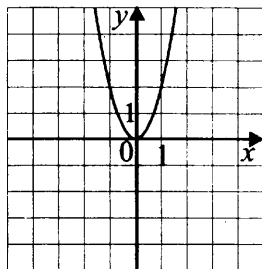
Ответ:

4. Решите уравнение $7 - 9x = -20$.

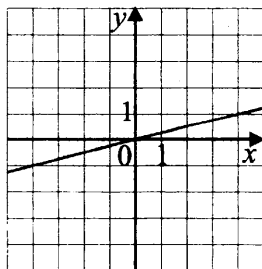
Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 266) и формулами, которые их задают.

А)



Б)



В)

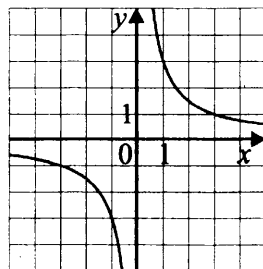


Рис. 266

1) $y = \frac{3}{x}$

2) $y = 2x^2$

3) $y = \frac{x}{4}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая её задаёт.

Ответ:

А	Б	В

6. В последовательности чисел первое число равно 8, а каждое следующее больше предыдущего на 3. Найдите четырнадцатое число.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{3a^2 - 5b}{a} - 3a$ при $a = 26, b = 13$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5,6 + x \leq 0, \\ x + 8,7 \geq 2. \end{cases}$

На какой из координатных прямых (см. рис. 267) изображено множество её решений?

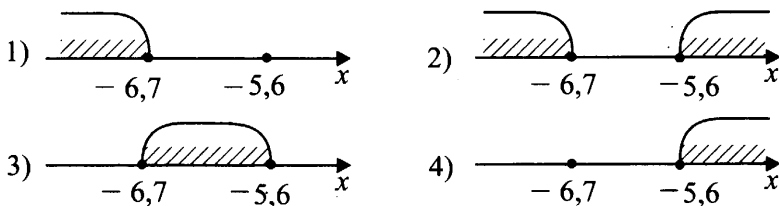


Рис. 267

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В равнобедренном треугольнике MNK с основанием MK внешний угол при вершине N равен 134° (см. рис. 268). Найдите величину угла NMK . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

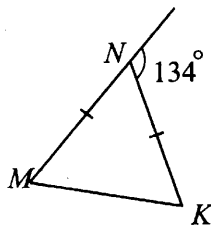


Рис. 268

10. Найдите расстояние от центра окружности радиуса 13 см до хорды, если длина хорды равна 24 см (см. рис. 269).

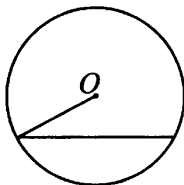


Рис. 269

Ответ: _____.

11. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке 270.

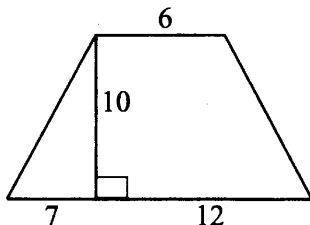


Рис. 270

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла MON треугольника, изображённого на рисунке 271.

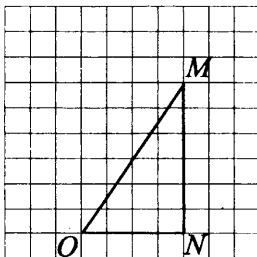


Рис. 271

Ответ: _____.

13. Запишите номера верных утверждений.

1) Если в параллелограмме диагонали равны, то параллелограмм — прямоугольник.

2) Сумма углов выпуклого n -угольника равна $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

3) Площадь трапеции равна произведению суммы оснований на высоту.

4) Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен разности квадратов его катетов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу на 60 м для учащихся 9-х классов.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Время, секунды	8,4	9,9	10,0	9,4	10,0	10,5

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию (60 м) за 9,75 секунды?

1) «отлично»

2) «хорошо»

3) «удовлетворительно»

4) норматив не выполнен

Ответ:

15. На графике (см. рис. 272 на с. 210) жирными точками показано изменение цены акций одной компании. По вертикали указаны цены в рублях, по горизонтали — числа месяца. Жирные точки для наглядности соединены линией. Бизнесмен приобрёл 200 акций 3 сентября, а продал 18 сентября. Сколько рублей он приобрёл в результате этой операции?

Ответ: _____.

16. Стоимость автобусной экскурсии по достопримечательным местам города составляет 368 рублей. Школьникам предоставляется скидка 40%. Сколько рублей надо заплатить за группу из 3 взрослых и 20 школьников?

Ответ: _____.

17. Сосна высотой 7 м отбрасывает тень длиной 2,1 м. Найдите длину (в метрах) тени мальчика ростом 1,5 м, стоящего около сосны.

Ответ: _____.

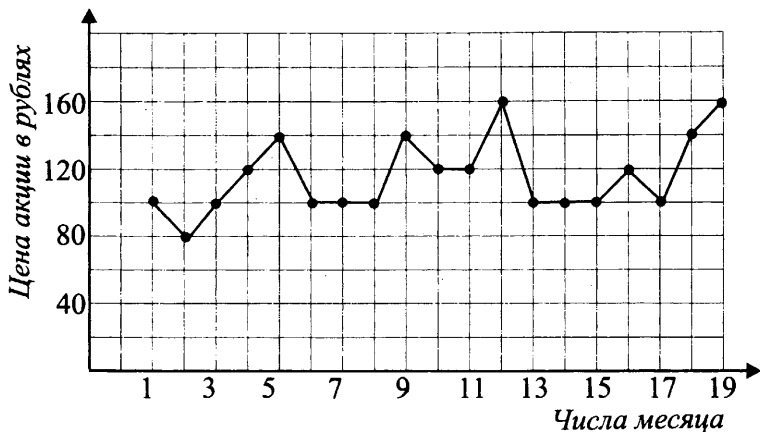


Рис. 272

18. На диаграмме (см. рис. 273) отражено соотношение товаров в овощном магазине. Какие из утверждений относительно этих товаров неверны, если всего было привезено 250 килограммов овощей?

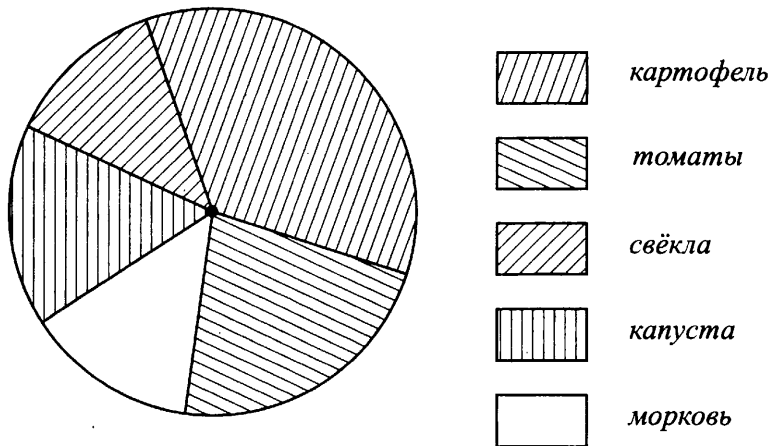


Рис. 273

- 1) Картофеля было привезено больше, чем томатов и моркови.
- 2) Томатов и моркови было привезено менее 120 килограммов.
- 3) Свёклы и моркови было привезено более 80 килограммов.
- 4) Капусты и моркови было привезено больше, чем картофеля.

Ответ: _____.

19. Из 28 учащихся девятого класса несколько человек занимаются спортом. Из них трое занимаются только спортивной гимнастикой, двое только художественной гимнастикой, двое спортивной гимнастикой и акробатикой. Какова вероятность того, что случайно выбранный ученик занимается хотя бы одним видом спорта?

Ответ: _____.

20. Период свободных электромагнитных колебаний T (в секундах) определяется по формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, где L — индуктивность катушки (в генри), C — ёмкость конденсатора (в фарадах). Определите индуктивность катушки (в генри), если $T = \frac{\pi}{20}$ с, $C = \frac{1}{80}$ Ф.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений $\begin{cases} x - 4y = 5, \\ 3x + 2y = 43. \end{cases}$

22. Туристы отправились на плоту по реке в 8 часов утра, через некоторое время причалили к берегу, 2 часа отдыхали и вернулись на катере в 20 часов того же дня. На какое расстояние от пристани они отплыли, если скорость течения реки равна 5 км/ч, а собственная скорость катера 50 км/ч?

23. Постройте график функции $y = \frac{6x + 6}{(x + 1)(x - 2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны медиана $CK = 5$ и катет $AC = 6$. Найдите сторону BC этого треугольника.

25. Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках M и N , причём точки P и Q лежат по разные стороны от прямой MN . Докажите, что $MN \perp PQ$.

26. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 30° , боковая сторона 16 см. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

Вариант № 33

Часть I

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{8} + 0,125\right) \cdot 4$.

Ответ: _____.

2. Какому из указанных промежутков принадлежит число $(-5, 2)$?

1) $[-6; -5]$

2) $[-5; -4]$

3) $[-3; -2]$

4) $[-1; 0]$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^{-4}}{2^{-5}}$.

1) $-\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{4}$

3) 4

4) 8

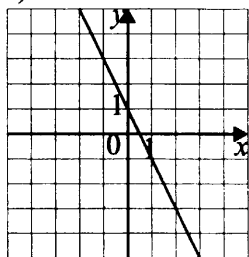
Ответ:

4. Решите уравнение $4x^2 + 5x - 21 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите больший из корней.

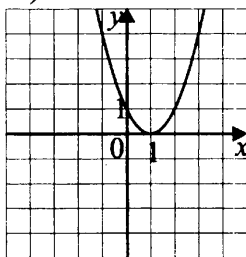
Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 274) и формулами, которые их задают.

А)



Б)



В)

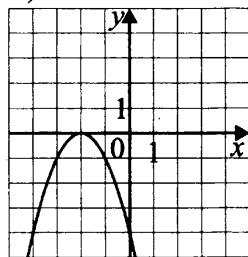


Рис. 274

1) $y = (x - 1)^2$

2) $y = -2x + 1$

3) $y = -x^2 - 4x - 4$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая её задаёт.

Ответ:

А	Б	В

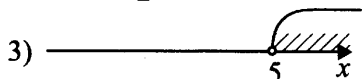
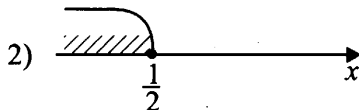
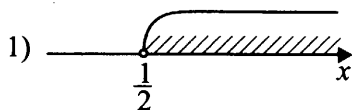
6. Геометрическая прогрессия задана формулой $b_{n+1} = 5b_n$ ($n \in N$, $n \geq 1$), $b_1 = 0,1$. Найдите сумму первых пяти членов этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $2(a - b)^2 - 2(a + b)^2$ и найдите его значение при $a = \sqrt{2}$ и $b = -\sqrt{2}$. В ответе запишите полученное значение.

Ответ: _____.

8. Выберите координатную прямую (см. рис. 275), на которой показано решение системы неравенств $\begin{cases} 2x - 1 > 0, \\ -x + 5 < 0. \end{cases}$



4) Система решений не имеет

Рис. 275

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Стороны треугольника равны 3 и 5, синус угла между ними равен $\frac{1}{2}$.

Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____.

10. Величина угла, вписанного в окружность, составляет 36° . Какую часть длины всей окружности составляет дуга, на которую опирается этот вписанный угол?

Ответ: _____.

11. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны и равны 24 и 10 (см. рис. 276). Найдите площадь этой трапеции.

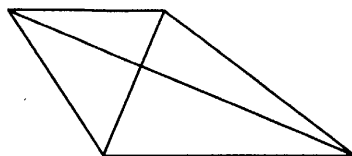


Рис. 276

Ответ: _____.

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC (см. рис. 277). Найдите длину высоты, опущенной из точки C на сторону AB .

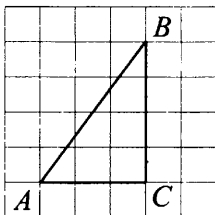


Рис. 277

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из внутренних углов любого треугольника будет острым.
- 2) Существует ромб, который квадратом не является.
- 3) Отношение площадей подобных треугольников равно отношению их сходственных сторон.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по подтягиванию на перекладине для мальчиков, обучающихся в 9-м классе общеобразовательной школы.

Оценка	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Количество	11	9	6

Какую отметку получит Николай, который подтянулся 7 раз?

- 1) норматив не выполнен
- 2) «удовлетворительно»
- 3) «хорошо»
- 4) «отлично»

Ответ:

15. На рисунке 278 (с. 215) указана зависимость между объёмом V (в м^3) бетона, заложённого в фундамент в течение рабочего дня, и временем (в часах).

Сколько м^3 бетона было уложено с 11 до 14 часов?

Ответ: _____.

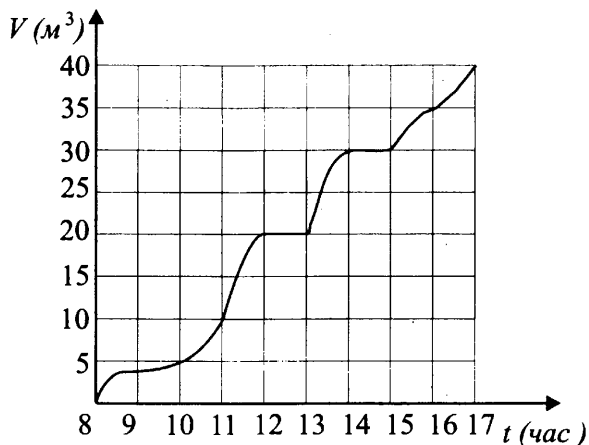


Рис. 278

16. Найдите отношение новой цены на товар к старой, если старая цена составляет 80% от новой.

Ответ: _____.

17. Для укрепления равнобедренной цирковой трапеции с основаниями 1,5 м и 0,75 м на неё ставят диагональные перемычки (см. рис. 279). В каком отношении, считая от меньшего основания, точка пересечения диагоналей трапеции делит каждую перемычку?

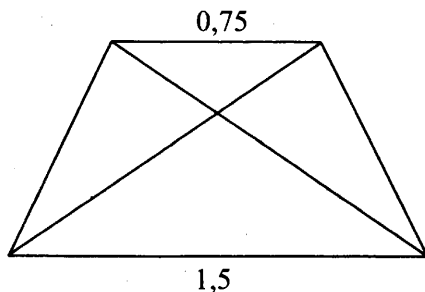


Рис. 279

Ответ: _____.

18. На рисунке 280 приведены диаграммы, представляющие соотношение продуктов питания на складе. Укажите номер диаграммы, которая соответствует следующей заполненности склада: мясо — 20%, рыба — 30%, овощи — 25%, фрукты — 25%?

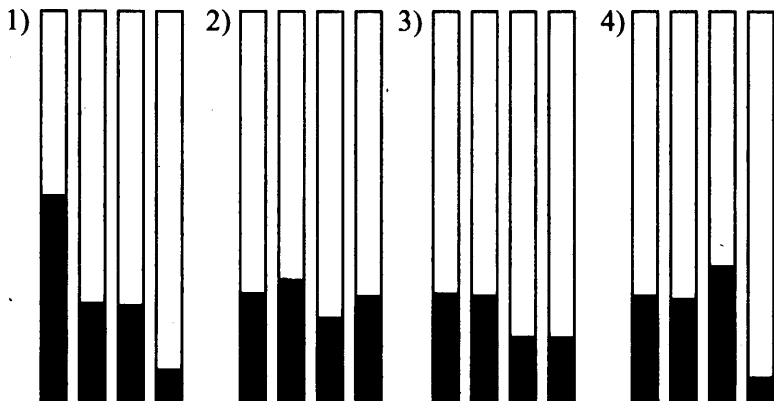


Рис. 280

Ответ:

19. Монету подбрасывают трижды. Какова вероятность того, что два раза выпадет орёл и один раз решка?

Ответ: _____.

20. Высота h (в м), на которой окажется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью v (в м/с), можно вычислять по формуле

$h = vt - \frac{gt^2}{2}$. С какой начальной скоростью надо бросить тело, чтобы

за 4 с оно оказалось на высоте 4 м? Возьмём $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $2(x - 3)^4 - 7(x - 3)^2 - 4 = 0$.

22. Из разных городов, расстояние между которыми 600 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Скорость первого на 15 км/ч меньше, чем скорость второго. Второй автомобиль прибыл в конечный пункт на 1 час 20 минут раньше, чем первый. Найдите скорость второго автомобиля.

23. а) Постройте график функции $y = \frac{x^3 - x}{x - 1}$.

б) Укажите все значения c , при которых прямая $y = c$ пересекает график этой функции ровно в одной точке.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренном треугольнике ABC с углом B , равным 30° , проведена высота BH к основанию AC . Окружность, диаметром которой является BH , пересекает боковые стороны BA и BC в точках P и K (отличных от точки B). При этом $PK = 12$. Найдите BH .

25. В параллелограмме $ABCD$ через точку K , лежащую на стороне BC и делящую отрезок BC в отношении $2 : 3$, считая от точки B , проведена прямая AK , которая пересекает продолжение стороны CD в точке M .

Докажите, что $S_{ADM} : S_{KCM} = \frac{25}{9}$.

26. В прямоугольную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC ($AD > BC$), $AB \perp AD$, и периметром, равным 60, вписана окружность. Точка касания окружности с большей боковой стороной делит её на части, произведение которых равно 25. Найдите тангенс угла CKO , где K — точка касания окружности с меньшей боковой стороной, а O — центр вписанной окружности.

Вариант № 34

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{8} + 0,375\right) \cdot 2$.

Ответ: _____.

2. Какому из следующих промежутков принадлежит число $\left(-\frac{20}{7}\right)$?

1) $[-6; -5]$

2) $[-5; -4]$

3) $[-4; -3]$

4) $[-3; -2]$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{1}{7}\right)^2 \cdot 7^{-4}}{7^{-6}}$.

1) $-\frac{1}{7}$

2) $\frac{1}{49}$

3) 1

4) $\frac{1}{7}$

Ответ:

4. Решите уравнение $2x^2 - 11x + 15 = 0$. Если уравнение имеет более 1 корня, то в ответе укажите меньший из корней.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 281) и формулами, которые их задают.

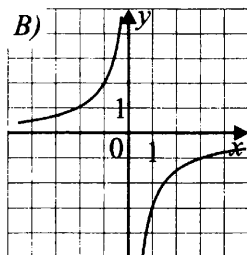
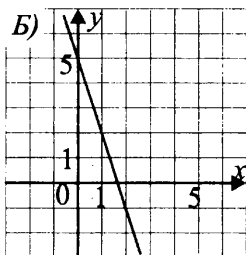
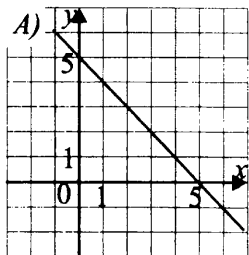


Рис. 281

1) $y = -x + 5$

2) $y = -\frac{3}{x}$

3) $y = -3x + 5$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая её задаёт.

Ответ:

А	Б	В

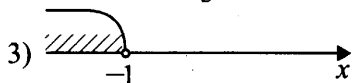
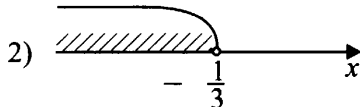
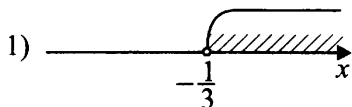
6. Геометрическая прогрессия задана формулой $b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$ ($n \in N$, $n \geq 1$), $b_1 = -8$. Найдите сумму первых семи членов этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $4(a - b)^2 + 8ab$ и найдите его значение при $a = -\sqrt{3}$, $b = 1$.

Ответ: _____.

8. Выберите координатную прямую (см. рис. 282), на которой показано решение системы неравенств $\begin{cases} 3x + 1 > 0, \\ -x > 1. \end{cases}$



4) Система решений не имеет

Рис. 282

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Две стороны треугольника равны 5 и 12, а синус угла между ними равен 0,2. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: _____.

10. Вписанный в окружность угол опирается на дугу, составляющую $\frac{1}{20}$ длины всей окружности. Найдите величину этого вписанного угла в градусах.

Ответ: _____.

11. Найдите площадь четырёхугольника, имеющего вид, указанный на рисунке 283, где $AB = BC$ и $AD = DC$, если его диагонали равны 10 и 5.

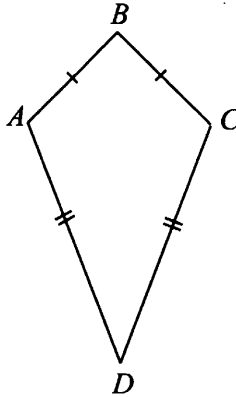


Рис. 283

Ответ: _____.

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите периметр ABC .

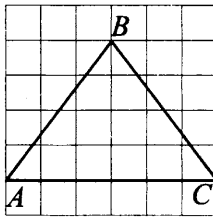


Рис. 284

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений не верны?

1) При пересечении двух параллельных прямых третьей накрест лежащие углы равны.

2) Квадратный корень из любого неотрицательного числа является числом положительным.

3) Если дискриминант квадратного трёхчлена меньше нуля, то ветви его графика направлены вниз.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В одном из колледжей для вновь зачисленных студентов предусмотрены льготы по среднему баллу аттестата:

I – место в общежитии;

II – место в общежитии и бесплатный бассейн;

III – место в общежитии, бесплатный бассейн и дотации на транспорт.

В следующей таблице приведены условия получения льгот.

Льгота	I	II	III
Средний балл	3,8	4,2	4,7

Какую максимальную льготу получит студент Комаров, у которого средний балл аттестата равен 4,1?

1) I

2) II

3) III

4) льгота не предусмотрена

Ответ:

15. На рисунке указана зависимость объема V (в м^3) бетона, заложенного в фундамент, от времени t (в часах) в течение рабочего дня.

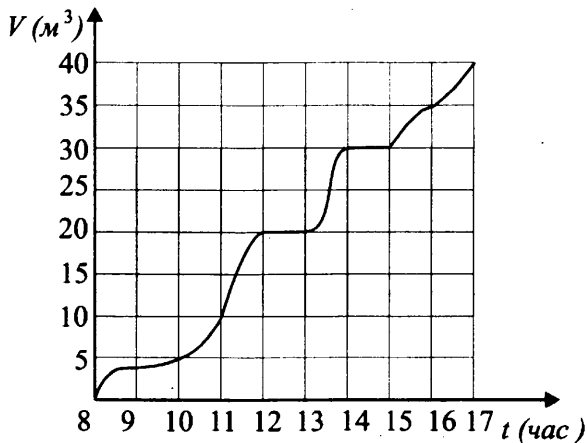


Рис. 285

Сколько кубометров бетона было заложено спустя 3 часа после начала работы?

Ответ: _____.

16. Найдите отношение старой цены на товар к новой, если новая цена получается повышением старой на 25%.

Ответ: _____.

17. Для укрепления равнобедренной цирковой трапеции с большим основанием 1,35 м на ней ставят диагональные перемычки, которые соединяются в точке пересечения диагоналей трапеции (см. рис. 286). Точка пересечения диагоналей делит диагонали, считая от верхнего основания, в отношении 1 : 3. Найдите длину меньшего основания трапеции.

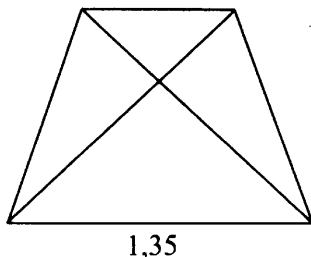


Рис. 286

Ответ: _____.

18. На рисунке 287 приведены диаграммы, представляющие соотношение продуктов питания на складе. Укажите номер диаграммы, которая соответствует следующей заполненности склада: сыры — 20%, овощи — 20%, мясо — 10%, рыба — 50%?

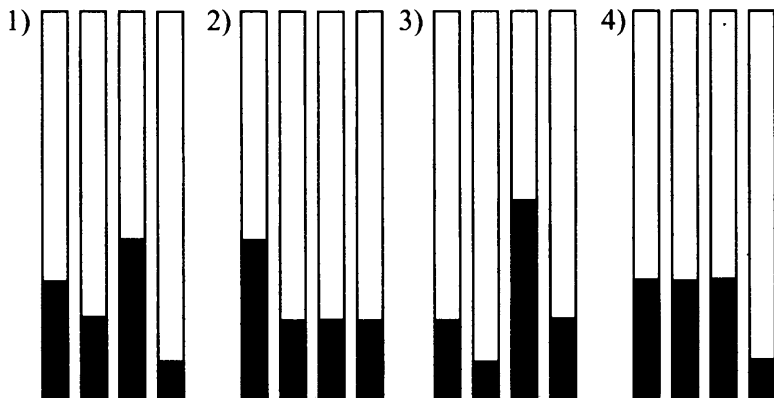


Рис. 287

Ответ:

19. Монету подбрасывают трижды. Какова вероятность того, что не менее двух раз выпадет решка?

Ответ: _____.

20. Расстояние s (в м), которое пролетает тело при свободном падении, можно вычислить по формуле $s = vt + \frac{gt^2}{2}$, где v — начальная скорость (в м/с), t — время (в с), g — ускорение свободного падения, полагаем $g = 10$ м/с². С какой начальной скоростью надо бросить тело с высоты 120 м, чтобы за 4 с оно достигло земли?

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $2(x + 4)^4 - 3(x + 4)^2 - 2 = 0$.

22. Расстояние между городами 600 км. Из одного города в другой одновременно выехали два автомобиля. Скорость первого на 10 км/ч меньше, чем скорость второго. Второй автомобиль прибыл в конечный пункт на 50 минут раньше, чем первый. Найдите скорость первого автомобиля.

23. Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$. Укажите все значения c , при которых прямая $y = c$ пересекает график этой функции ровно в двух точках.

Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренном треугольнике ABC с углом B , равным 45° , проведена высота BH к основанию AC . Окружность, диаметром которой является BH , пересекает боковые стороны BA и BC в точках P и K (отличных от точки B). При этом $PK = 6$. Найдите BH .

25. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC точка пересечения диагоналей E делит диагональ BD в отношении $3 : 5$, считая от точки B . Докажите, что $S_{ADM} : S_{BCM} = 25 : 9$, где M — точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции.

26. В прямоугольную трапецию $ABCD$ ($AB \perp AD$, AD — большее основание) с периметром, равным 60, вписана окружность. Найдите тангенс угла CAD , если острый угол трапеции равен 30° .

Вариант № 35

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{8^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{4}}}{12\sqrt{8}}\right)^4$.

Ответ: _____.

2. Какая из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует значению выражения $15^2 - 14^2$ (см. рис. 288)?

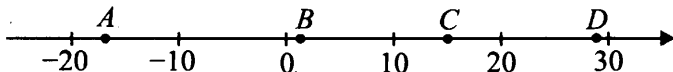


Рис. 288

1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3. Значение какого из выражений является наибольшим?

1) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ 2) $\frac{\sqrt{64}}{8}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$ 4) $\sqrt{0,09}$

Ответ:

4. Решите уравнение $(2x + 3)^2 = 17x - 0,5x^2 + 8,5$. Если корней несколько, то в ответе укажите наибольший из них.

Ответ: _____.

5. На рисунке 289 изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

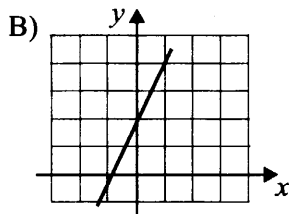
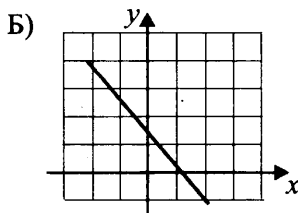
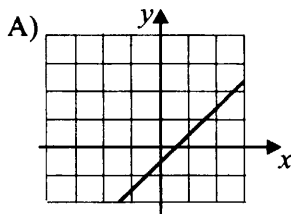


Рис. 289

- 1) $k < 0; b < 0$ 2) $k < 0; b > 0$ 3) $k > 0; b < 0$ 4) $k > 0; b > 0$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия $8; 3; -2; \dots$. Найдите сумму её первых шести членов.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(25b^2 - 36) \cdot \left(\frac{1}{5b - 6} - \frac{1}{5b + 6} \right) - 344$ и найдите его значение при $b = 0,225$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{-5x + 4}{12} > -1, \\ \frac{7x - 5}{3} > \frac{13x + 1}{5} \end{cases}$ и определите, на каком рисунке изображено множество её решений (см. рис. 290).

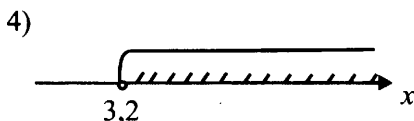
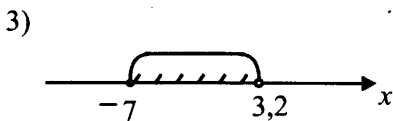
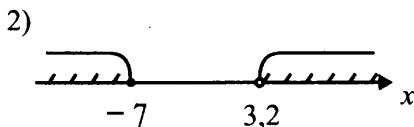
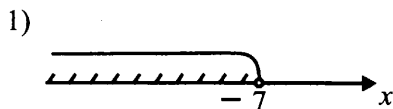


Рис. 290

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Около правильного треугольника с периметром $6\sqrt{3}$ описана окружность. Найдите радиус этой окружности.

Ответ: _____.

10. Из точки A , находящейся вне окружности (с центром O), проведены касательная и секущая. $AB = 12$, $AC = 9$. Найдите длину отрезка AD (см. рис. 291).

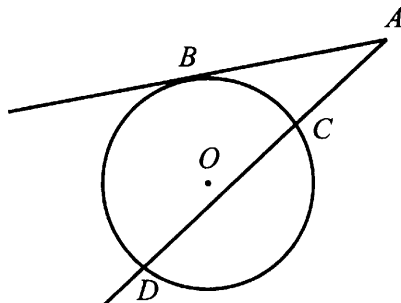


Рис. 291

Ответ: _____.

11. В трапеции $ABCD$ высота BH , проведённая к большему основанию AD , равна 24. Средняя линия MN трапеции $ABCD$ равна 18. Найдите площадь трапеции (см. рис. 292).

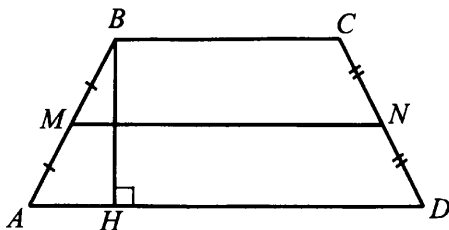


Рис. 292

Ответ: _____.

12. Найдите тангенс угла C треугольника ABC , изображённого на рисунке (см. рис. 293).

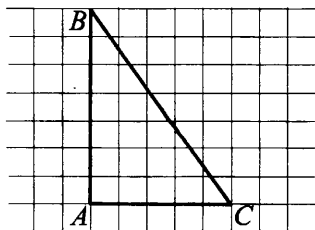


Рис. 293

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Треугольника со сторонами 4, 8, 16 не существует.
- 2) Если в выпуклый четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны.
- 3) Через две несовпадающие точки можно провести более одной прямой.
- 4) Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлено соотношение тестовых баллов и школьной оценки по итоговой контрольной работе по информатике у старшеклассников.

Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»
9 класс	0-55	56-74	75-85	86-100
10 класс	0-60	61-75	76-87	88-100
11 класс	0-60	61-71	72-85	86-100

Какую оценку получит десятиклассница Юлия Симонова, набравшая 75 тестовых баллов?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ:

15. Прогулочный катер возвращается на пристань. На графике (см. рис. 294) показана зависимость расстояния, оставшегося до пристани, от времени, проведённого катером в пути обратно. На оси абсцисс откладывается время (в часах), проведённое катером в дороге, на оси ординат — расстояние, оставшееся до пристани (в км). Определите по графику, какое расстояние оставалось пройти катеру через 3,5 часа после начала движения. Ответ дайте в километрах.



Рис. 294

Ответ: _____.

16. В магазине одежды в понедельник цена на блузку поднялась на 20%, а затем в воскресенье на неё сделали скидку 25% и продали за 630 рублей. Определите, сколько стоила блузка изначально. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

17. Человек, рост которого равен 1,7 м, находится на расстоянии 2,6 м от дерева, которое отбрасывает тень длиной 6 м. Найдите высоту дерева. Ответ дайте в метрах (см. рис. 295).

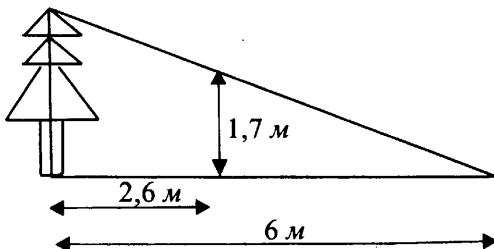
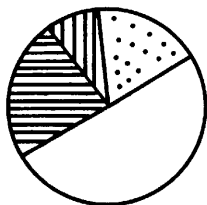


Рис. 295

Ответ: _____.

18. На диаграмме (см. рис. 296) показано распределение студентов по кафедрам университета. Какие из следующих утверждений неверны, если студентов, распределённых по кафедрам, 80 человек?







-  — кафедра теории упругости
-  — кафедра математики
-  — кафедра теоретической физики
-  — кафедра информационных технологий

Рис. 296

- 1) Около 40 студентов выбрали кафедру теории упругости.
- 2) На кафедры информационных технологий и математики поступило всего около 20 человек.
- 3) На кафедру теоретической физики поступило меньше студентов, чем на кафедру информационных технологий.
- 4) На кафедру теории упругости и математики поступило одинаковое количество студентов.

Ответ: _____.

19. Кирилл наугад назвал число от 33 до 44. Какова вероятность, что названное число делится на 2, но не делится на 4?

Ответ: _____.

20. Коэффициент полезного действия (КПД) тепловой машины выражается формулой $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$, где Q_1 — количество теплоты, отданное нагревателем, а Q_2 — количество теплоты, полученное охладителем. Найдите Q_1 , если $\eta = \frac{3}{4}$, а $Q_2 = 3$

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{7^{5n} \cdot 14^{2n} \cdot 9^{5n} \cdot 2401^n}{21^{10n-2} \cdot 28^n}$.

22. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и скорый поезда. Скорый поезд, двигаясь со скоростью 120 км/ч, догнал пассажирский поезд и прошёл мимо него за 100 секунд. Найдите скорость пассажирского поезда, если его длина составляет 800 метров, а длина скорого поезда — 700 метров. Ответ дайте в км/ч.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{при } |x + 2| \leq 5; \\ -\frac{6}{x}, & \text{при } |x + 2| > 5; \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ будет пересекать построенный график в трёх точках.

Модуль «Геометрия»

24. Около окружности с центром в точке O описан треугольник ABC , стороны которого равны 9, 10 и 11. Найдите длины отрезков, на которые стороны треугольника делятся точками касания с окружностью.

25. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Докажите, что четырёхугольник, образованный серединами сторон $ABCD$ является параллелограммом, площадь которого в два раза меньше, чем площадь $ABCD$.

26. В треугольнике ABC $\angle A = 30^\circ$, а $\angle B = 45^\circ$. Длина окружности, описанной около ABC , равна $8\sqrt{3}\pi$. Найдите площадь этого треугольника.

Вариант № 36

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{\left(9^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{2}}\right)^8}{\left(\sqrt[15]{9}\right)^{30}}$

Ответ: _____.

2. Какая из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует значению выражения $12^2 - 13^2$ (см. рис. 297)?

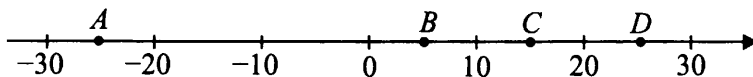


Рис. 297

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3. Значение какого из следующих выражений является наименьшим?

- 1) $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$ 2) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$ 3) $\sqrt{0,04}$ 4) $\frac{1}{2}$

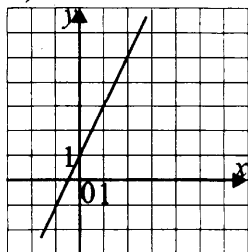
Ответ:

4. Решите уравнение $4 \cdot (x + 2) - 8 = 8x^2$. Если корней несколько, то в ответе укажите наименьший из них.

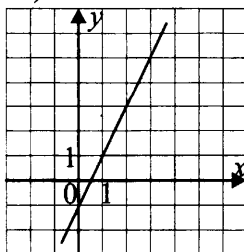
Ответ: _____.

5. На рисунке 298 изображены графики функций вида $y = ax + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и b .

А)



Б)



В)

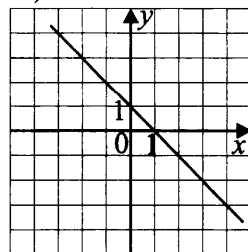


Рис. 298

- 1) $a > 0; b > 0$ 2) $a < 0; b > 0$ 3) $a < 0; b < 0$ 4) $a > 0; b < 0$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: 5, -1, -7. Найдите сумму первых 7 членов данной прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $(4 - 9b^2) \cdot \left(\frac{1}{2 - 3b} + \frac{1}{2 + 3b}\right) + 86$ и найдите его значение при $b = 4,25$.

Ответ: _____.

8. Решите систему неравенств $\begin{cases} \frac{-3x + 2}{4} < 2, \\ \frac{-4x + 2}{3} > \frac{5x - 7}{3} \end{cases}$ и определите, на

какой из координатных прямых (см. рис. 299) изображено множество её решений.

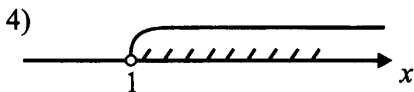
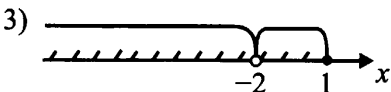
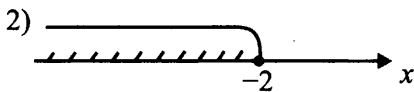
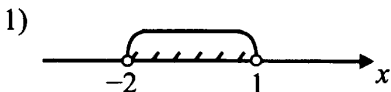


Рис. 299

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Правильный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , $OB = \frac{\sqrt{3}}{6}$. (см. рис. 300). Найдите сторону треугольника.

Ответ: _____.

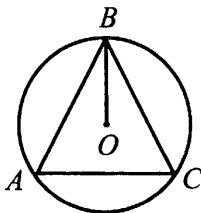


Рис. 300

10. Из точки A , находящейся вне окружности (с центром O), проведены касательная и секущая. $AB = 6$, $AC = 4$. Найдите длину отрезка AD (см. рис. 301).

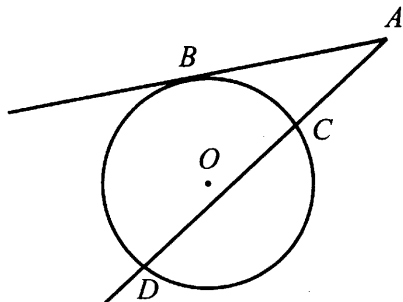


Рис. 301

Ответ: _____.

11. В трапеции $ABCD$ высота BH , проведённая к основанию AD , равна 10. Средняя линия MN трапеции $ABCD$ равна 15. Найдите площадь трапеции (см. рис. 302).

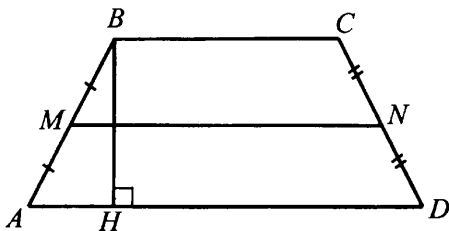


Рис. 302

Ответ: _____.

12. В треугольнике ABC найдите $\operatorname{tg} \angle ABC$ (см. рис. 303).

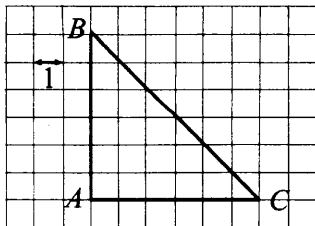


Рис. 303

Ответ: _____.

13. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Площадь ромба равна произведению его диагоналей.
- 2) Треугольник со сторонами 4, 8 и 16 существует.
- 3) Если $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$, то \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.
- 4) Сумма внутренних углов n -угольника равна $360^\circ(n - 2)$.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлено соотношение тестовых баллов и школьной оценки по итоговой контрольной работе по информатике у старшеклассников.

Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»
9 класс	0-55	56-74	75-85	86-100
10 класс	0-60	61-75	76-87	88-100
11 класс	0-60	61-71	72-85	86-100

Какую оценку получит девятиклассница Юлия Симонова, набравшая 87 тестовых баллов?

- 1) 5
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

Ответ:

15. Торговое судно с места стоянки отправилось в торговый порт, пробыв там некоторое время, оно вернулось назад тем же маршрутом. На рисунке 304 изображён график движения этого судна. По горизонтали отмечается время (в мин), а по вертикали — расстояние от места стоянки (в км). Определите по графику, сколько минут судно находилось в торговом порту.

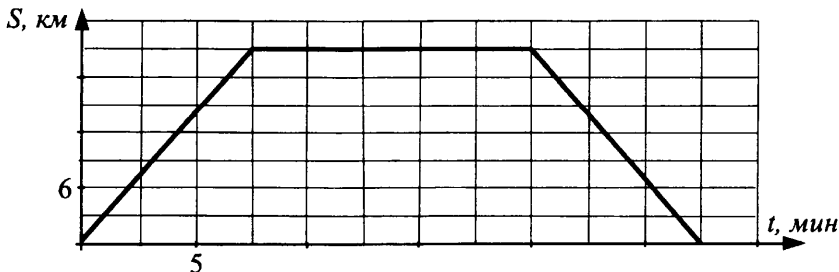


Рис. 304

Ответ: _____.

16. В магазине одежды в понедельник цена на блузку поднялась на 10%, а затем в воскресенье на неё сделали скидку 15% и продали за 935 рублей. Определите, сколько стоила блузки изначально. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

17. Между двумя столбами, высоты которых равны 12 м и 9 м, натянут трос (см. рис. 305). Расстояние между столбами равно 4 м. Найдите, на какой высоте (в метрах) находится предмет, закреплённый на тросе на расстоянии 1,25 м от верхнего конца троса.

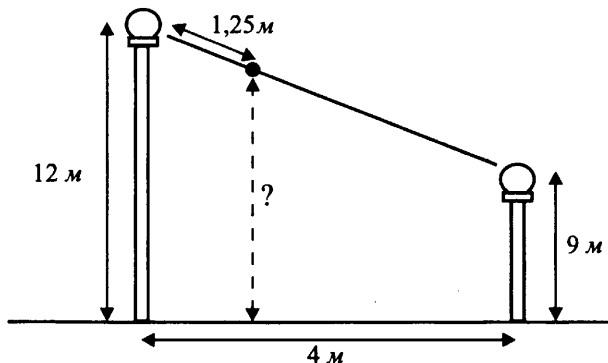


Рис. 305

Ответ: _____.

18. В бюро по трудоустройству подвели итоги года. На диаграмме (см. рис. 296) отображены профессии, пользующиеся наибольшей популярностью. Какие из утверждений неверны?

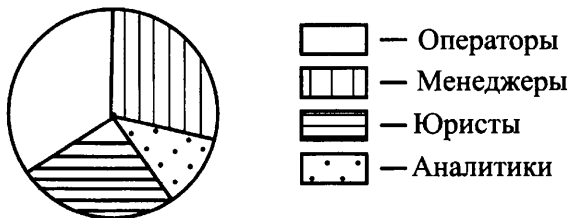


Рис. 306

- 1) Более половины работников выбрали профессию менеджера.
- 2) Число операторов превышает число аналитиков более чем в 2 раза.
- 3) Менеджеров и юристов примерно одинаковое количество.
- 4) Самая популярная профессия — аналитик.

Ответ: _____.

19. Участник соревнований наугад выбирает из урны один из шаров, на которых написаны номера от 1 до 12. Какова вероятность того, что номер выбранного шара делится нацело на 3, но не делится на 9?

Ответ: _____.

20. Кинетическая энергия (в) движущегося тела определяется формулой $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса тела (в кг), а v — скорость (в км/ч). Пользуясь этой формулой, определите скорость тела, если его кинетическая энергия равна 46, а масса 23.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{6^{4n-1} \cdot 49^{2n+3} \cdot 48}{3^{4n} \cdot 14^{4n+3}}$.

22. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны 150 км/ч и 120 км/ч. Длина пассажирского поезда составляет 700 м. Найдите длину скорого поезда (в метрах), если поезда прошли мимо друг друга за 15 секунд.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} 2 - x^2, & \text{при } |x - 2| \geq 1, \\ \frac{3}{x}, & \text{при } |x - 2| < 1 \end{cases}$

и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ будет иметь с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В треугольник со сторонами 12, 15 и 19 вписана окружность. Найдите длины отрезков, на которые стороны треугольника делятся точками касания с окружностью.

25. Из точки A к окружности с центром O проведены две касательные AB и AC , хорда BC пересекает AO в точке M . Докажите, что радиус окружности $R = \frac{AB \cdot BM}{AM}$.

26. В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями $AD = 12$ и $BC = 4$ можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, описанной около этой трапеции.

Вариант № 37

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{6} - \frac{1}{8}}$.

Ответ: _____.

2. О числах a и c известно, что $a > c$. Какое из следующих неравенств не верно?

1) $a - 2 > c - 3$

2) $a + 7 > c + 7$

3) $-\frac{a}{3} > -\frac{c}{3}$

4) $\frac{a}{7} > \frac{c}{7}$

Ответ:

3. Представьте выражение $\frac{(b^{-4})^{-3}}{b^{-5}}$ в виде степени с основанием b .

1) b^{17}

2) b^7

3) b^{-2}

4) b^{-12}

Ответ:

4. Решите уравнение $5 - 4x = 2x - 1$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 307 на с. 237).

A) $y = x^2 + 3x + 2$

Б) $y = x^2 - 3x + 2$

В) $y = -x^2 + 3x - 2$

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

6. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии 2,5; 5; 10; ... Найдите сумму первых 9 её членов.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{a^2 - c^2}{c} : \frac{a^2 + ac}{c}$ и найдите его значение при $a = 0,8$, $c = -0,4$.

Ответ: _____.

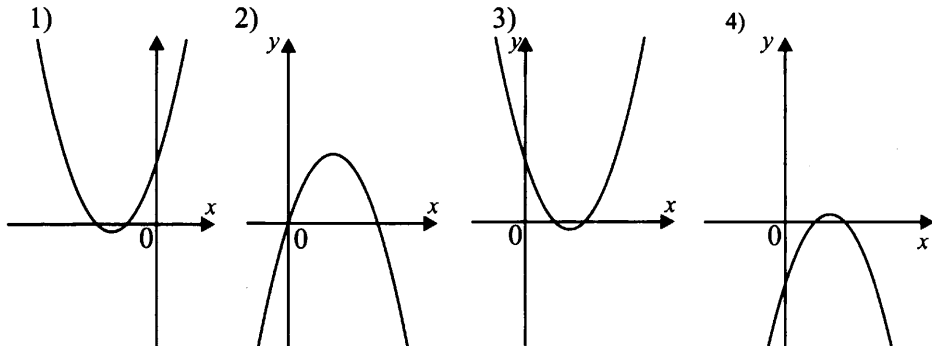


Рис. 307

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 + 6x + 5 > 0$

2) $x^2 - 6x - 7 < 0$

3) $x^2 + 6x + 11 < 0$

4) $x^2 - 6x + 3 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. У треугольника со сторонами 21 и 42 проведены высоты к этим сторонам (см. рис. 308). Высота, проведённая к первой стороне, равна 10. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

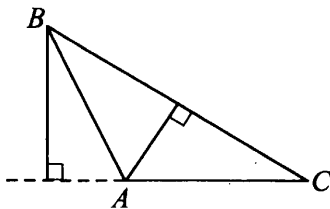


Рис. 308

Ответ: _____.

10. Касательные к окружности с центром O , касающиеся её в точках A и B , пересекаются под углом 30° (см. рис. 316). Найдите угол BAO . Ответ дайте в градусах.

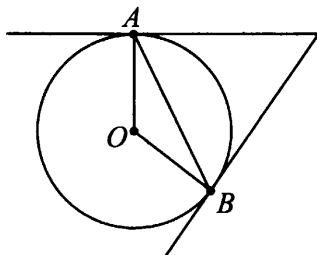


Рис. 309

Ответ: _____.

11. Сторона ромба равна 13, а один из углов 150° . Найдите площадь ромба.

Ответ: _____.

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 344. Точка E — середина стороны AB . Найдите площадь трапеции $EBCD$.

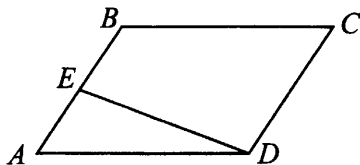


Рис. 310

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Если три стороны одного треугольника равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

2) Противоположные углы параллелограмма равны.

3) В равнобедренном треугольнике длины всех медиан равны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Площадь территории Аргентины равна 2 760 тысяч квадратных километров. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $2,76 \cdot 10^4$ 2) $2,76 \cdot 10^6$ 3) $2,76 \cdot 10^5$ 4) $2,76 \cdot 10^3$

Ответ:

15. На рисунке 311 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов температура превышала 2°C ?

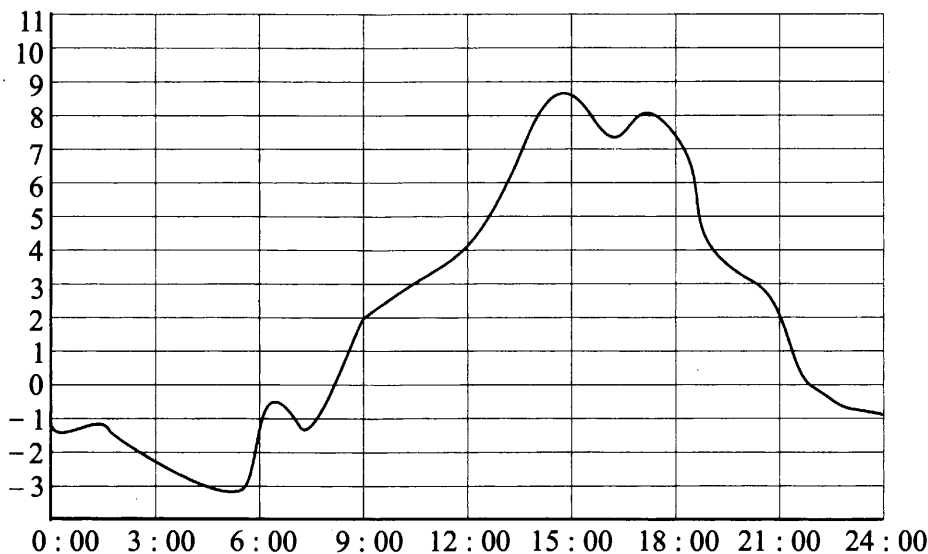


Рис. 311

Ответ: _____.

16. Магазин сначала снизил цену кофемолки на 15%, а затем предоставил скидку 20% на все товары. За какую сумму (в рублях) теперь можно приобрести кофемолку, если до снижения цены она стоила 2750 рублей?

Ответ: _____.

17. Площадь прямоугольного участка земли равна 7 га, а длина участка — 560 м. Найдите ширину участка (в метрах).

Ответ: _____.

18. Завуч подвёл итоги контрольной работы по русскому языку в девятих классах. Результаты представлены на диаграмме.

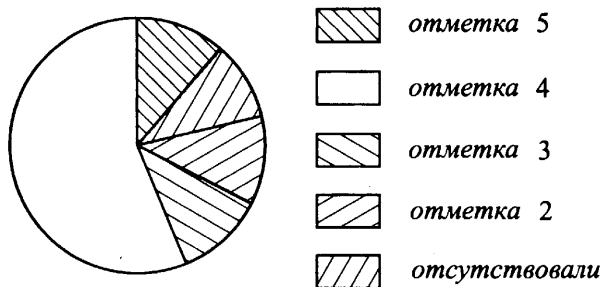


Рис. 312.

Какое из утверждений относительно результатов контрольной верно, если всего в школе 90 девятиклассников?

- 1) Менее половины девятиклассников получило отметку «4».
- 2) Около половины девятиклассников получило отметку «3».
- 3) Отметку «3», «4» или «5» получило более 60 девятиклассников.
- 4) Отметку «4» или «5» получило около трети девятиклассников.

Ответ:

19. Игральный кубик бросили дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало чётное число очков.

Ответ: _____.

20. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где

F — сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1 и m_2 — массы тел (в килограммах), r — расстояние между центрами масс тел (в метрах),

а γ — гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{М}^2}{\text{кг}^2}$. Поль-

зуясь этой формулой, найдите массу второго тела (в килограммах), если $F = 26,68 \text{ Н}$, $m_1 = 2 \cdot 10^8 \text{ кг}$, $r = 5 \text{ м}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $(x^2 + 2x)(-4 - x^2) \geq 15(-4 - x^2)$.
22. Водитель выехал с постоянной скоростью из города А в город Б, расстояние между которыми равно 240 км. Отправившись обратно в А, он увеличил скорость на 20 км/ч. По пути он сделал остановку на 1 час, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в Б. Найдите скорость машины на пути из А в Б.
23. Найдите p и постройте график $y = x^2 + px$, если известно, что прямая $y = 3x - 4$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 60, а один из его углов — 120° . Найдите диагонали ромба.
25. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Вершины A и D соединены отрезками с точкой M , лежащей на стороне BC , а вершины B и C — с точкой N , лежащей на стороне AD . Отрезки BN и AM пересекаются в точке O , а отрезки CN и DM — в точке P . Докажите, что площадь четырёхугольника $MPNO$ равна сумме площадей треугольников ABO и CDP .
26. В треугольнике BCD известно, что $BC = 4$, $BD = 8$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника BCD . Прямая CF , перпендикулярная прямой BO , пересекает сторону BD в точке F . Найдите DF .

Вариант № 38

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $-14 \cdot (-4,2) - 7,6$.

Ответ: _____.

2. На координатной прямой (см. рис. 313) изображены числа a и c . Какое из следующих неравенств неверно?



Рис. 313

- 1) $a - 2 < c - 2$ 2) $-a > -c$ 3) $\frac{a}{3} > \frac{c}{3}$ 4) $a + 2 < c + 4$

Ответ:

3. Представьте выражение $\frac{t^{-8}}{t^3 \cdot t^{-6}}$ в виде степени с основанием t .

- 1) t^{-5} 2) t^{10} 3) t^{-11} 4) t^{17}

Ответ:

4. Решите уравнение $3 + 2x = -6x - 5$.

Ответ: _____.

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 314).

- А) $y = x^2 + 4x + 4$ Б) $y = x^2 - 4x + 4$ В) $y = -x^2 + 4x - 4$

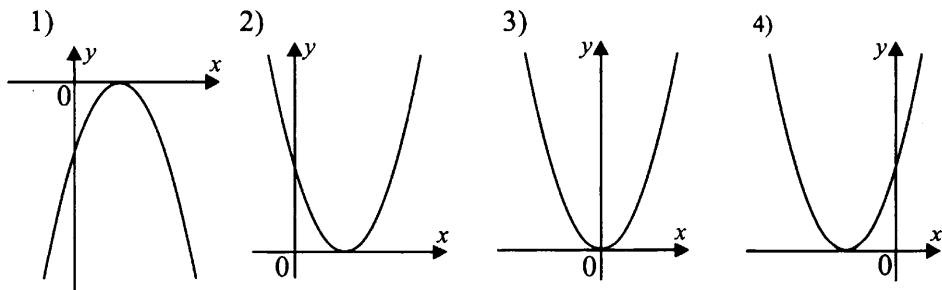


Рис. 314

Ответ:

А	Б	В

6. Геометрическая прогрессия задана условиями $b_1 = -\frac{3}{4}$, $b_{n+1} = -8b_n$.

Найдите сумму первых 5 её членов.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{2a^2b^2}{9a^2 - b^2} \cdot \frac{3a + b}{ab^2}$ при $a = 2,1$, $b = -0,7$.

Ответ: _____.

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 - 6x + 66 > 0$

2) $x^2 + 6x + 66 < 0$

3) $x^2 + 6x - 66 > 0$

4) $x^2 - 6x - 66 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. У треугольника со сторонами 13 и 26 проведены высоты к этим сторонам (см. рис. 315). Высота, проведённая к первой стороне, равна 6. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

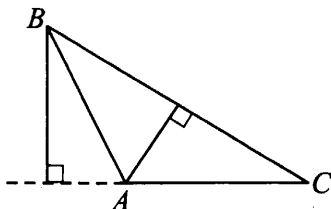


Рис. 315

Ответ: _____.

10. Касательные к окружности с центром O , касающиеся её в точках A и B , пересекаются под углом 40° (см. рис. 316). Найдите угол BAO . Ответ дайте в градусах.

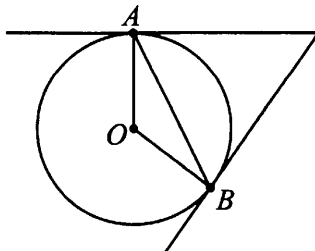


Рис. 316

Ответ: _____.

11. Периметр ромба равен 80, а один из углов 150° . Найдите площадь ромба (см. рис. 317).

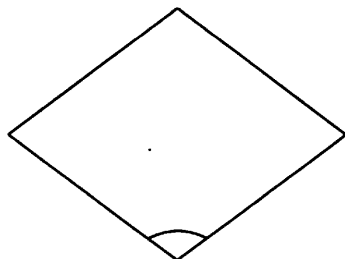


Рис. 317

Ответ: _____.

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 288. Точка E — середина стороны BC (см. рис. 318). Найдите площадь трапеции $BEDA$.

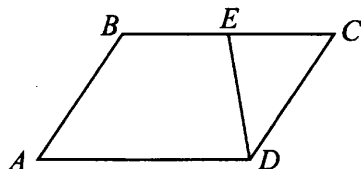


Рис. 318

Ответ: _____.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В треугольнике напротив большей стороны лежит меньший угол.
- 2) Площадь параллелограмма равна произведению длин двух его смежных сторон на угол между ними.
- 3) Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. Площадь территории Пакистана равна 804 тысячи км^2 . Как эта величина записывается в стандартном виде?

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $8,04 \cdot 10^3 \text{ км}^2$ | 2) $8,04 \cdot 10^5 \text{ км}^2$ |
| 3) $8,04 \cdot 10^6 \text{ км}^2$ | 4) $8,04 \cdot 10^8 \text{ км}^2$ |

Ответ:

15. На рисунке 319 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов температура не превышала 4°C ?

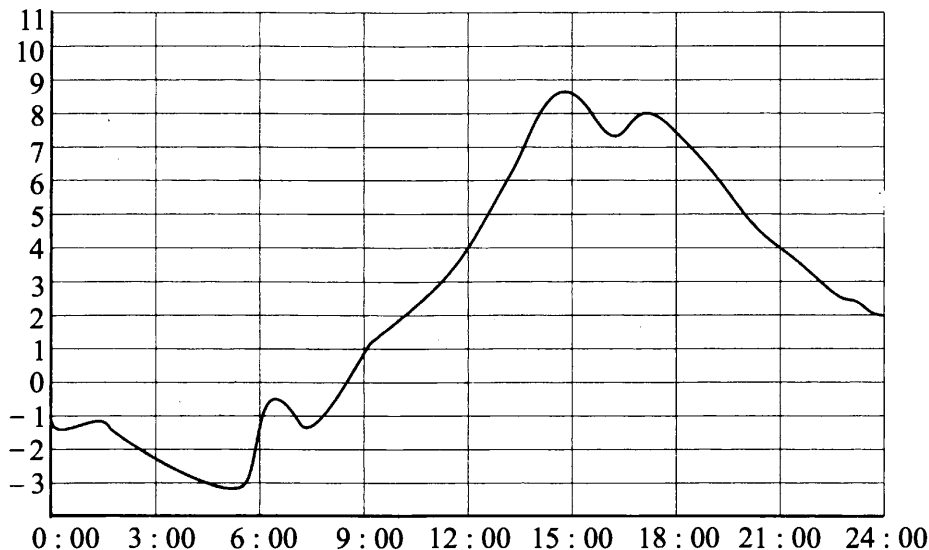


Рис. 319

Ответ: _____.

16. В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 20%, во второй — на 25%. Сколько рублей стала стоить вешалка для одежды после второго снижения цен, если до начала распродажи она стоила 1600 рублей?

Ответ: _____.

17. Площадь прямоугольного земельного участка равна 15 га, длина участка равна 600 м. Найдите ширину участка в метрах.

Ответ: _____.

18. Завуч подвёл итоги проведения контрольной работы по русскому языку в девятых классах. Результаты представлены на диаграмме (см. рис. 320).

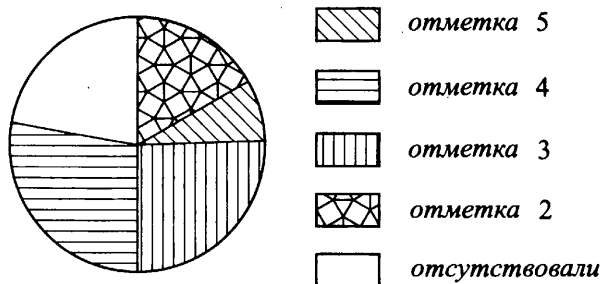


Рис. 320

Какое из утверждений относительно результатов контрольной верно, если всего в школе 90 девятиклассников?

- 1) Около четверти учащихся получили отметку «3».
- 2) Более половины девятиклассников получило отметку «4».
- 3) Суммарное количество девятиклассников, получивших отметки «2» и «5», больше 50.
- 4) Около 30 девятиклассников отсутствовали на контрольной работе.

Ответ:

19. В случайном эксперименте кубик кидают дважды. Найдите вероятность того, что выпадут числа разной чётности.

Ответ: _____.

20. Закон Джоуля–Ленца можно записать в виде $Q = UIt$, где Q — количество теплоты (в джоулях), U — напряжение цепи (в вольтах), I — сила тока (в амперах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите силу тока I (в амперах), если $Q = 1,2 \cdot 10^5$ Дж, $U = 50$ В, $t = 60$ с.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $(4x^2 + 3x)(-2 - x^2) \geq 7 \cdot (-2 - x^2)$.

22. Из двух городов A и B в 15:00 навстречу друг другу выехали 2 поезда. Поезд, вышедший из A , прибыл в B в 20:42, поезд, вышедший из B , прибыл в A ещё через 38 минут. Определите, через сколько минут после отправления эти поезда встретились, если расстояние между A и B равно 285 км.

23. Найдите a и постройте график функции $y = x^2 + ax$, если известно, что прямая $y = 2x - 1$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Высота CH ромба $BCDE$ делит сторону DE на отрезки $DH = 21$, $EH = 8$. Найдите высоту ромба.

25. В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1B_1C и ABC подобны.

26. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD построены две окружности, касающиеся боковых сторон трапеции. Первая окружность касается боковых сторон в точках B и C , а вторая — в точках A и D . Оказалось, что окружности касаются внешним образом, а их радиусы равны 2 и 3. Найдите высоту трапеции.

Вариант № 39

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{1}{25} + 0,46$.

Ответ: _____.

2. Между какими целыми числами заключено число $\sqrt{117}$?

1) 116 и 118

2) 10 и 11

3) 11 и 17

4) 9 и 10

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\sqrt{27 \cdot 150} \cdot \sqrt{50}$.

Ответ: _____.

4. Решите уравнение $-2(x - 4) = -0,8$.

Ответ: _____.

5. Укажите уравнение параболы, изображённой на рисунке 321.

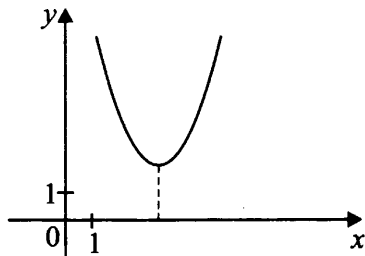


Рис. 321

1) $y = (x - 3)^2 - 2$

2) $y = (x + 3)^2 + 2$

3) $y = (x - 3)^2 + 2$

4) $y = (x + 3)^2 - 2$

Ответ:

6. a_n — арифметическая прогрессия $a_{25} = 150$, $a_{16} = 114$. Найдите разность этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16}$, найдите его значение при $x = 6$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $x^2 > 5x$.

1) $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$

2) $(-\infty; 0] \cup [5; +\infty)$

3) $(0; 5)$

4) $[0; 5]$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 157° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

10. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{1}{18}$ окружности. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

11. В прямоугольнике $ABCD$ сторона $AB = 7$ см, диагональ $AC = 25$ см. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.

Ответ: _____.

12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 10$, $\sin \angle A = 0,6$. Найдите BC .

Ответ: _____.

13. Запишите номера верных утверждений.

1) Если прямые a и b параллельны прямой c , то любая прямая, пересекающая прямую a , пересекает также и прямую b .

2) Сумма углов треугольника равна 360° .

3) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.

4) Вертикальные углы равны.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице даны нормативы по прыжкам в длину с места для девушек 11 класса. Какую отметку получит девушка, прыгнувшая на 1 м 74 сантиметра?

Отметка	Девушки		
	5	4	3
Длина прыжка	185	170	155

1) 5

2) 2

3) 3

4) 4

Ответ:

15. Из пункта A в пункт B вышел пешеход. На рисунке 322 изображён график его движения. Сколько километров в час проходит пешеход?

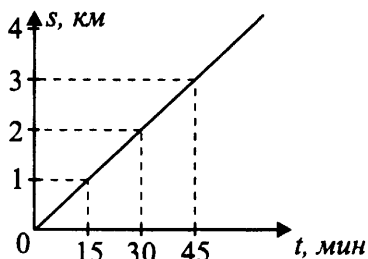


Рис. 322

Ответ: _____.

16. 1 кг пакистанских мандаринов стоит 55 рублей, а 1 кг мандаринов из Турции на 20% дороже. Сколько стоит 1 кг мандаринов из Турции?

Ответ: _____.

17. Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 метра и 5 метров, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 10 см. Сколько потребуется таких дощечек?

Ответ: _____.

18. 150 учащимся девятого класса некоторой школы была предложена контрольная работа по геометрии из 6 заданий. По результатам составили таблицу, в которой указали число учащихся, выполнивших одно, два, три и т.д. заданий:

Количество выполненных заданий	Число учащихся
0	-
1	33
2	32
3	31
4	25
5	19
6	10

Сколько человек получили оценку выше «4», если критерии выставления оценок определялись по следующей таблице?

Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»
Количество выполненных заданий	0-1	2-3	4	5-6

1) 10

2) 29

3) 54

4) 25

Ответ:

19. В коробке имеются карточки с номерами от 6 до 55. Какова вероятность того, что наугад взятая карточка может иметь однозначный номер?

Ответ: _____.

20. Площадь ромба можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$, где d_1 и d_2 — диагонали ромба (в сантиметрах). Пользуясь этой формулой, найдите d_2 , если $d_1 = 11$ см, а площадь ромба 44 см^2 .

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $4(x - 1)^2 = (2 + x)^2$.

22. Сколько килограммов воды надо добавить к 24 кг 6%-го раствора соли, чтобы получить 5%-й раствор соли?

23. Известно, что графики функций $y = x^2 - p$ и $y = 2x + 3$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики функций в одной системе координат.

Модуль «Геометрия»

24. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ делит сторону BC на отрезки $BK = 7$ см и $KC = 4$ см. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$.

25. На окружности отмечены точки A, B, C, D (см. рис. 323). Докажите, что дуга BC равна дуге AD , если угол BAC равен углу ACD .

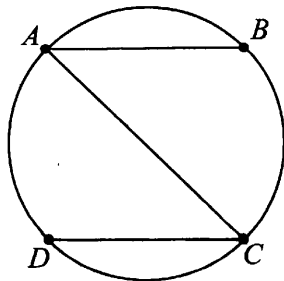


Рис. 323

26. Площадь треугольника ABC равна 105. Биссектриса BD пересекает медиану CM в точке O , при этом $CD : AD = 1 : 5$. Найдите площадь четырёхугольника $AMOD$.

Вариант № 40

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{1}{4} + 0,25$.

Ответ: _____.

2. Какое из данных чисел заключено между числами $\frac{2}{7}$ и $\frac{2}{3}$?

1) 0,9

2) 0,8

3) 0,7

4) 0,6

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\sqrt{125 \cdot 12} \cdot \sqrt{15}$.

1) 115

2) 100

3) 150

4) 120

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{2}{3}x - 5 = 3$.

Ответ: _____.

5. Укажите уравнение прямой, изображённой на рисунке 324.

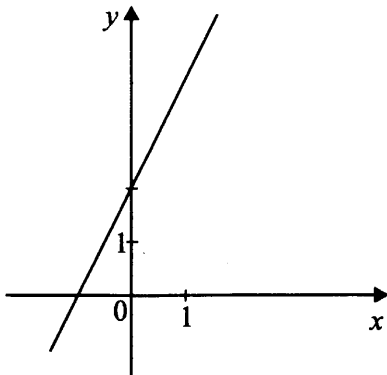


Рис. 324

1) $y = 2x + 2$

2) $y = x + 4$

3) $y = 4x$

4) $y = -2x$

Ответ:

6. a_n — арифметическая прогрессия $a_{25} = 625$, $a_{22} = 610$. Найдите разность этой прогрессии.

Ответ: _____.

7. Упростите выражение $\frac{x^2 - 9x}{x^2 - 81}$ и найдите его значение при $x = -12$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $x^2 \leq 100$.

1) $(-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$

2) $[-10; 10]$

3) $(-\infty; -10] \cup [10; +\infty)$

4) $(-10; 10)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине A равен 147° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

10. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет 25% окружности. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

11. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $AB = 8$, диагональ $BD = 17$.

Ответ: _____.

12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 10$, $\operatorname{tg} \angle A = 0,4$. Найдите BC .

Ответ: _____.

13. Выберите верное утверждение.

1. Каждая сторона треугольника больше суммы двух других сторон.
2. Сумма острых углов в прямоугольном треугольнике равна 90° .
3. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине другого катета.
4. Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.

Ответ:

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице даны нормативы по прыжкам в длину с места для юношей 11 класса. Какую отметку получит юноша, прыгнувший на 2 м 35 см?

Отметка	5	4	3
Длина прыжка(см)	230	220	200

Ответ: _____.

15. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист. На рисунке 325 изображён график его движения. Сколько километров в час проезжает велосипедист?

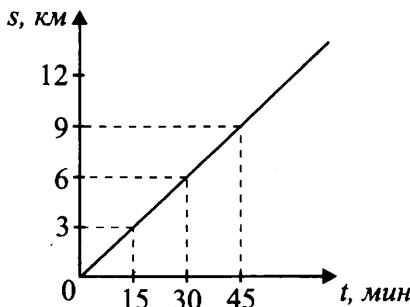


Рис. 325

Ответ: _____.

16. 1 кг мандаринов из Турции стоят 70 рублей, а 1 кг мандаринов из Абхазии на 40% дешевле. Сколько стоят 1 кг мандаринов из Абхазии?

Ответ: _____.

17. Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 и 5 метров, требуется покрыть паркетом из квадратных дощечек со сторонами 10 см. Сколько потребуется таких дощечек?

Ответ: _____.

18. 150 учащимся девятого класса некоторой школы была предложена контрольная работа по геометрии из 6 заданий. По результатам составили таблицу, в которой указали число учащихся, выполнивших одно, два, три и т.д. заданий:

Количество выполненных заданий	Число учащихся
0	-
1	33
2	32
3	31
4	25
5	19
6	10

Сколько человек получили оценку выше «3», если критерии выставления оценок определялись по следующей таблице?

Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»
Количество выполненных заданий	0-1	2-3	4	5-6

1) 10

2) 29

3) 54

4) 25

Ответ:

19. В коробке имеются карточки с номерами от 6 до 55, какова вероятность того, что наугад взятая карточка имеет двузначный номер?

Ответ: _____.

20. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где p — полупериметр треугольника, a, b, c — стороны треугольника. Найти площадь треугольника, если $a = 8$, $b = 9$, $c = 5$. В ответе запишите площадь, умноженную на $\sqrt{11}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $9(x+1)^2 = (3+x)^2$.

22. В сосуд, содержащий 20 кг 30%-го раствора соли в воде, добавили 10 кг воды. Найдите процентное содержание соли в получившемся растворе.

23. Известно, что графики функций $y = a - x^2$ и $y = 4x - 1$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики функций в одной системе координат.

Модуль «Геометрия»

24. Биссектриса MP параллелограмма $DMKC$ делит сторону DC на отрезки $DP = 3$ см и $PC = 8$ см. Найдите периметр параллелограмма $DMKC$.

25. Докажите, что у равных треугольников AOC и $A_1O_1C_1$ медианы, проведённые из вершин равных углов O и O_1 , равны.

26. Высота LH ромба $KLMN$ делит сторону KN на отрезки $KH = 2$ и $NH = 2$. Найдите высоту ромба.

Решения части 2 избранных вариантов

Решение варианта 1

21. $x^4 + x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^3 + x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ или $x^3 + x + 2 = 0$. Заметим, что $x = -1$ является корнем уравнения $x^3 + x + 2 = 0$. Тогда выделим множитель $x + 1$ в левой части последнего уравнения: $x^3 + 1 + x + 1 = 0$.

$(x + 1)(x^2 - x + 1) + (x + 1) = 0$, $(x + 1)(x^2 - x + 2) = 0$. Квадратный трёхчлен $x^2 - x + 2$ не имеет корней. Итак, $x = 0$ и $x = -1$ — корни исходного уравнения.

Ответ: $x = 0$ и $x = -1$.

22. 300 км автомобиль проехал за $300 : 60 = 5$ ч, 315 км за $315 : 90 = 3,5$ ч и последние 120 км за $120 : 80 = 1,5$ ч. Весь путь $300 + 315 + 120 = 735$ км, время $5 + 3,5 + 1,5 = 10$ ч, средняя скорость $735 : 10 = 73,5$ км/ч.

Ответ: 73,5 км/ч.

23. Для построения графика функции $y = |4 - (x - 2)^2| - 1$ построим сначала график функции $y = -(x - 2)^2$, затем перенесём его параллельно вверх на 4 единицы, затем ту часть графика, которая расположена ниже оси Ox , отобразим симметрично относительно оси абсцисс, наконец график функции $y = |4 - (x - 2)^2|$ с помощью параллельного переноса опустим на 1 единицу вниз (см. рис. 326). Прямая $y = -1$ имеет с графиком функции $y = |4 - (x - 2)^2| - 1$ ровно две общие точки. Любая прямая $y = c$, где $c > 3$ имеет с графиком функции $y = |4 - (x - 2)^2| - 1$ ровно две общие точки.

Ответ: $c > 3$; $c = -1$.

24. C — точка касания, поэтому $CO \perp BC$. Углы A и B трапеции прямые (см. рис. 327).

Пусть H — точка пересечения прямой CO и хорды AD .

$CH \parallel AB$, $ABCH$ — прямоугольник, значит, $AB = CH$ и $BC = AH$.

$CO = AO = OD$ как радиусы. $\triangle AOD$ равнобедренный, поэтому высота OH является медианой и биссектрисой.

$AH = HD = 1$.

$\angle AOH = \angle DOH = 60^\circ$.

Рассмотрим прямоугольный треугольник AOH .

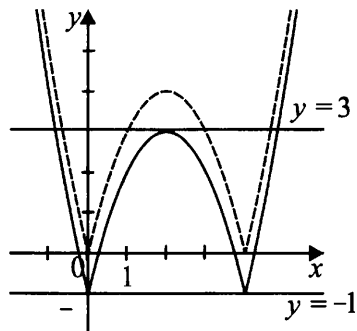


Рис. 326

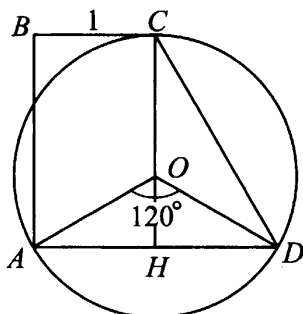


Рис. 327

$$AO = \frac{AH}{\cos 30^\circ} = \frac{1 \cdot 2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}; OH = \frac{1}{2} \cdot AO = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$AB = CH = CO + OH = AO + OH = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

Ответ: $\sqrt{3}$.

25. $\angle 5 = 90^\circ$ по условию, $\angle 1 + \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ как сумма углов треугольника (см. рис. 328), значит, $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$. $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$ по свойству биссектрис, тогда $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$. $\angle MBA$ и $\angle BAN$ односторонние и их сумма равна 180° , значит, $BM \parallel AN$. $\triangle MOB = \triangle AOB$ и $\triangle AOB = \triangle AON$ (по катету и прилежащему острому углу), значит, $BM = AB = AN$. Получили, что $BM \parallel AN$ и $BM = AN$, значит, $ABMN$ параллелограмм.

В параллелограмме $ABMN$ по условию диагонали взаимно перпендикулярны, следовательно, этот параллелограмм — ромб.

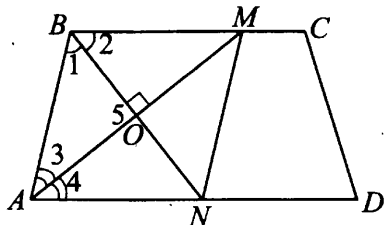


Рис. 328

26. Покажем, что $ABCD$ — параллелограмм. $\overrightarrow{AB}\{1;3\}$, $\overrightarrow{CD}\{1;3\}$. Это означает, что $AB = CD$ и $AB \parallel CD$. Заметим, что точки A и C лежат на прямой $y = x$, а точки B и D симметричны относительно этой прямой, следовательно, $BD \perp AC$. Итак, $ABCD$ — ромб. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей. AC найдём по формуле $AC = \sqrt{(y_C - y_A)^2 + (x_C - x_A)^2} = \sqrt{(6 - 2)^2 + (6 - 2)^2} = 4\sqrt{2}$.

$$BD = \sqrt{(5 - 3)^2 + (3 - 5)^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD. S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 8.$$

Ответ: 8.

Решение варианта 5

$$21. \frac{9 \cdot 3^n}{3^{n+1} + 3^{n-1}} = \frac{9 \cdot 3^n}{3^n \cdot (3 + 3^{-1})} = \frac{9}{3 + \frac{1}{3}} = \frac{9 \cdot 3}{10} = 2,7.$$

Ответ: 2,7.

22. Пусть неизвестная скорость второго автомобиля x км/ч. По условию первый автомобиль догонит второй через 40 минут, что составляет $\frac{2}{3}$ часа. Тогда имеем $\frac{12}{90 - x} = \frac{2}{3}$, $36 = 180 - 2x$; $2x = 144$, $x = 72$ (км/ч).

Ответ: 72 км/ч.

$$23. y = \frac{x^2 - 2x - 35}{x + 5}.$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0, x_1 = -5, x_2 = 7.$$

$$y = \frac{(x + 5)(x - 7)}{x + 5} = x - 7, \text{ при } x \neq -5.$$

Построим график функции $y = x - 7$, $x \neq -5$ (см. рис. 329).

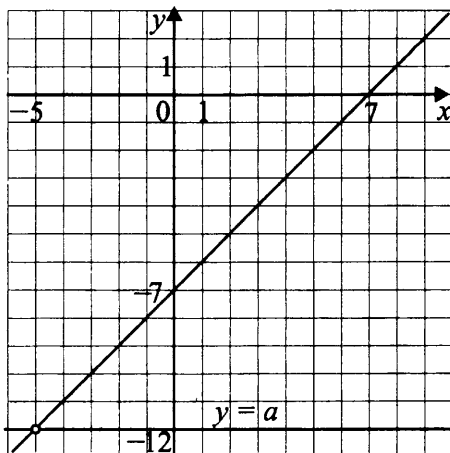


Рис. 329

Прямая $y = -12$ не имеет с графиком функции $y = \frac{x^2 - 2x - 35}{x + 5}$ общих точек, так как не проходит через выколотую точку. Других таких прямых нет.

Ответ: -12 .

24. По условию $BC = 4$ см, $AD = 6$ см, $BK = 4$ см, тогда $CF = 4$ см, $KF = 4$ см, $FD = AK = 1$ см (см. рис. 330).

Из $\triangle ABK : \angle BKA = 90^\circ$,
 $AB = \sqrt{BK^2 + AK^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$ (см).

$$\sin \angle BAK = \frac{BK}{AB} = \frac{4}{\sqrt{17}}.$$

Из $\triangle BKD : \angle BKD = 90^\circ$,
 $BD = \sqrt{BK^2 + KD^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$ (см).

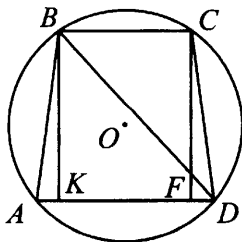


Рис. 330

По теореме синусов $\frac{BD}{\sin \angle BAD} = 2R$, где R — радиус описанной окружности треугольника ABD , этот же радиус будет являться и радиусом окружности, описанной около равнобедренной трапеции $ABCD$.

$$\frac{\sqrt{41}}{\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)} = 2R, R = \frac{\sqrt{41} \cdot 17}{8} = \frac{\sqrt{697}}{8}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{697}}{8}$.

25. Треугольники AOD и BOC подобны (по двум углам), значит, $\frac{BO}{OD} = \frac{CO}{OA}$ (см. рис. 331).

Прибавив единицу к обеим частям этого равенства, получим $\frac{BO}{OD} + 1 = \frac{CO}{OA} + 1$, $\frac{BO + OD}{OD} = \frac{CO + OA}{OA}$, $\frac{BD}{OD} = \frac{CA}{OA}$.

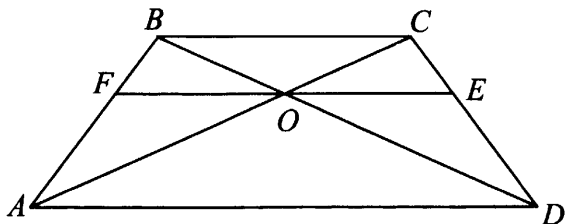


Рис. 331

$$\triangle BCD \sim \triangle OED \Rightarrow \frac{BC}{OE} = \frac{BD}{OD}.$$

$$\triangle BCA \sim \triangle FOA \Rightarrow \frac{BC}{OF} = \frac{AC}{OA}.$$

Но $\frac{CA}{OA} = \frac{BD}{OD}$, $\frac{BD}{OD} = \frac{BC}{OE}$, $\frac{AC}{OA} = \frac{BC}{OF} \Rightarrow \frac{BC}{OE} = \frac{BC}{OF} \Rightarrow OF = OE$, что и требовалось доказать.

26. Рассмотрим равнобедренный $\triangle ABC$ с основанием AC , $BD \perp AC$, K — середина AB (см. рис. 332). По условию $DK = BD$, $AK = KB$, $AD = DC$, $AD = 5$. Продолжим DK и отложим на луче DK отрезок $MK = KD$, в четырёхугольнике $AMBD$ диагонали пересекаются и точкой K делятся пополам, угол ADB — прямой, и получается, что четырёхугольник $AMBD$ — прямоугольник. В $\triangle MBD$ пусть $BD = x$,

$MD = 2x$, тогда $\angle BMD = 30^\circ$, $BD = 5 \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. Следовательно,

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{25\sqrt{3}}{3}.$$

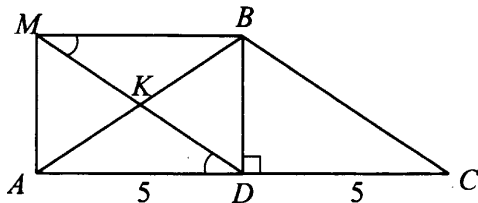


Рис. 332

Ответ: $\frac{25\sqrt{3}}{3}$.

Решение варианта 9

21. Разложим левую часть исходного уравнения на множители.

$$x^2 - 6x + 5 = 0, \quad \frac{D}{4} = 9 - 5 = 4.$$

$$x_1 = 3 + 2 = 5.$$

$$x_2 = 3 - 2 = 1.$$

Уравнение имеет вид $x(x - 5)(x - 1) = 12(x - 5)$,

$$(x - 5)(x(x - 1) - 12) = 0,$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ x(x - 1) - 12 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ x^2 - x - 12 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ x = -3; 4. \end{cases}$$

Ответ: $-3; 4; 5$.

22. Пусть вторая бригада сделала x деталей, тогда первая бригада — $5x$ деталей, а третья — $5x + 11$ деталей, вместе они сделали 2211 деталей. Составим уравнение $5x + x + 5x + 11 = 2211$.

$$\text{Решим его: } 11x + 11 = 2211,$$

$$11x = 2200, \quad x = 200 \text{ (деталей).}$$

Третья бригада сделала $5 \cdot 200 + 11 = 1011$ (деталей), тогда разность равна $1011 - 200 = 811$ (деталей).

Ответ: 811.

$$23. y = \frac{-2x^2 + 17x - 21}{x^2 - 5x - 14}.$$

$$y = \frac{-2(x-7)\left(x - \frac{3}{2}\right)}{(x-7)(x+2)},$$

$$y = -\frac{2\left(x - \frac{3}{2}\right)}{x+2}, \text{ при } x \neq 7.$$

$$y = -2 + \frac{7}{x+2}.$$

График функции $y = -2 + \frac{7}{x+2}$ получается сдвигом гиперболы $y = \frac{7}{x}$ на 2 единицы влево и на 2 единицы вниз. Чтобы получить график исходной функции (см. рис. 333), нужно удалить из гиперболы точку $(7; -1\frac{2}{9})$.

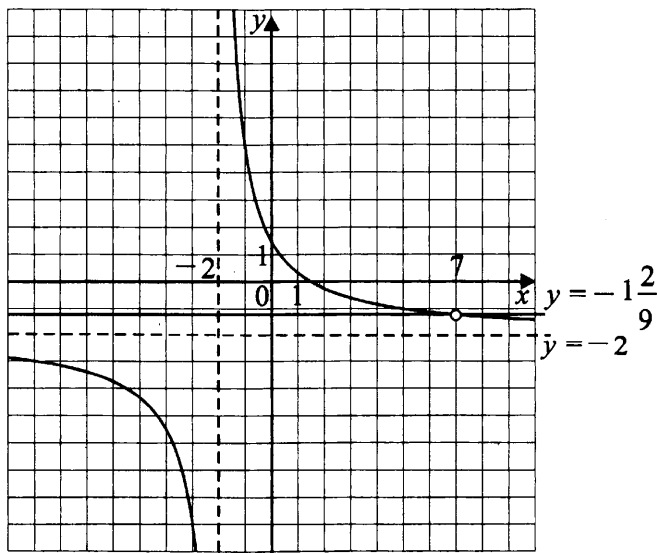


Рис. 333

При $b = -2$ и $b = -1\frac{2}{9}$ прямая $y = b$ не имеет с графиком функции общих точек.

Ответ: $-2; -1\frac{2}{9}$.

24. По теореме Пифагора $MP^2 = 5^2 + 12^2 = 169$, $MP = 13$ (см. рис. 334). AK — средняя линия параллельная стороне NP и равная $\frac{12}{2} = 6$.

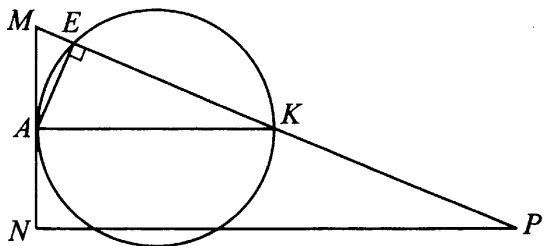


Рис. 334

$\angle EKA = \angle MPN$ как соответственные при $AK \parallel NP$ и секущей MP . Так как $\angle AEK$ вписанный угол, опирающийся на диаметр, то $\angle AEK = 90^\circ = \angle MNP$. Отсюда $\triangle KAE \sim \triangle PMN$ (по двум углам) и $\frac{EK}{NP} = \frac{AK}{MP}$; $EK = \frac{AK \cdot NP}{MP} = \frac{6 \cdot 12}{13} = 5\frac{7}{13}$.

Ответ: $5\frac{7}{13}$.

25. Обозначим через R радиус окружности. По условию $BC \perp OA$, $OK = KA$ (см. рис. 335). Но $OA = OC = OB = R$, $OK = KA = \frac{R}{2}$

В $\triangle OKC$ (и в $\triangle BKO$) катет равен половине гипотенузы, поэтому угол, лежащий напротив катета OK , равен 30° . Отсюда $BK = KC = R \cos 30^\circ = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$, $BC = BK + KC = R\sqrt{3}$.

Если правильный треугольник со стороной a вписан в окружность радиуса R , то по теореме синусов $\frac{a}{\sin 60^\circ} = 2R$, $a = 2R \sin 60^\circ = R\sqrt{3}$.

Получили, что $BC = a$, что и требовалось доказать.

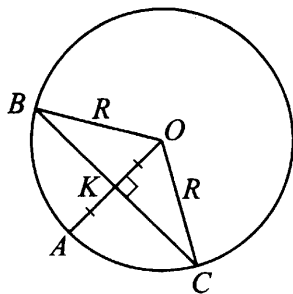


Рис. 335

26. По условию $MN = 5$, $\angle ABD = \angle CBD$,
 $2AB + BC + AD = AD + 17$ (см. рис. 336).

$$\frac{BC + AD}{2} = MN, BC + AD = 2MN, BC + AD = 10.$$

$\triangle ABD$ — равнобедренный, так как $\angle CBD = \angle DBA$ (по условию),
 $\angle BDA = \angle DBC$ (как накрест лежащие при параллельных прямых BC и
 AD и секущей BD). Отсюда $AB = AD$.

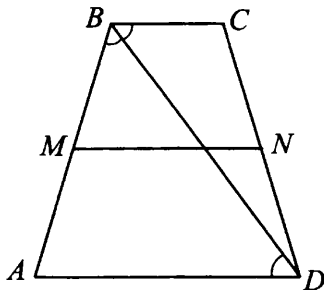


Рис. 336

$$2AB + BC + AD = AD + 17,$$

$$2AB + 10 = AD + 17,$$

$$2AD - AD = 17 - 10,$$

$$AD = 7.$$

$$BC + 7 = 10,$$

$$BC = 3.$$

Ответ: 3; 7.

Решение варианта 13

21. Решим первое неравенство $\frac{x^2 - 6x - 7}{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2} \leq 0$. Знаменатель дроби

этого неравенства равен $\left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right)^2$. Он определён при $x \neq 0$ и обращается в 0 при $x = 1$ и $x = -1$.

Следовательно, ОДЗ первого неравенства состоит из всех значений, кроме $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$.

При всех значениях x из ОДЗ первого неравенства знаменатель дроби больше нуля, так как является квадратом некоторого числа. Поэтому решениями первого неравенства будут те значения x , при которых $x^2 - 6x - 7 \leq 0$.

Корнями квадратного трёхчлена $x^2 - 6x - 7$ являются -1 и 7 . Учитывая, что его старший коэффициент больше нуля, получаем решение первого неравенства $-1 \leq x \leq 7$, с учётом ОДЗ: $x \in (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 7]$.

Решим второе неравенство $-3x + 3 > 0$; $-3x > -3$; $x < 1$.

Изобразим решения каждого из неравенств.

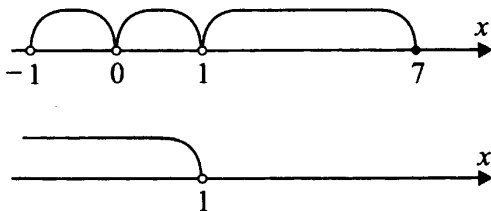


Рис. 337

Из рисунка 337 находим решение системы $(-1; 0) \cup (0; 1)$.

Ответ: $(-1; 0) \cup (0; 1)$.

22. По условию в 1 кг сухого белья содержится 0,04 кг воды. Обозначим через x вес воды в кг, содержащихся в 1 кг белья после стирки.

Так как в 1 кг белья до стирки содержится 0,96 кг сухого вещества, то после стирки из него получится $0,96 + x$ кг белья. По условию процентное содержание воды составляет 20%. Следовательно, получаем пропорцию:

$$\begin{array}{rcl} 0,96 + x & - & 100\% \\ x & - & 20\% \end{array}$$

Отсюда получаем, что $(0,96 + x) \cdot 20 = 100x$, $4x = 0,96$, $x = 0,24$.

Значит, из 1 кг сухого белья получается $0,96 + 0,24 = 1,2$ кг белья после стирки. Из 5 кг сухого белья получится $5 \cdot 1,2 = 6$ кг белья после стирки.

Ответ: 6.

23. Заметим, что $|x^2 + 1| > 0$ при любом x , поэтому $|x^2 + 1| = x^2 + 1$. Отсюда следует, что при $x \leq \frac{3}{4}$ графиком функции является часть параболы $y = x^2 + 1$, ветви которой направлены вверх и вершиной является точка $(0; 1)$.

При $x > \frac{3}{4}$ графиком является часть параболы $y = -x^2 + 3x - 0,125$, ветви которой направлены вниз, а максимальное значение получится при $x = \frac{3}{2}$ (так как абсцисса вершины параболы $y = ax^2 + bx + c$ вычисляется по формуле $x = -\frac{b}{2a}$).

Значение квадратного трёхчлена $-x^2 + 3x - 0,125$ при $x = \frac{3}{2}$ равно:
 $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{8} = 2,125$.

При $x = \frac{3}{4}$ имеем: $x^2 + 1 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1 = \frac{25}{16}$ и
 $-x^2 + 3x - 0,125 = -\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{4} - 0,125 = \frac{25}{16}$.

На рисунке 338 изображён график исходной функции.

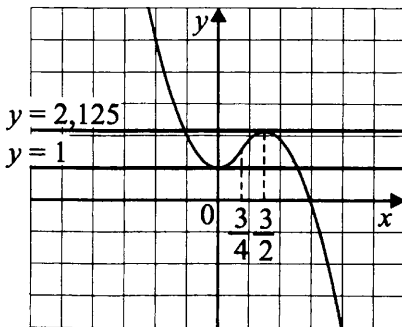


Рис. 338

Прямая $y = m$, параллельная оси Ox , пересекает график ровно в двух точках при $m = 1$ и $m = 2,125$.

Ответ: $m = 1$ и $m = 2,125$.

24. Найдём третью сторону BC по теореме косинусов.

$$BC^2 = 15^2 + 17^2 - 2 \cdot 15 \cdot 17 \cdot \frac{45}{51} = 225 + 289 - 450 = 64, BC = 8.$$

Так как $17^2 = 15^2 + 8^2$, то треугольник ABC является прямоугольным. Радиус описанной около него окружности равен половине гипотенузы, то есть 8,5.

Ответ: 8,5.

25. Так как $AB^2 + BC^2 = AC^2$, то треугольник ABC является прямоугольным и угол B равен 90° (см. рис. 339). Следовательно, AC — диаметр окружности, а значит угол D также равен 90° . Отсюда получаем, что $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC$ и $S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot DC$. Следовательно,

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC + \frac{1}{2} AD \cdot DC = \\ = \frac{1}{2} \cdot (AB \cdot BC + AD \cdot DC).$$

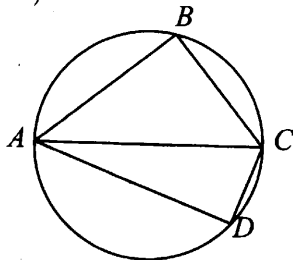


Рис. 339

26. Рассмотрим рисунок 340 (с. 269). Через точку O проведём прямую, перпендикулярную BD , и из точек M и N опустим перпендикуляры MK и NT на эту прямую.

Так как высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, делит этот треугольник на два треугольника, подобных исходному, то $\triangle FOB \sim \triangle OMB$, $\triangle FOB \sim \triangle FMO \sim \triangle MKO$. Отсюда $\triangle MKO \sim \triangle OMB$. Тогда $\frac{MK}{OM} = \frac{OM}{OB}$, $\frac{MK}{R} = \frac{R}{2R}$, $MK = \frac{R}{2}$,

$$OK = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

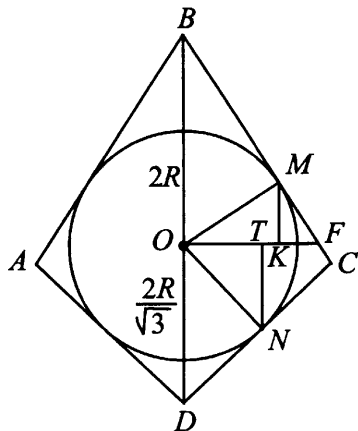


Рис. 340

Аналогично из подобия треугольников NOT и NOD получаем, что $OT = \frac{R}{2}$ и $NT = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Заметим, что MN является диагональю прямоугольника со сторонами $NT + KM$ и TK . Поэтому $MN^2 = \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} - \frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R}{2}\right)^2 = 2R^2$,
 $MN = R\sqrt{2}$.

Ответ: $R\sqrt{2}$.

Решение варианта 17

$$21. \frac{3}{(x-2)^2} + \frac{5}{x-2} - 8 = 0, \text{ ОДЗ: } x-2 \neq 0, x \neq 2.$$

$$3 + 5(x-2) - 8(x-2)^2 = 0,$$

$$3 + 5x - 10 - 8x^2 + 32x - 32 = 0,$$

$$8x^2 - 37x + 39 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{37 \pm \sqrt{1369 - 1248}}{16} = \frac{37 \pm 11}{16},$$

$$x_1 = 3, x_2 = 1,625.$$

Оба значения x удовлетворяют условию $x \neq 2$, следовательно, являются корнями исходного уравнения.

Ответ: 1,625; 3.

22. Пусть на x тыс. рублей надо приобрести оборудование для третьего предприятия, тогда на $0,6x$ тыс. рублей надо приобрести оборудование

для второго предприятия, а на $0,4 \cdot 0,6x = 0,24x$ тыс. рублей для третьего предприятия. По условию стоимость оборудования в заявке третьего предприятия превышает заявку первого на 570 тыс. рублей. Составим и решим уравнение $x - 0,24x = 570$, $x = 750$.

750 тыс. рублей — стоимость оборудования в заявке третьего предприятия, тогда $750 \cdot 0,6 = 450$ тыс. рублей — в заявке второго предприятия, а $450 \cdot 0,4 = 180$ тыс. рублей — в заявке первого предприятия.

$750 + 450 + 180 = 1380$ тыс. рублей — общая стоимость оборудования в заявках всех трёх предприятий.

Ответ: 1380.

$$23. y = 1 - \frac{x+3}{x^2+3x} = 1 - \frac{x+3}{x(x+3)} = 1 - \frac{1}{x}; x \neq -3, x \neq 0.$$

График функции $y = 1 - \frac{1}{x}$, $x \neq -3$, $x \neq 0$ получен путём сдвига графика функции $y = -\frac{1}{x}$ на одну единицу вверх вдоль оси Oy , точка $(-3; 1\frac{1}{3})$ выколота (см. рис. 341).

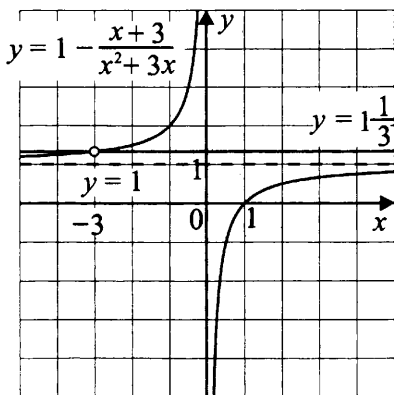


Рис. 341

Прямая $y = k$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $k = 1$ и $k = 1\frac{1}{3}$.

Ответ: $1; 1\frac{1}{3}$.

24. Обозначим $CE = x$, тогда $DE = 8 - x$. По свойству хорд имеем $AE \cdot BE = CE \cdot DE$ (см. рис. 342 на с. 271).

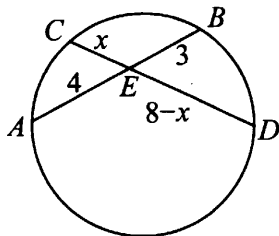


Рис. 342

$$4 \cdot 3 = x(8 - x),$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0,$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 12} = 4 \pm 2;$$

$$x_1 = 6, x_2 = 2.$$

По условию $CE < DE$, значит, $CE = 2$.

Ответ: 2.

25. $\angle BAD + \angle DCB = 180^\circ$ как противоположные углы четырёхугольника, вписанного в окружность.

$\angle DCB + \angle MCB = 180^\circ$ как смежные (см. рис. 343).

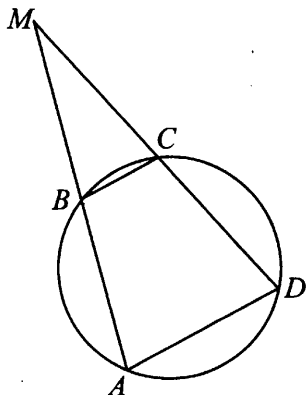


Рис. 343

Имеем $\angle BAD = 180^\circ - \angle DCB$, $\angle MCB = 180^\circ - \angle DCB$, отсюда $\angle BAD = \angle MCB$, $\angle BAD = \angle MAD$, значит, $\angle MAD = \angle MCB$.

В треугольниках AMD и MCB $\angle M$ — общий, $\angle MAD = \angle MCB$ по доказанному, следовательно, $\triangle AMD \sim \triangle MCB$ по первому признаку подобия, что и требовалось доказать.

26. По условию в трапецию $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $BC + AD = AB + CD = 52 : 2 = 26$.

Проведём $CK \parallel BD$, тогда $DBCK$ — параллелограмм и $CK = BD$.

Так как $AC = BD$ как диагонали равнобедренной трапеции, то $AC = CK$ и $\triangle ACK$ — равнобедренный. $AK = AD + DK$, $DK = BC$, $AK = AD + BC = 26$.

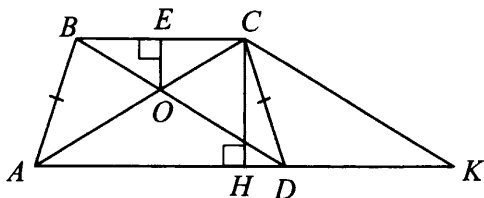


Рис. 344

Проведём $CH \perp AK$.

Так как площадь трапеции равна 156, то из формулы

$$S_{\text{тр}} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CH, \quad CH = \frac{2 \cdot S_{\text{тр}}}{BC + AD}, \quad CH = \frac{2 \cdot 156}{26} = 12.$$

В прямоугольном треугольнике CHD по теореме Пифагора $DH^2 = CD^2 - CH^2$, $CD = AB = 26 : 2 = 13$.

$$DH = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5, \quad \text{тогда } DK = HK - HD = \frac{1}{2}AK - HD = \\ = \frac{1}{2} \cdot 26 - 5 = 8. \quad BC = DK = 8.$$

В $\triangle BOC$ проведём высоту EO . $\triangle ACK \sim \triangle COB$ по первому признаку подобия ($\angle CAK = \angle ACB$ как накрест лежащие при $AK \parallel BC$ и секущей AC , $\angle AKC = \angle CBD$ как противоположные углы параллелограмма).

$$\text{Из подобия следует } \frac{AK}{BC} = \frac{CH}{OE}, \quad \frac{26}{8} = \frac{12}{OE},$$

$$OE = \frac{8 \cdot 12}{26} = \frac{48}{13} = 3 \frac{9}{13}.$$

$$\text{Ответ: } 3 \frac{9}{13}.$$

Решение варианта 21

21. Разложим трёхчлен $x^2 - 7x + 6$ на линейные множители.

Его корнями являются числа 6 и 1. Поэтому $x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$.

Тогда $(x - 1)(x^2 - 7x + 6) = (x - 1)(x - 1)(x - 6)$.

Уравнение принимает вид:

$$(x-1)(x-1)(x-6) = 4(x-6), (x-1)(x-1)(x-6) - 4(x-6) = 0,$$

$$(x-6)((x-1)^2 - 4) = 0, (x-6)((x-1) - 2)((x-1) + 2) = 0,$$

$$(x-6)(x-3)(x+1) = 0, x_1 = 6, x_2 = 3, x_3 = -1.$$

Ответ: 6; 3; -1.

22. Пусть S км — расстояние от Москвы до Воронежа, v_1 км/ч — скорость первого поезда, v_2 км/ч — скорость второго поезда. Тогда, согласно условию, получаем (заметим, что 4 ч 48 мин составляет $\frac{24}{5}$ ч):

$$\begin{cases} \frac{S}{v_1} + \frac{S}{v_2} = 20, \\ \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{24}{5}. \end{cases}$$

Пусть $\frac{S}{v_1} = a$ и $\frac{S}{v_2} = b$, тогда
$$\begin{cases} a + b = 20, \\ \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{24}{5}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 20, \\ \frac{1}{\frac{a+b}{ab}} = \frac{24}{5}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 20, \\ \frac{ab}{20} = \frac{24}{5}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 20, \\ ab = 96. \end{cases}$$

$$a = 20 - b, (20 - b)b = 96, 20b - b^2 = 96, b^2 - 20b + 96 = 0.$$

$$b_1 = 8; b_2 = 12. \text{ Тогда } a_1 = 12, a_2 = 8.$$

Ответ: 8; 12.

23. а) Заметим, что $|x| = -x$ при $x < -1$, поэтому $-|x| = x$.

График указанной функции состоит из четырёх кусков графиков функций: прямой $y = -|x|$ при $x < -1$; параболы $y = -2x^2 + 1$ при $-1 < x < 0$, направленной ветвями вниз, вершина которой $(0; 1)$ не принадлежит графику; прямой $y = -2x + 1$ при $0 < x < 1$; гиперболы $y = -\frac{1}{x}$ при $x > 1$.

Точки $(-1; -1)$, $(0; 1)$, $(1; -1)$, которые не включены в график, являются либо конечной точкой графика предыдущей функции, либо начальной

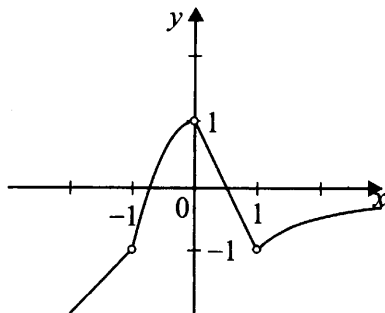


Рис. 345

точкой графика последующей функции. Например, точка $(-1; 1)$ такова, так как $-|-1| = -1$ и $-2(-1)^2 + 1 = -1$. Аналогично убеждаемся в справедливости сказанного и для остальных точек.

б) Из графика видно, что прямая $y = c$, параллельная оси Ox , пересекает график заданной функции в двух точках при любом c , заключённом в промежутке $[0; 1)$.

Ответ: б) $c \in [0; 1)$.

24. Рассмотрим рисунок 346.

Через точку C проведём прямую, параллельную диагонали BD . Точку пересечения этой прямой с прямой AD обозначим через K . Тогда $DK = BC = 4$, $AK = AD + DK = 20$, $BD = CK$.

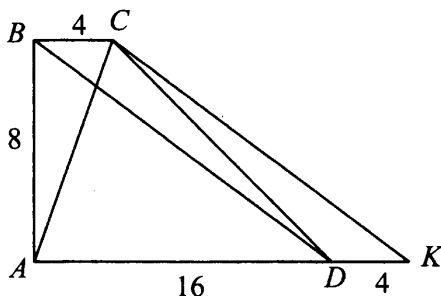


Рис. 346

В треугольнике ACK : $AC = \sqrt{80}$, $BD = \sqrt{256 + 64} = \sqrt{320}$, $AK = 20$.

$$AC^2 + CK^2 = 80 + 320 = 400 \text{ и } AK^2 = 400.$$

Получаем, что в треугольнике ACK квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других сторон, поэтому он является прямоугольным.

Прямым является $\angle ACK$, лежащий против большей стороны. Так как $BD \parallel CK$, то $\angle ACK$ и является углом между диагоналями.

Поэтому угол между диагоналями прямой.

Ответ: 90.

25. Рассмотрим рисунок 347.

Пусть $\angle BAC = \alpha$. Так как AC является биссектрисой, то $\angle CAD = \alpha$ и $\angle BAD = 2\alpha$.

Так как $AB \parallel CD$ и $AD \parallel BC$, то по свойству параллельных прямых получаем, что $\angle ACD = \alpha$ и $\angle BCA = \alpha$.

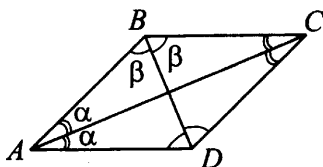


Рис. 347

Тогда в треугольнике ABC углы при основании равны, поэтому он является равнобедренным, при этом $AB = BC$. Отсюда по свойству параллелограмма получаем, что $AB = BC = CD = DA$. Следовательно, $ABCD$ — ромб. Диагональ ромба является биссектрисой, поэтому BD — биссектриса углов B и D , что и требовалось доказать.

26. Так как центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы, то гипотенуза $AB = 5$.

Обозначим через O центр окружности, вписанной в треугольник ABC , через OK , OT и OM радиусы вписанной окружности с концами в точках касания окружности с катетами AC , BC и гипотенузой AB соответственно. Рассмотрим рисунок 348.

Пусть $AK = x$, $BT = y$. Тогда по свойствам отрезков касательных, проведённых к окружности из одной точки, получаем: $KA = KM = x$, $TB = BM = y$, $ТОКС$ — квадрат со стороной 1.

Отсюда, согласно условию, получаем:

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ (1 + x)^2 + (1 + y)^2 = (x + y)^2. \end{cases}$$

Из первого уравнения находим: $x = 5 - y$. Подставляя во второе уравнение, получим: $(6 - y)^2 + (1 + y)^2 = 25$, $36 - 12y + y^2 + 1 + 2y + y^2 = 25$, $2y^2 - 10y + 12 = 0$, $y^2 - 5y + 6 = 0$.

$$y_1 = 2, x_1 = 3, BC = 3, AC = 4;$$

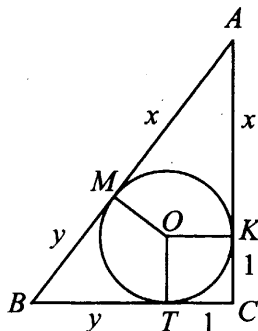


Рис. 348

$$y_2 = 3, x_2 = 2, BC = 4, AC = 3.$$

Таким образом, получаем, что стороны равны 3, 4 и 5.

Ответ: 3; 4; 5.

Решение варианта 25

$$21. \frac{98^{m-3}}{2^{m-4} \cdot 7^{2m-7}} = \frac{2^{m-3} \cdot 49^{m-3}}{2^{m-4} \cdot 7^{2m-7}} = \frac{2^{m-3} \cdot 7^{2m-6}}{2^{m-4} \cdot 7^{2m-7}} = 2 \cdot 7 = 14.$$

Ответ: 14.

22. Пусть x км/ч — скорость велосипедиста, тогда $(x + 48)$ км/ч — скорость автомобилиста. Велосипедист потратил на путь из пункта А в пункт В $\frac{84}{x}$ ч, а автомобилист — $\frac{84}{x + 48}$ ч. Так как велосипедист был в пути на $5\frac{3}{5}$ ч дольше, то можно составить уравнение $\frac{84}{x} - \frac{84}{x + 48} = 5\frac{3}{5}$.

Решим его:

$$\frac{84}{x} - \frac{84}{x + 48} = \frac{28}{5}, \frac{3}{x} - \frac{3}{x + 48} = \frac{1}{5},$$

$$5 \cdot 3(x + 48) - 5 \cdot 3x = x(x + 48), x(x + 48) = 5 \cdot 3 \cdot 48, \\ x^2 + 48x - 720 = 0, x_{1,2} = -24 \pm \sqrt{576 + 720} = -24 \pm \sqrt{1296} = -24 \pm 36. \\ \text{Т. к. } x > 0, \text{ то } x = -24 + 36 = 12.$$

Ответ: 12.

23. Найдём нули выражений, стоящих под знаком модуля: $2x + 1 = 0$, $x = -0,5$, $2x - 3 = 0$, $x = 1,5$.

Раскроем знаки модуля на промежутках $x \leq -0,5$, $-0,5 < x \leq 1,5$, $x > 1,5$.

$$|2x + 1| - |2x - 3| = \begin{cases} -(2x + 1) + (2x - 3), & \text{если } x \leq -0,5, \\ (2x + 1) + (2x - 3), & \text{если } -0,5 < x \leq 1,5, \\ (2x + 1) - (2x - 3), & \text{если } x > 1,5. \end{cases}$$

Раскрыв скобки и выполнив тождественные преобразования, получим

$$y = \begin{cases} -4, & x \leq -0,5, \\ 4x - 2, & -0,5 < x \leq 1,5, \\ 4, & x > 1,5. \end{cases} \quad (\text{см. рис. 349})$$

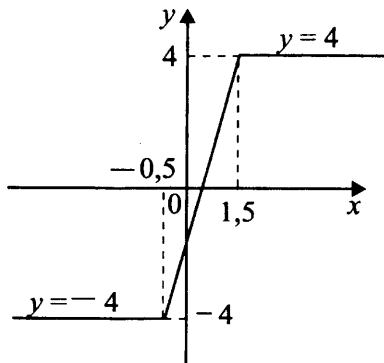


Рис. 349

Прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку, когда $-4 < b < 4$.

Ответ: $(-4; 4)$.

24. Из прямоугольного треугольника ABH найдём AH по теореме Пифагора: $AH = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$. $BH = CM = 24$ (см. рис. 350). Из прямоугольного треугольника CMD найдём MD по теореме Пифагора: $MD = \sqrt{40^2 - 24^2} = 32$. $HM = BC = 10$. Таким образом, $AD = AH + HM + MD = 7 + 10 + 32 = 49$. Найдём периметр P трапеции $ABCD$: $P = AB + BC + CD + AD = 25 + 10 + 40 + 49 = 124$.

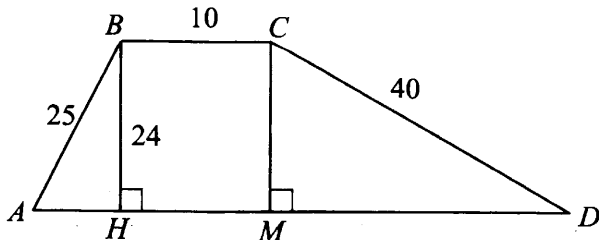


Рис. 350

Ответ: 124.

25. Пусть $\angle A = 2\alpha$, $\angle D = 2\beta$, $\angle AKB = \angle KAD = \alpha$ как накрест лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AK (см. рис. 351). Аналогично $\angle CKD = \angle ADK = \beta$. Тогда $\angle AKD = 180^\circ - (\alpha + \beta)$.

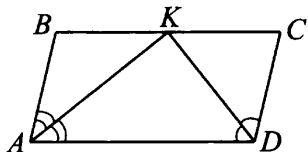


Рис. 351

$\angle A + \angle D = 180^\circ$ как сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне. Значит, $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, $\alpha + \beta = 90^\circ$. Следовательно, $\angle AKD = 90^\circ$. Что и требовалось доказать.

26. По условию $\frac{AK}{KH} = \frac{1}{3}$, следовательно, $AK : AH = 1 : 4$.

В $\triangle AMN$ и $\triangle ABC$ $\angle AMN = \angle ABC$ как соответственные при $MN \parallel BC$ и секущей AB , $\angle A$ — общий, значит, по первому признаку подобия $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ с коэффициентом подобия $\frac{1}{4}$. Тогда

$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16} \quad (\text{см. рис. 352}).$$

$$S_{AMN} = \frac{1}{16} S_{ABC}.$$

$$S_{MNCB} = S_{ABC} - S_{AMN} = S_{ABC} - \frac{1}{16} S_{ABC} = \frac{15}{16} S_{ABC}.$$

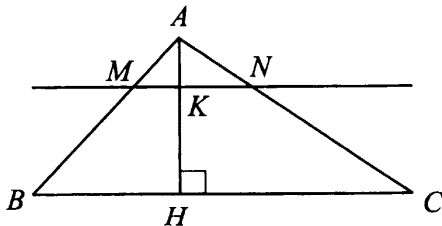


Рис. 352

Площадь треугольника ABC найдём по формуле Герона.

$$S_{ABC} = \sqrt{p \cdot (p - AB) \cdot (p - BC) \cdot (p - AC)},$$

где $p = \frac{AB + BC + AC}{2}$.

$$p = \frac{1}{2}(13 + 14 + 15) = 21, S_{ABC} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 7 \cdot 3 \cdot 4 = 84.$$

$$S_{MNCS} = 84 \cdot \frac{15}{16} = 78,75.$$

Ответ: 78,75.

Решение варианта 29

$$21. \frac{3^{2n+2} \cdot 5^{n-2}}{45^{n+1}} = \frac{3^{2(n+1)} \cdot 5^n}{9^{n+1} \cdot 5^{n+1} \cdot 5^2} = \frac{9^{n+1} \cdot 5^n}{9^{n+1} \cdot 5^n \cdot 5^3} = \frac{1}{5^3} =$$

$$= \frac{1}{125} = 0,008.$$

Ответ: 0,008.

22. Обозначим через $v_{\text{л}}$ скорость моторной лодки в стоячей воде, а через $v_{\text{к}}$ — скорость катера в стоячей воде. Тогда, согласно условию задачи, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{21}{v_{\text{к}} - 3} = 2, & (1) \\ \frac{21}{v_{\text{л}} - 3} \\ \frac{21}{v_{\text{л}} + 3} = \frac{7}{12}. & (2) \end{cases}$$

Надо найти $\frac{21}{v_{\text{к}} + 3} - \frac{21}{v_{\text{л}} + 3}$.

Из (1) получаем

$$\frac{v_{\text{л}} - 3}{v_{\text{к}} - 3} = 2, v_{\text{л}} - 3 = 2v_{\text{к}} - 6, v_{\text{л}} = 2v_{\text{к}} - 3, v_{\text{л}} + 3 = 2v_{\text{к}} \quad (3)$$

Из (2) и (3) получаем

$$\frac{21}{2v_{\text{к}}} = \frac{7}{12}, \frac{3}{2v_{\text{к}}} = \frac{1}{12}, 2v_{\text{к}} = 36, v_{\text{к}} = 18.$$

Значит, $v_{\text{л}} = 2 \cdot 18 - 3 = 33$.

$$\text{Наконец, } \frac{21}{v_{\text{к}} + 3} - \frac{21}{v_{\text{л}} + 3} = \frac{21}{18 + 3} - \frac{21}{36} = 1 - \frac{21}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \quad (\text{ч}).$$

Так как $\frac{5}{12}$ часа равна 25 минут, то получаем, что катеру нужно выйти на 25 минут раньше.

Ответ: 25.

23. а) Областью определения функции является множество всех x , отличных от 5 и -1 .

В области определения функции получаем, что

$$y = \frac{x^4 - 26x^2 + 25}{(x-5)(x+1)} = \frac{(x^2 - 25)(x^2 - 1)}{(x-5)(x+1)} =$$

$$= \frac{(x-5)(x+5)(x-1)(x+1)}{(x-5)(x+1)} = (x-1)(x+5).$$

Графиком функции является парабола $y = (x+5)(x-1)$ с двумя «выколотыми» точками, которые получаются при $x = 5$ и $x = -1$.

$$y(5) = (5+5)(5-1) = 40, \quad y(-1) = (-1+5)(-1-1) = -8.$$

Вершина параболы находится в точке с абсциссой (-2) .

$$y(-2) = (-2+5)(-2-1) = -9.$$

Ветви параболы направлены вверх.

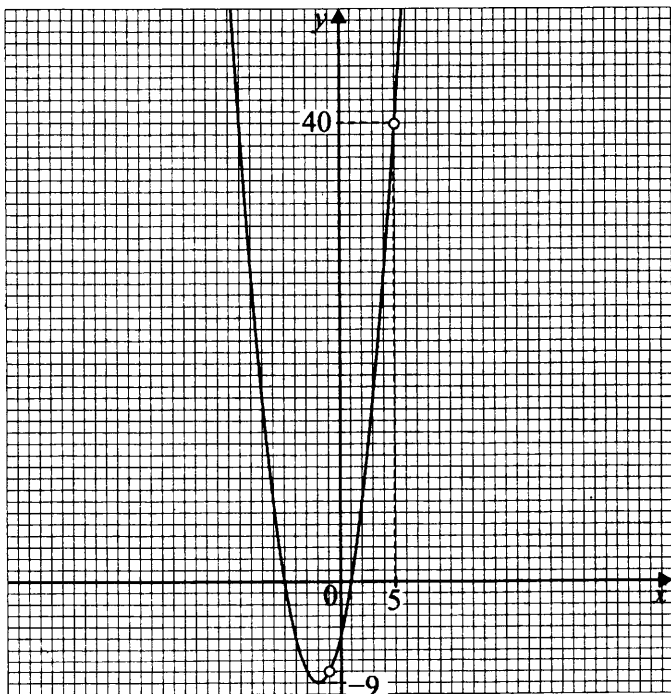


Рис. 353

б) Из графика видно (см. рис. 353), что прямая $y = c$ пересекает заданную функцию только в одной точке при $c = -9$, $c = -8$, $c = 40$.

Ответ: -9 ; -8 ; 40 .

24. Рассмотрим рисунок 354.

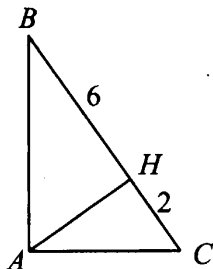


Рис. 354

По свойству перпендикуляра, опущенного из вершины прямого угла на гипотенузу, получаем $AH^2 = 6 \cdot 2 = 12$, $AH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

$$\text{Отсюда } S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$$

Ответ: $6\sqrt{3}$.

25. Рассмотрим рисунок 355.

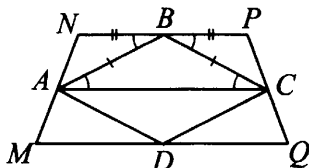


Рис. 355

По условию $NB = BP$. $ABCD$ — ромб, поэтому $AB = BC$ и $\angle BAC = \angle BCA$. AC — средняя линия трапеции, поэтому $AC \parallel NP$, $\angle BAC = \angle NBA$ и $\angle BCA = \angle PBC$ как накрест лежащие при $NP \parallel AC$ и секущих AB и BC .

$\triangle ANB = \triangle BPC$ по двум сторонам и углу между ними, значит, $AN = PC$. Но по условию $MN = 2AN$ и $PQ = 2PC$, тогда $MN = PQ$ и $MNPQ$ — равнобедренная трапеция.

26. Рассмотрим рисунок 356 на с. 282.

Пусть $AE = 3x$, $EC = 2x$, $BE = y$ и $ED = y$. Треугольники AEB и DEC подобны по двум углам (равенство углов следует из того, что вписанные углы опираются на одни и те же дуги AD и BC). Поэтому

$$\frac{3x}{y} = \frac{y}{2x}. \text{ Отсюда } 6x^2 = y^2, \frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{6}, \frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

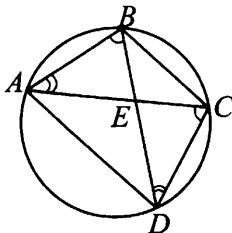


Рис. 356

Пусть $DC = a$, тогда $\frac{3x}{y} = \frac{3}{a}$. Отсюда $a = \frac{3y}{3x} = \frac{y}{x} = \sqrt{6}$.

Ответ: $\sqrt{6}$.

Решение варианта 33

21. Сделаем замену $(x - 3)^2 = t$, получим уравнение $2t^2 - 7t - 4 = 0$,

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4},$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}, t_2 = 4.$$

После обратной замены получаем

1) $(x - 3)^2 = -\frac{1}{2}$, уравнение решений не имеет;

2) $(x - 3)^2 = 4$, $x - 3 = \pm 2$.

$$x_1 = 5, x_2 = 1.$$

Ответ: 1; 5.

22. Пусть v км/ч — скорость 1-го автомобиля, тогда $(v + 15)$ км/ч — скорость 2-го автомобиля. Учитывая условие задачи, составим уравнение

$$\frac{600}{v} - \frac{600}{v + 15} = \frac{4}{3} \quad (1 \text{ час } 20 \text{ минут — это } 1\frac{20}{60} = 1\frac{1}{3} \text{ часа или } \frac{4}{3} \text{ часа}).$$

$$\frac{600v + 9000 - 600v}{v(v + 15)} = \frac{4}{3},$$

$$\frac{9000}{v(v + 15)} = \frac{4}{3},$$

$$\frac{2250}{v(v + 15)} = \frac{1}{3}, \quad 2250 \cdot 3 = v^2 + 15v,$$

$$v^2 + 15v - 6750 = 0,$$

$$v_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 27000}}{2} = \frac{-15 \pm \sqrt{27225}}{2} = \frac{-15 \pm 165}{2}.$$

$$v_1 = -90, v_2 = 75.$$

Скорость 1-го автомобиля равна 75 км/ч, а скорость 2-го (75 + 15) км/ч = 90 км/ч.

Ответ: 90.

23. Функция $y = \frac{x^3 - x}{x - 1}$ определена при любом $x \neq 1$. При этом, если $x \neq 1$, то $\frac{x^3 - x}{x - 1} = \frac{x(x^2 - 1)}{x - 1} = \frac{x(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = x(x + 1) = x^2 + x$.

Таким образом график функции $y = \frac{x^3 - x}{x - 1}$ получается из графика функции $y = x^2 + x$ удалением всего одной точки. Абсцисса этой точки равна 1, а ордината равна $1^2 + 1 = 2$. Графиком функции $y = x^2 + x$ является парабола, пересекающая ось Ox в точках 0 и -1 , ветви её направлены вверх и вершиной является точка с абсциссой $x = -\frac{1}{2}$. Ординатой вершины будет число $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$ (см. рис. 357).

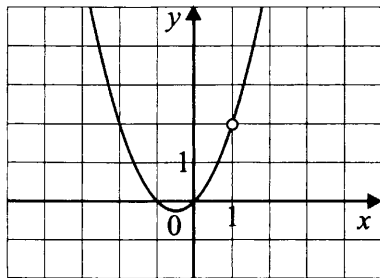


Рис. 357

б) Прямая $y = c$ пересекает график функции ровно в одной точке при $c = -\frac{1}{4}$ и $c = 2$. В первом случае прямая проходит через вершину параболы, во втором — проходит через выколотую точку.

Ответ: $-\frac{1}{4}, 2$.

24. Рассмотрим рисунок 358, где O — центр указанной окружности.

Отметим, что $BH = 2R$, где R — радиус указанной окружности. По свойству вписанных углов дуга окружности PK содержит 60° , поэтому в равнобедренном треугольнике POK угол O равен 60° .

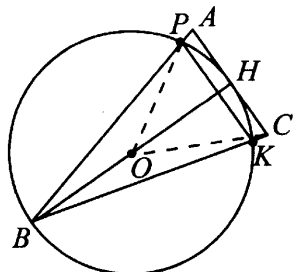


Рис. 358

Следовательно, треугольник POK является равносторонним. Отсюда $PO = OK = PK = 12$. Но $PO = R$, поэтому $R = 12$, $2R = 24$, $BH = 24$.

Ответ: 24.

25. Рассмотрим рисунок 359. Треугольники AMD и KMC подобны по двум углам. Сходственными сторонами являются AD и KC .

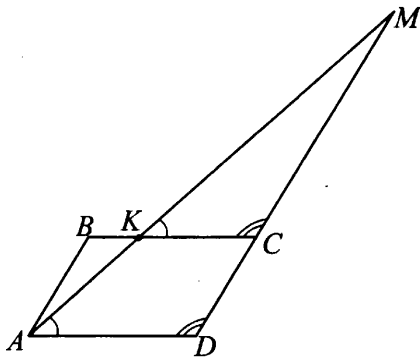


Рис. 359

Пусть $BK = 2x$ и $KC = 3x$, тогда $BC = 5x$ и $AD = 5x$.

По теореме о том, что площади подобных треугольников относятся как квадраты сходственных сторон, получаем $S_{ADM} : S_{KCM} = \frac{(5x)^2}{(3x)^2} = \frac{25}{9}$.

Что и требовалось доказать.

26. Рассмотрим рисунок 360 на с. 285.

$CT \perp AD$.

Пусть K, L, M и N — точки касания сторон трапеции и окружности.

По свойствам касательных к окружности $AN = AK$, $KB = BL$, $LC = CM$, $MD = DN$.

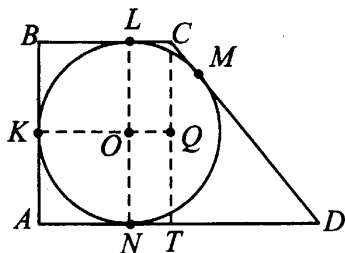


Рис. 360

Кроме того, $OL \perp BC$, $ON \perp BC$, значит, L , O и N лежат на одной прямой и O является серединой LN .

Так как $OK \perp AB$, то $OK \parallel BC$, значит, K является серединой AB .

Тогда $AK = KB$.

Пусть теперь $CM = b$ и $MD = c$, тогда $CD = b + c$. Так как $NT = LC$, то $TD = c - b$. Из $\triangle CTD$: $CT = \sqrt{CD^2 - TD^2}$, $CT = \sqrt{(b+c)^2 - (c-b)^2} = \sqrt{4bc} = 2\sqrt{bc} = 2 \cdot 5 = 10$, так как по условию $b \cdot c = 25$.

Учитывая, что $CT = AB$, получаем $AK = KB = BL = AN = 5$.

По условию $60 = P_{ABCD} = 20 + 2b + 2c$, откуда $b + c = 20$. Но $bc = 25$, следовательно, b и c являются корнями уравнения $b^2 - 20b + 25 = 0$. $b_{1,2} = 10 \pm \sqrt{100 - 25} = 10 \pm 5\sqrt{3}$. Так как $b < 10$, то $b = CM = 10 - 5\sqrt{3}$, $c = 10 + 5\sqrt{3}$.

Обозначим через Q точку пересечения KO и CT .

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \operatorname{tg} \angle CKO &= \frac{CQ}{KQ} = \frac{5}{KO + b} = \frac{5}{5 + 10 - 5\sqrt{3}} = \frac{5}{15 - 5\sqrt{3}} = \\ &= \frac{1}{3 - \sqrt{3}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3 + \sqrt{3}}{6}.$$

Решение варианта 37

$$21. (x^2 + 2x - 15)(-4 - x^2) \geq 0,$$

$$(x^2 + 2x - 15)(4 + x^2) \leq 0,$$

Так как $x^2 \geq 0$, то $4 + x^2 \geq 4 > 0$.

При делении обеих частей неравенства на $x^2 + 4$ знак неравенства не изменится.

$$x^2 + 2x - 15 \leq 0,$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0,$$

$x_1 = -5, x_2 = 3$ (см. рис. 361).



Рис. 361

Ответ: $x \in [-5, 3]$.

22. Обозначим скорость машины на пути из А в Б через v км/ч. Тогда путь из А в Б занял $\frac{240}{v}$ ч. Обратный путь он проехал со скоростью на 20 км/ч выше, то есть $v + 20$ км/ч. Поэтому обратный путь занял $\frac{240}{v + 20}$ ч на дорогу и 1 ч на остановку, всего $\frac{240}{v + 20} + 1$ ч. По условию, путь из А в Б и обратный путь заняли одинаковое время, поэтому $\frac{240}{v} = \frac{240}{v + 20} + 1$.

Решим это уравнение:

$$\frac{240}{v} = \frac{240}{v + 20} + 1,$$

$$240(v + 20) = 240v + v(v + 20),$$

$$4800 = v^2 + 20v,$$

$$v^2 + 20v - 4800 = 0,$$

$$v_1 = -80, v_2 = 60.$$

Так как скорость — величина положительная, то решение $v = -80$ км/ч можно отбросить. Остаётся решение $v = 60$ км/ч.

Ответ: 60 км/ч.

23. Условие, что графики $y = x^2 + px$ и $y = 3x - 4$ имеют ровно одну общую точку, равносильно тому, что уравнение $x^2 + px = 3x - 4$ имеет ровно один корень. Это квадратное уравнение, поэтому корень будет один при дискриминанте $D = 0$.

$$x^2 + (p - 3)x + 4 = 0,$$

$$D = (p - 3)^2 - 16 = 0,$$

$$(p - 3 - 4)(p - 3 + 4) = 0,$$

$$(p - 7)(p + 1) = 0,$$

$$p_1 = 7, p_2 = -1.$$

Получаем $y = x^2 + 7x$ или $y = x^2 - x$ (см. рис. 362 и 363).

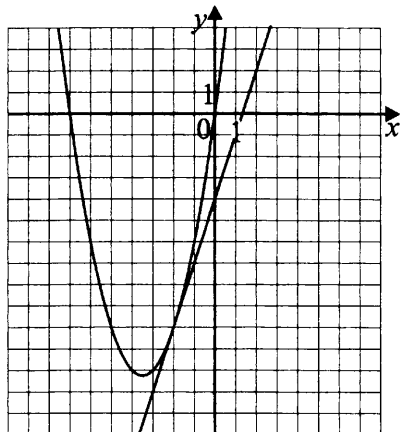


Рис. 362.

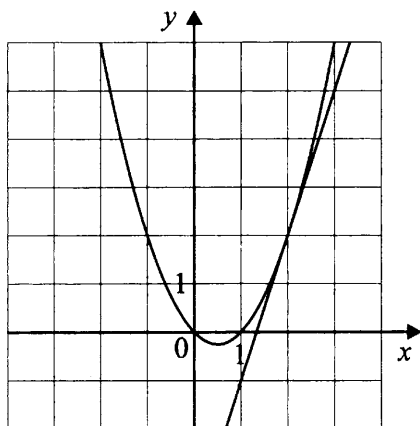


Рис. 363.

Ответ: $-1; 7$.

24. Обозначим ромб $ABCD$, и пусть $\angle ABC = 120^\circ$. Обозначим точку пересечения диагоналей O и опустим высоту OH из точки O на сторону AB (см. рис. 364).

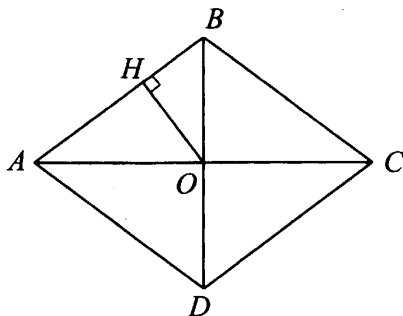


Рис. 364

Соседние углы ромба составляют в сумме 180° , поэтому $\angle DAB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Диагонали ромба являются биссектрисами его углов, поэтому $\angle BAO = 30^\circ$.

OH — высота, поэтому $\angle OHA = 90^\circ$. Значит, треугольник AHO прямоугольный с $\angle HAO = 30^\circ$, откуда $AO = 2OH = 120$.

Диагонали ромба пересекаются под прямым углом, поэтому треугольник ABO прямоугольный и $BO = AO \operatorname{tg} 30^\circ = 120 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}$.

Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам, поэтому $AC = 2AO = 240$, $BD = 2BO = 80\sqrt{3}$.

Ответ: 240, $80\sqrt{3}$.

25. Треугольник BNC разбивается проведёнными отрезками на четырёхугольник $MPNO$ и треугольники BOM и MPC (см. рис. 365). Поэтому $S_{MPNO} + S_{BOM} + S_{MPC} = S_{BCN}$, откуда $S_{MPNO} = S_{BCN} - S_{BOM} - S_{MPC}$ (1).

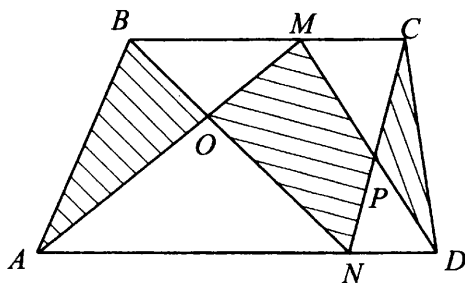


Рис. 365

Треугольник ABM разбивается проведёнными отрезками на треугольники ABO и BMO , поэтому $S_{BMA} = S_{ABO} + S_{BMO}$, откуда $S_{ABO} = S_{BMA} - S_{BMO}$ (2).

Аналогично для треугольника MCD $S_{CDP} = S_{MCD} - S_{MCP}$ (3).

Вычтем из равенства (1) сумму равенств (2) и (3), получим $S_{MPNO} - S_{ABO} - S_{CDP} = (S_{BCN} - S_{BOM} - S_{MPC}) - (S_{BMA} - S_{BMO}) - (S_{MCD} - S_{MCP}) = S_{BCN} - S_{BMA} - S_{MCD}$.

Обозначим за h высоту трапеции. Высоты треугольников BMA , MCD и BCN , проведённые к сторонам BM , MC и BC , также равны h . Поэтому их площади можно найти по формуле

$$S_{BCN} = \frac{h}{2} \cdot BC, \quad S_{BMA} = \frac{h}{2} \cdot BM, \quad S_{MCD} = \frac{h}{2} \cdot MC.$$

$$\begin{aligned} \text{Отсюда } S_{BCN} - S_{BMA} - S_{MCD} &= \frac{h}{2} \cdot BC - \frac{h}{2} \cdot BM - \frac{h}{2} \cdot MC = \\ &= \frac{h}{2} \cdot (BC - BM - MC) = 0. \end{aligned}$$

Значит, $S_{MPNO} - S_{ABO} - S_{CDP} = 0$, откуда $S_{MPNO} = S_{ABO} + S_{CDP}$.

26. Проведём через точку B касательную BE к описанной окружности треугольника, и пусть она пересекает продолжение стороны CD в точке E (см. рис. 366).

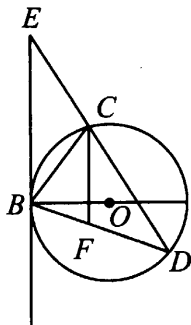


Рис. 366

$\triangle BEC \sim \triangle EDB$ по двум углам: $\angle E$ общий, а $\angle EBC = \angle EDB$ как угол между хордой и касательной и вписанный угол, опирающийся на ту же дугу. Поэтому $\frac{BE}{EC} = \frac{ED}{BE} = \frac{BD}{BC} = \frac{8}{4} = 2$. Отсюда

$$ED = 2BE = 4EC, CD = ED - EC = \frac{3ED}{4}.$$

$BE \perp BO$ как касательная и радиус, проведённый к точке касания, $CF \perp BO$ по построению, поэтому $BE \parallel CF$.

$\triangle DCF \sim \triangle DEB$ по двум углам: $\angle D$ общий, а $\angle DCF = \angle DEB$ как соответственные при параллельных прямых BE и CF . Поэтому

$$\frac{DF}{DB} = \frac{DC}{DE} = \frac{3}{4}. \text{ Отсюда } DF = DB \cdot \frac{DC}{DE} = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6.$$

Ответ: 6.

Глава II. Сборник задач

§ 1. Базовый уровень (часть 1)

1.1. Проценты

1. Средний рост девочек того же возраста, что и Тома, равен 150 см. Рост Тома на 8% выше среднего. Какой рост у Тома?
2. В цветочном магазине цена непроданной розы каждый день снижается на 15%. Сколько будет стоить роза на третий день, если в первый день её продавали по 80 рублей?
3. Детёныш кенгуру может прыгнуть в высоту на 1,44 м, что составляет 75% от высоты прыжка его отца. Какова высота (в сантиметрах) прыжка взрослого кенгуру?
4. В два магазина завезли одинаковое количество порций мороженого. К концу рабочего дня в первом магазине число порций мороженого уменьшилось на 50%, а во втором — в полтора раза. В каком магазине осталось больше порций мороженого?
5. В двух библиотеках было одинаковое число книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 80%, а во второй — в 1,7 раза. В какой библиотеке книг стало больше?
6. В зоомагазине в двух аквариумах было одинаковое количество хомячков. Через 2 месяца в первом аквариуме число хомячков увеличилось на 60%, а во втором — в 1,6 раза. В каком аквариуме хомячков стало больше?
7. На первом складе готовой продукции было в 2 раза больше комплектов мебели, чем на втором. Через неделю на обоих складах стало мебели поровну. На сколько процентов увеличилось количество продукции на втором складе, если на первом оно осталось без изменений?
8. В большом аквариуме количество рыб было в два раза больше, чем в маленьком аквариуме. Через год в большом аквариуме число рыб уменьшилось на 25%, а в маленьком — увеличилось в 1,5 раза. В каком аквариуме после этого рыб стало больше?
9. В первом спичечном коробке было в 3 раза больше спичек, чем во втором. Через день в первом коробке число спичек уменьшилось в 4 раза, а во втором — на 30%. В каком коробке после этого спичек стало больше?
10. На складе А было на 50% продукции больше, чем на складе В. Через месяц количество продукции на складе А уменьшилось в 1,25 раза, а на складе В — увеличилось на 25% по сравнению с первоначальным. На каком складе продукции стало больше?

11. Среди учащихся 9-х классов некоторой школы доля отличников составляет 15%. При этом неуспевающих по какому-либо предмету в 8 раз меньше, чем школьников, имеющих положительные отметки по всем дисциплинам. Какое наименьшее количество человек может обучаться в школе, если приведены точные данные (не подвергались округлению)?
12. Среди учеников школы поровну мальчиков и девочек, при этом доля блондинок среди девочек составляет 15%, а блондинов — в 6 раз меньше, чем мальчиков с иным цветом волос. Кого в школе больше: блондинов или блондинок?
13. Спортсмен после серии тренировок улучшил свой результат на 0,25 от исходного результата. На сколько процентов спортсмен улучшил результат?
14. За две недели октября средняя дневная температура воздуха понизилась на 30%. Какой она стала, если была 20°C ?
15. Сколько литров воды нужно взять, чтобы из 200 г соли приготовить 5%-ный раствор? (Масса 1 литра воды равна 1 кг.)
16. Мотоциклист преодолевает расстояние S км за 10,5 ч. На сколько процентов следует увеличить его скорость, чтобы то же расстояние он преодолел за 8 ч 24 мин?
17. В походе приняли участие 20 девочек и 60 мальчиков. Сколько процентов мальчиков по отношению к общему количеству ребят участвовало в походе?
18. В новом году зарплата рабочего была увеличена на 20%. Какова теперь зарплата рабочего, если до увеличения она составляла 4000 рублей?
19. Цена товара составляет 600 рублей. Сколько будет стоить товар, если его цену поднимут на 15%?
20. По расчётам одной группы физиков, масса барионной материи (нейтроны, протоны и электроны) составляет $\frac{1}{25}$ массы Вселенной, а по расчётам другой группы физиков, масса всех нейтронов, протонов и электронов во Вселенной составляет 4,5% всей её массы. Какая группа физиков отводит массе барионной материи бóльшую долю?
21. Два банковских филиала обслуживали в прошлом году одинаковое количество клиентов. В этом году количество клиентов в первом филиале увеличилось на 150%, а во втором — в 2,5 раза. В каком филиале стало больше клиентов?

§ 2. Повышенный уровень (часть 2)

2.1. Преобразования алгебраических выражений

Упростите выражение (22–61):

$$22. \frac{25x^2 - 9}{x^2 + x - 12} \cdot \frac{x + 4}{5x + 3} + \frac{2x}{3 - x}.$$

$$23. \frac{9x^2 - 49}{2x^2 + 15x - 8} \cdot \frac{x + 8}{3x + 7} - \frac{1}{1 - 2x}.$$

$$24. \left(\frac{x + 3y}{x^2y - 3xy^2} + \frac{3}{x^2 + 3xy} \right) \cdot \frac{9y^3 - x^2y}{(9y + x)^2}.$$

$$25. \left(\frac{2x + y}{2x^2y - xy^2} - \frac{2}{y^2 + 2xy} \right) : \frac{(6x + y)^2}{4x^3 - y^2x}.$$

$$26. \left(\frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + ab - 6b^2} - \frac{a^2 - 9b^2}{a^2 + 6ab + 9b^2} \right) \cdot \frac{a + 3b}{b}.$$

$$27. \left(\frac{6a + 1}{a^2 - 6a} + \frac{6a - 1}{a^2 + 6a} \right) \cdot \frac{a^4 - 35a^2 - 36}{a^4 + 2a^2 + 1}.$$

$$28. \left(\frac{x + 7a}{7ax - x^2} + \frac{x - 7a}{7ax + x^2} \right) : \frac{28a}{x^2 - 49a^2}.$$

$$29. \left(\frac{x - 4a}{4ax - x^2} + \frac{4a + x}{4xa + x^2} \right) : \frac{16a}{x^2 - 16a^2}.$$

$$30. \left(\frac{x^2 - 2ax + 4a^2}{x - 2a} + \frac{x^2 + 2ax + 4a^2}{2a + x} \right) \cdot \frac{4a^2 - x^2}{2x^3}.$$

$$31. \left(\frac{x + 4a}{x - a} - \frac{3 - ax}{x + a} - \frac{5a - 3 - a^2}{x^2 - a^2} : \frac{1}{x} \right) \cdot (x^2 - a^2).$$

$$32. \frac{b^2}{a - b} : \left(\frac{a^2 + ab + b^2}{ab + b^2} - \frac{a^2 - ab + b^2}{ab - b^2} \right).$$

$$33. \left(\frac{a + b}{a - b} - \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} \right) \cdot \frac{ab^3 - a^4}{b^5 - 4a^4b}.$$

$$34. \left(\frac{2a - 4b}{b^2 + 4ab} - \frac{3a + b}{b^2 - 4ab} \right) \cdot (b^2 - 4ab) + \frac{21a^2 + 6b^2 - 9ab}{4a + b}.$$

$$35. \left(\frac{a + b}{a^2 - b} - \frac{a - b}{a^2 + b} \right) : \frac{a + 1}{a^2 - b}.$$

$$36. \frac{16}{a + 5} - \frac{3 - 2a}{72a^2 + 24a + 8} \cdot \frac{-8 + 216a^3}{2a^2 + 7a - 15}.$$

$$37. \left(\frac{1}{a - 1} - \frac{a^2 - 1}{a + 1} \right)^{-1} + \frac{a^2 - a - 1}{a^2 - 2a}.$$

38. $\left(\frac{a}{a+1} + \frac{1}{a-1}\right)^{-1} + \frac{2}{a^2+1}$.
39. $\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$.
40. $\frac{(a+b)^3}{a^2 - ab + b^2} - 3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3}{a+b}\right)^{-1}$.
41. $\left(a + \frac{b-a}{1+ab}\right) : \left(1 - \frac{a(b-a)}{1+ab}\right)$.
42. $\left(a - \frac{4a-9}{a-2}\right) : \left(2a - \frac{2a}{a-2}\right)$.
43. $\left(x+1 - \frac{12x-13}{x+3}\right) : \left(x-3 - \frac{7}{x+3}\right)$.
44. $\frac{x}{\frac{2}{x+1} - 1} - \frac{2 + \frac{4x}{1-x}}{x+1} + 3$.
45. $\frac{18 \cdot 12^{3n-1}}{9^{2n+1} \cdot 2^{4n-3}}$.
46. $\left(\frac{3}{4a-b} - \frac{2}{4a+b} - \frac{1}{4a-5b}\right) : \frac{b^2}{16a^2 - b^2}$.
47. $\left(\frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x^2+5x+6}\right) : \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}\right)$.
48. $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \frac{13}{4-\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{1}{3+3\sqrt{3}}$.
49. $\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}}$.
50. $\left(\frac{2m}{m-7} + \frac{4m}{m^2-14m+49}\right) \cdot \frac{m^2-9m+14}{m-5} + \frac{10m}{7-m}$.
51. $\left(\frac{m}{m-5} + \frac{3m}{2m^2-11m+5}\right) \cdot \frac{m^2+m-30}{m+1} - \frac{4m}{2m-1}$.
52. $\sqrt{(2-\sqrt[3]{20})^2} + \sqrt{(3-\sqrt[3]{20})^2}$.
53. $\sqrt{(\sqrt[5]{240}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt[5]{240}-3)^2}$.
54. $\left(\left(\frac{b^2-2b+2}{b^4+4}\right)^{-1} - 1\right) \cdot (b+1)^{-1}$.

$$55. x^{-8} \cdot \left(\frac{1}{x-1} + (x+1)(x^2+1)(x^4+1) \right).$$

$$56. \frac{4 \cdot 36^n}{2^{2n+2} \cdot 3^{2n-3}}.$$

$$57. \frac{8 \cdot 100^n}{5^{2n-2} \cdot 2^{2n+1}}.$$

$$58. \frac{(5^{1-5n})^2 \cdot (4^{2n+1})^3 \cdot (2,5)^{11n}}{160}.$$

$$59. 81 \cdot \frac{(3 \cdot 3^n)^{3n}}{(9^n)^2} : 27^{n^2-n}.$$

$$60. \frac{1}{\sqrt{4+1}} + \frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{4}}} + \frac{1}{\sqrt{10+\sqrt{7}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+3+\sqrt{n}}}.$$

$$61. \sqrt{(\sqrt{10}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10}-4)^2}.$$

Найдите сумму иррациональных чисел (62–63):

$$62. \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}.$$

$$63. \sqrt{21-12\sqrt{3}} + \sqrt{21+12\sqrt{3}}.$$

64. Между какими соседними натуральными числами заключено значение выражения $\frac{1}{\sqrt{4+1}} + \frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{6+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{25+\sqrt{22}}}$?

65. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} + \frac{1}{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{15}+\sqrt{13})} + \frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{15}-\sqrt{13})}.$$

Упростите выражение (66–67):

$$66. \frac{\sqrt{ab}-a}{\sqrt{-a}}.$$

$$67. \frac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}} \quad (a < 0, b < 0).$$

Сократите дробь (68–71):

$$68. \frac{2ab-10a+5-b}{2a^2-7a+3}.$$

$$69. \frac{6-9n+6mn-4m}{3n^2+n-2}.$$

$$70. \frac{3ab + 21a + 2b + 14}{9a^2 + 9a + 2}.$$

$$71. \frac{4ab - 16a + b - 4}{16a^2 - 8a - 3}.$$

Упростите выражение (72–85):

$$72. \left(\frac{n+1}{n^2+4n+4} - \frac{n-1}{n^2-4} \right) : \frac{2n}{(n+2)^2}.$$

$$73. \left(\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x-1} \right) : \frac{5}{(x-1)^2}.$$

$$74. \left(\frac{a(1-a)}{2} + \frac{a^2-4a+3}{2a^2-6a} \right) : (a-1)^2.$$

$$75. \left(\frac{(b^2-3b+2)(b-1)}{b^2} - \frac{b^2-4b+3}{b} \right) : (b-1)^2.$$

$$76. \left(\frac{k+2}{k^2+3k-4} - \frac{k-8}{k^2+8k+16} \right) : \frac{5}{(k+4)^2}.$$

$$77. \left(\frac{1}{t^2-4} - \frac{1}{t^2+t-6} \right) : \frac{1}{t^2+5t+6}.$$

$$78. \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}.$$

$$79. \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}.$$

$$80. \left(\frac{m-3}{m^2-4m+3} - \frac{2m}{m^2-1} \right) : \frac{1}{5m+5}.$$

$$81. \left(\frac{m+3}{m^2+4m+4} - \frac{2m+6}{m^2+5m+6} \right) \cdot \frac{m^2-4}{m+1}.$$

$$82. \left(\frac{x-1}{x^2-6x+8} - \frac{3}{x^2-16} \right) : \frac{2x^2+4}{x^2+2x-8} + \frac{1}{8-2x}.$$

$$83. \left(\frac{x+6}{x^2-6x} + \frac{x-6}{x^2+6x} \right) : \frac{x^2+36}{x^2-36} - \frac{2}{x}.$$

$$84. \left(\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2} - \frac{a^2}{a+b} \right) \left(\frac{-1}{b^2} \right).$$

$$85. \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2} + \frac{b}{a+b} \right) \frac{a+b}{3b}.$$

$$86. \text{Докажите тождество } \left(\frac{2a+1}{2a-1} - \frac{2a-1}{2a+1} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{4a^2} \right) = \frac{4a-2}{2a^2+a}.$$

Упростите выражение (87–95):

$$87. \left(a - b + \frac{4ab}{a-b} \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{2ab}{b^2 - a^2} \right).$$

$$88. \frac{1}{3b-1} - \frac{27b^3 - 3b}{9b^2 + 1} \cdot \left(\frac{3b}{9b^2 - 6b + 1} - \frac{1}{9b^2 - 1} \right).$$

$$89. \frac{3}{2a-3} - \frac{8a^3 - 18a}{4a^2 + 9} \cdot \left(\frac{2a}{4a^2 - 12a + 9} - \frac{3}{4a^2 - 9} \right).$$

$$90. \left(\frac{2x}{x+1} + \frac{3}{x-4} - \frac{6-4x}{x^2 - 3x - 4} \right) : \frac{2x-3}{x}.$$

$$91. \frac{2x-5}{x} : \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{2}{x-2} - \frac{21-3x}{x^2 + x - 6} \right).$$

$$92. \left(\frac{1}{a+2} + \frac{5}{a^2 - a - 6} + \frac{2a}{a-3} \right) \cdot \frac{a}{2a+1}.$$

$$93. \left(\frac{2}{b+1} + \frac{10}{b^2 - 3b - 4} + \frac{3b}{b-4} \right) : \frac{3b+2}{3}.$$

$$94. \left(\frac{m^2 + 3m}{m^2 + 3m + 2} - \frac{m^2 - 2m}{m^2 - 2m - 3} \right) : \frac{1}{m^2 - m - 6} - \frac{5}{m+1}.$$

$$95. \left(\frac{m^2 + 3m}{m^2 + 3m - 4} - \frac{m^2 - 4m}{m^2 - 4m + 3} \right) : \frac{m}{m^2 + m - 12}.$$

96. Разложите многочлен $mn^2 - n^2 + mn - n$ на линейные множители.

97. Сократите дробь $\frac{3x^2 + 7x - 6}{x^2 - 9}$ при $x \neq \pm 3$.

98. Разложите на множители $\frac{1}{xy} \cdot (x^3y - 2xy^3 - x^2y^2)$ при $xy \neq 0$.

99. Разложите на множители $\frac{1}{xy} \cdot (x^3y - 3xy^3 + 2x^2y^2)$ при $xy \neq 0$.

100. Найдите наименьшее значение выражения

$(2x^2 + 3y + x + 5)^2 + (y + 3 - 2x)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.

101. Найдите наименьшее значение выражения

$(7x - 3y + 11)^2 + (2x + 6y - 14)^2 - 5$ и значения x и y , при которых оно достигается.

102. Найдите наименьшее значение выражения

$(17 - 4x - 5y)^2 + (3x - y - 4,2)^2 + 3$ и значения x и y , при которых оно достигается.

103. Найдите все пары чисел $(x_0; y_0)$, при которых верно равенство

$$\sqrt{3x - 5y - 1} + \sqrt{x + 4y - 6} = 0.$$

104. Найдите все пары чисел $(a; b)$, при которых равны значения выражений $2 + \sqrt{2a - 3b - 1}$ и $\sqrt{4 - (a - 2b)^2}$.

2.2. Уравнения и системы уравнений

2.2.1. Уравнения

Решите уравнение (105–117):

$$105. \frac{2}{x^2 - x - 12} + \frac{6}{x^2 + 4x + 3} = \frac{1}{x + 3}.$$

$$106. \frac{3}{x^2 + 4x - 5} - \frac{5}{x^2 - 8x + 7} = \frac{2}{x - 1}.$$

$$107. \frac{3}{x^2 + x - 6} - \frac{2}{2x^2 - 5x + 2} = \frac{x}{2x^2 + 5x - 3}.$$

$$108. \frac{x}{2 + 3x} - \frac{5}{3x - 2} = \frac{15x + 10}{4 - 9x^2}.$$

$$109. 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0.$$

$$110. 2x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x = 0.$$

$$111. 10x^4 - 45x = 30x^2 - 15x^3.$$

$$112. (x^2 + 3)^2 + 3 = 7x^3 - 7x^2 + 7x.$$

$$113. 5x^3 + 3x^2 - 5x - 3 = 0.$$

$$114. x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0.$$

$$115. x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0.$$

$$116. x^6 - 2x^4 + 4x^2 - 8 = 0.$$

$$117. x^6 - 14x^4 + 56x^2 - 64 = 0.$$

118. Докажите, что уравнение $(x^2 + 8x + 17)(x^2 - 4x + 7) = 3$ не имеет корней.

119. Докажите, что уравнение $(x^2 - 6x + 10)(x^2 - 10x + 32) = 7$ не имеет корней.

Решите уравнение (120–121):

$$120. \frac{3}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{1 - x^2} = \frac{1}{x + 1}.$$

$$121. \frac{4}{x^2 + 6x + 9} - \frac{6}{9 - x^2} = \frac{1}{x - 3}.$$

122. Найдите координаты точек пересечения параболы

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4 \text{ и прямой } 2x - y - 5 = 0.$$

123. Найдите координаты точек пересечения параболы

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 7 \text{ и прямой } 3x + 2y - 1 = 0.$$

124. Найдите все целые решения уравнения $x^2 + \frac{2}{x^2} = 3$.

125. График функции $y = ax^2 + bx + c$ со старшим коэффициентом $a = 1$ — парабола с вершиной в точке $(3; 3)$. Найдите её точки пересечения с прямой $y = 2x$.

126. Найдите все решения уравнения $\frac{x^2 - 10}{x^2 + 2} + x^2 - 2 = 1$.

127. Найдите точки пересечения прямой $y - x - 3 = 0$ с окружностью $x^2 + y^2 = 9$.

Решите уравнение (128–131):

128. $(x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3$.

129. $(x^2 + 4x + 4)^2 + 3(x + 2)^2 = 4$.

130. $\left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} - 3\right) \left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} + 2\right) - 6 = 0$.

131. $\left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} - \frac{21}{8}\right) \left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} + 5\right) - 3 = 0$.

Решите систему уравнений (132–133):

132.
$$\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$$

133.
$$\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 4x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$$

134. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}x + 2 = 2x - \sqrt{2}$.

135. Выясните, имеет ли уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ действительные корни.

136. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение $x^2 + 2x\sqrt{2} + 8,4 = -3x$.

137. Определите, сколько различных действительных корней имеет уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$.

138. Определите уравнение, имеющее наименьшую сумму корней:

1) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$; 2) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$; 3) $\sqrt{2}x^2 - 2x - 1 = 0$.

2.2.2. Системы уравнений

Решите систему уравнений (139–148):

139.
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$$

140.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 3x - 7y = -29. \end{cases}$$

141.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = 1. \end{cases}$$

142.
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ xy = 2. \end{cases}$$

143.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 6. \end{cases}$$

144.
$$\begin{cases} \frac{x+3}{y+2} - \frac{y+4}{x-1} = \frac{25}{2}, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

145.
$$\begin{cases} y^2 - x^2 = 9, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

146.
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$$

147.
$$\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0. \end{cases}$$

148.
$$\begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9. \end{cases}$$

149. Среднее геометрическое двух чисел превышает меньшее из этих чисел на 12, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 меньше большего из чисел. Найдите эти числа.

Решите систему уравнений (150–158):

150.
$$\begin{cases} 2x - \frac{12x+y}{8} = 3, \\ \frac{x-y}{2} + \frac{1}{16} = \frac{y}{3}. \end{cases}$$

151.
$$\begin{cases} \frac{x+y}{5} + 2x = 11, \\ \frac{3y}{5} + \frac{y-x}{15} = \frac{x}{5}. \end{cases}$$

$$152. \begin{cases} \frac{x-2y}{3} + \frac{11}{3} = 2x, \\ 2 + \frac{y-x}{4} = \frac{y}{7}. \end{cases}$$

$$153. \begin{cases} \frac{x+3y}{4} - \frac{15}{2} = -\frac{x}{2}, \\ \frac{5y}{2} + 3 = -\frac{x+y}{5}. \end{cases}$$

$$154. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7, \\ x + 5xy + y = 1. \end{cases}$$

$$155. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6, \\ x + 10xy + y = 2. \end{cases}$$

$$156. \begin{cases} 2(x-3) - 4(y+7) = 1, \\ 3(2-x) + 7(y-1) = 3. \end{cases}$$

$$157. \begin{cases} \frac{5x}{6} + \frac{2y-x}{3} = 1, \\ \frac{x}{6} - \frac{y-2x}{3} = -2\frac{2}{3}. \end{cases}$$

$$158. \begin{cases} x^2 - y = 2, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$$

159. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами (x^2, y^2) . Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

160. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y^2 = 7, \\ xy^2 = 12. \end{cases}$

161. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами $(|x|, |y|)$. Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

Решите систему уравнений (162–181):

$$162. \begin{cases} \frac{9}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3, \\ \frac{18}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -3. \end{cases}$$

$$163. \begin{cases} \frac{6}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 7, \\ \frac{3}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$$

$$164. \begin{cases} \frac{4}{x-y} + \frac{12}{x+y} = 3, \\ \frac{8}{x-y} - \frac{18}{x+y} = -1. \end{cases}$$

$$165. \begin{cases} \frac{6}{x-y} - \frac{8}{x+y} = -2, \\ \frac{9}{x-y} + \frac{10}{x+y} = 8. \end{cases}$$

$$166. \begin{cases} (2x+y)^2 = 2x+2+y, \\ x-y = 7. \end{cases}$$

$$167. \begin{cases} (3x-y)^2 = 12-3x+y, \\ x+y = 5. \end{cases}$$

$$168. \begin{cases} \frac{x}{y} + 1 = \frac{6y}{x}, \\ x+y = 3. \end{cases}$$

$$169. \begin{cases} \frac{x}{y} + 3 = \frac{4y}{x}, \\ y-x = 5. \end{cases}$$

$$170. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1, \\ x - 11xy - y = -1. \end{cases}$$

$$171. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2, \\ x + 10xy - y = 1. \end{cases}$$

$$172. \begin{cases} 3x^2 + 2xy = 9, \\ |2x+y| = 5. \end{cases}$$

$$173. \begin{cases} 2xy + y^2 = 15, \\ |x-y| = 6. \end{cases}$$

$$174. \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{6y}{x} = 5, \\ x^2 + 4xy - 3y^2 = 18. \end{cases}$$

175.
$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 32. \end{cases}$$
176.
$$\begin{cases} 3x - y = 8, \\ (3x + y)(9x^2 - y^2) = 128. \end{cases}$$
177.
$$\begin{cases} (x^2 - 4y^2)(x - 2y) = 640, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$$
178.
$$\begin{cases} (x^2 - y^2)(x - y) = 81, \\ x + y = 9. \end{cases}$$
179.
$$\begin{cases} (y^2 - x^2)(y - x) = 75, \\ x - y = -5. \end{cases}$$
180.
$$\begin{cases} (x - 2)(y + 1) = 0, \\ 6y^2 + x - y = 3. \end{cases}$$
181.
$$\begin{cases} x(x + y) = 15, \\ y(x + y) = 10. \end{cases}$$

2.3. Неравенства и системы неравенств

Решите неравенство (182–189):

182. $x - 2 \leq \frac{-6,25}{x + 3}$.
183. $x - 2 \leq \frac{-2,25}{x + 1}$.
184. $\frac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{4x + 1} \geq \frac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{2x + 3}$.
185. $\frac{2x - 1}{\sqrt{-x^2 - 0,5x + 0,5}} \geq \frac{5x + 1}{\sqrt{-x^2 - 0,5x + 0,5}}$.
186. $x^2 + \frac{1}{x^2} > 7$.
187. $x^2 + \frac{4}{x^2} < 5$.
188. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1 \leq 0$.
189. $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4 \leq 0$.

Решите систему неравенств (190–193):

190.
$$\begin{cases} \frac{6 - x}{x + 3} \geq 0, \\ \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$191. \begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0, \\ \frac{1}{x} \geq \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$192. \begin{cases} 2 - \frac{3+2x}{3} > 1 - \frac{x+6}{2}, \\ 3 - \frac{x}{4} < x. \end{cases}$$

$$193. \begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0. \end{cases}$$

Найдите область определения выражения (194–201):

$$194. \frac{\sqrt{14x^2 - 3x - 5}}{x^3 - x}.$$

$$195. \frac{\sqrt{3x^2 - 20x - 7}}{2x^2 + 5x} + \frac{2x + 1}{3x - 21}.$$

$$196. \frac{\sqrt{x^2 - 4x - 21}}{x^2 - 25}.$$

$$197. \frac{100 - x^2}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}.$$

$$198. \frac{\sqrt[6]{x^2 + 2x + 1}}{14 - 3x}.$$

$$199. \frac{\sqrt[4]{x + 12 - x^2}}{4 - x^2}.$$

$$200. \frac{\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x^2-36}}{x^2-49}.$$

$$201. \frac{\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{7-x^2}}{5+x^3}.$$

202. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{2x^2 + 9x - 35}$ не имеет смысла?

203. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{16 - 2x - 3x^2}$ имеет смысл?

204. При каких x имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{20x - 11x^2 - 3x^3}{x}}$?

205. Найдите все s , при которых выражение $\sqrt{\frac{123}{11s - 6 - 3s^2}}$ имеет смысл.

206. Найдите множество значений x , при которых не определено выражение $\frac{x^2 - 9}{(x + 3)\sqrt{2x^2 - 11x + 12}}$.

207. Найдите множество значений x , при которых не определено выражение $\frac{\sqrt{4x^2 - 11x - 3}}{1 - \frac{6}{x + 1}}$.

208. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств

$$\begin{cases} y < 7, \\ y - 2x > 0, \\ x + y > 5. \end{cases}$$

209. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств

$$\begin{cases} y < 1, \\ x - y < 5, \\ 3x + y > 3. \end{cases}$$

210. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{6 - x}{2} - 4 < \frac{2 + 3x}{5} - 1, \\ x - \frac{6 - x}{2} < \frac{x}{3}. \end{cases}$$

211. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{6x + 1}{3} - \frac{5x - 1}{2} \leq \frac{10 - x}{5}, \\ 3 - \frac{2x}{3} \geq 1 - \frac{x}{6}. \end{cases}$$

Решите систему неравенств (212–221):

212. $\begin{cases} (x^2 - 3x + 2)^4 \leq 0, \\ (x^2 + 4x + 1)^2 \geq 100. \end{cases}$

213. $\begin{cases} (x^2 - 13x + 42)^2 \leq 0, \\ (x^2 - 6x + 2)^2 \leq 64. \end{cases}$

214. $\begin{cases} (x^2 - 16x + 63)^2 \leq 0, \\ (8x - x^2 - 9)^2 \leq 81. \end{cases}$

215. $\begin{cases} (x^2 - 4x + 3)^2 \leq 0, \\ (-x^2 - x - 3)^2 \geq 49. \end{cases}$

216. $\begin{cases} \left(\frac{2}{x^2 - 2x - 1} + 2x^2 - 4x - 7 \right)^2 \leq 0, \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0. \end{cases}$

$$217. \begin{cases} \left(2x^2 - 10x + 9 - \frac{2}{x^2 - 5x + 6}\right)^2 \leq 0, \\ x^2 - 7x + 10 \leq 0. \end{cases}$$

$$218. \begin{cases} (x^2 + 5x)^2 - 12x^2 - 60x + 36 \leq 0, \\ (x^2 - 2x - 15)^2 \leq 900. \end{cases}$$

$$219. \begin{cases} (x^2 + 3x - 5)^2 - 10x^2 - 30x + 75 \geq 0, \\ (x^2 - x - 4)^2 \leq 625. \end{cases}$$

$$220. \begin{cases} (x - 2)^2(x^2 + 2x - 1)^2 \leq 0, \\ |x| - 1 < 1. \end{cases}$$

$$221. \begin{cases} (4x^2 - 4x + 1)(x^2 + 2x - 4)^2 \leq 0, \\ |2x + 3| < 4. \end{cases}$$

Решите неравенство (222–225):

$$222. x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 \geq 0.$$

$$223. x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 81 \geq 0.$$

$$224. (2x^2 - x)^2 < 1.$$

$$225. (|x + 1| - |x|)^2 \cdot (|x + 1| + |x|) < \frac{1}{(|x + 1| + |x|)}.$$

Решите систему неравенств (226–231):

$$226. \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4x + 3} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2 - 5x + 5)^2} \leq 1. \end{cases}$$

$$227. \begin{cases} \sqrt{5x + 6 - x^2} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2 - 8x + 11)^2} \leq 4. \end{cases}$$

$$228. \begin{cases} \sqrt{-x^2 + 3,5x + 4,5} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2 - 7x + 11)^2} \geq 1. \end{cases}$$

$$229. \begin{cases} \sqrt{-x^2 - 4,5x + 5,5} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2 + 6x + 6,5)^2} \geq 1,5. \end{cases}$$

$$230. \begin{cases} (x^2 - 4x - 3)^2 + \frac{16}{(x^2 - 4x - 3)^2} \leq 8, \\ x^2 - 4x - 5 \geq 0. \end{cases}$$

$$231. \begin{cases} (x^2 - 3x + 5)^2 + \frac{81}{(x^2 - 3x + 5)^2} \leq 18, \\ x^2 + x - 2 \leq 0. \end{cases}$$

Решите неравенство (232–237):

$$232. \sqrt{x^2 - 4} \cdot (x^2 + 2x - 15) \geq 0.$$

$$233. \sqrt{9 - x^2} \cdot (x^2 + x - 2) \leq 0.$$

$$234. \frac{x^2}{16} \leq \frac{3 - 2x}{3}.$$

$$235. \frac{x^2}{8} \leq \frac{2 - x}{3}.$$

$$236. \frac{x^2}{3} \leq \frac{5x - 3}{4}.$$

$$237. \frac{x^2}{3} \geq \frac{x + 14}{12}.$$

238. Найдите наибольшее целое значение x , при котором разность дробей $\frac{58 - 5x}{3}$ и $\frac{2x + 12}{2}$ неотрицательна.

239. Найдите наименьшее целое значение x , при котором разность дробей $\frac{23 - 2x}{5}$ и $\frac{3x - 11}{4}$ неположительна.

Найдите область определения выражения (240–242):

$$240. \frac{\sqrt{-15 + 13x - 2x^2}}{x^2 - 4}.$$

$$241. \frac{\sqrt{24 - 2x - x^2}}{x^2 - 16}.$$

$$242. \frac{\sqrt{12 - x - x^2}}{9 - x^2}.$$

2.4. Последовательности и прогрессии

2.4.1. Арифметическая прогрессия

243. Найдите ближайший к нулю положительный член арифметической прогрессии 49,5; 47,7;

244. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии -41,4; -40,2;

245. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3;

246. Турист, поднимаясь в гору, за первый час достиг высоты 580 м, а за каждый следующий час поднимался на высоту на 40 м меньше, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты 2500 м, поднимаясь от подножия горы?

- 247.** Стрелок сделал 30 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 0,75 балла, а за каждое следующее попадание — на 0,5 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 99,75 балла?
- 248.** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся на 6.
- 249.** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 8.
- 250.** Машина выехала из города со скоростью 40 км/ч. Каждые 20 секунд она увеличивала скорость на 5 км/ч. Какую скорость она имела через 7 минут после выезда из города?
- 251.** В первый день строитель выложил 5 рядов кирпичей. Каждый следующий день он выкладывал на 2 ряда больше, чем в предыдущий день. Сколько дней работал строитель, если всего он выложил 140 рядов?
- 252.** Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 7 и не превосходят 370.
- 253.** Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 9 и не превосходят 400.
- 254.** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся и на 2, и на 3.
- 255.** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 7.
- 256.** Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии 84,1; 78,3; . . .
- 257.** Три положительных числа образуют арифметическую прогрессию с разностью d , а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют геометрическую прогрессию. Найдите все возможные значения d .
- 258.** Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 27 и при уменьшении первого числа на 1, второго — на 3 и третьего — на 2 они составляют геометрическую прогрессию.
- 259.** Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 12 и при увеличении первого числа на 1, второго — на 2 и третьего — на 11 они составляют геометрическую прогрессию.
- 260.** Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 1 и 4, то они образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

- 261.** Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 30. Известно, что если первое число оставить без изменения, а из второго и третьего вычесть соответственно 4 и 5, то образуется геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.
- 262.** Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой совпадает со знаменателем. Найдите разность данной арифметической прогрессии.
- 263.** Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1,5, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой в 1,5 раза больше знаменателя. Найдите разность данной арифметической прогрессии.
- 264.** Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и пятый её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз четвёртый член данной арифметической прогрессии больше первого.
- 265.** Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и седьмой её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз пятый член данной арифметической прогрессии больше первого.
- 266.** Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = 7$, $a_6 = 13$, $a_8 = 17$?
- 267.** Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 8$, $a_9 = -7$, $a_{12} = -17$?
- 268.** Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = -5$, $a_8 = 5$, $a_{11} = 12$?
- 269.** Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 24. Если первое число оставить без изменения, из второго числа вычесть 2, а к третьему прибавить 4, то получим геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что первое из них больше трёх.
- 270.** Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 18. Если к первому числу прибавить 2, к третьему — 1, а второе оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа, если известно, что последнее из них меньше трёх.
- 271.** Могут ли числа $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{8}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

272. Могут ли числа $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{12}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?
273. Составляют ли первый, второй и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 7, а пятый равен 13?
274. Составляют ли второй, четвёртый и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 8, а восьмой равен 33?
275. Сумма второго, четвёртого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.
276. Является ли число 4 членом арифметической прогрессии, первые два члена которой соответственно равны -8 и -5 ?
277. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии в 3 раза меньше суммы последующих пяти её членов. Найдите третий член этой прогрессии, если седьмой член равен 26.
278. Сумма первых четырёх членов арифметической прогрессии в 2 раза меньше суммы последующих трёх её членов. Найдите второй член этой прогрессии, если восьмой член равен 38.
279. Найдите сумму всех натуральных чисел от 100 до 150 включительно, которые не делятся на 6.
280. Третий член арифметической прогрессии в 2 раза больше первого. Найдите отношение суммы первых трёх членов этой прогрессии к её третьему члену.
281. Восьмой член арифметической прогрессии в 3 раза больше шестого. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.
282. Ученик 9-го класса Петя решил с начала месяца делать по утрам зарядку. Каждый день он делал на 2 отжимания больше, чем в предыдущий. Сколько отжиманий сделал Петя в период с 19-го по 31-й день месяца, если в первый день он уже сделал 10 отжиманий?
283. Предприятие поставило себе цель выпускать каждый год на 15 единиц продукции больше, чем в предыдущий. Сколько единиц продукции произведёт предприятие за 13 лет, начиная с 8-го года, если в первый год было произведено 50 единиц продукции?
284. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму членов этой прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50.
285. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n - 3$. Найдите сумму членов этой прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50.

286. Гусеница проползла за первую минуту 39 см, а за каждую следующую минуту на 2 см меньше, чем за предыдущую. Через сколько минут она проползёт 4 м?

287. Стрелок сделал 20 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 4 балла, а за каждое следующее попадание — на 2 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 180 баллов?

288. Сумма первых семнадцати членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью $3d$ на 153 больше суммы членов с седьмого по двадцать третий прогрессии с первым членом a_1 и разностью d . Найдите d .

289. Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 241, которые не делятся на 10.

290. Найдите сумму всех нечётных натуральных чисел, не превосходящих 130, которые не делятся на 17.

291. Арифметическая прогрессия задана формулой n -го члена

$a_n = \frac{n - 18}{0,25}$. Найдите сумму первых тридцати её членов с чётными номерами: $a_2 + a_4 + \dots + a_{60}$.

2.4.2. Геометрическая прогрессия

292. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_n = 16 \cdot (-0,5)^n$ зачеркнули все члены, имеющие чётные номера. Найдите сумму оставшихся членов.

293. Сумма первого, третьего и четвёртого членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем равна 279, а сумма третьего, пятого и шестого членов этой прогрессии равна 31. Найдите восьмой член данной прогрессии.

294. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 9, а сумма следующих трёх её членов равна (-72) . Найдите восьмой член этой прогрессии.

295. Найдите сумму первых 10 членов возрастающей геометрической прогрессии, если третий её член больше второго на 6, а пятый больше третьего на 36.

296. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если пятый её член больше третьего на 8, а девятый больше третьего на 728.

297. Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. При этом x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$; x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$. Найдите a и b .

298. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, наименьшее утроить, а наибольшее оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

299. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 5 раз, наименьшее удвоить, а наибольшее оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

300. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наибольшее из них уменьшить втрое, а два других оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

301. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наименьшее из них уменьшить втрое, наибольшее уменьшить вдвое, а среднее оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

302. Три числа, сумма которых равна 18, образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе — на 2, а третье — на 7, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

303. Три числа, сумма которых равна 33, образуют убывающую арифметическую прогрессию. Если первое число оставить без изменений, второе число уменьшить на 3, а третье — на 2, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

304. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если первое из них уменьшить в 1,5 раза, а второе и третье оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.

305. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 1,5 раза, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

306. При каком целом значении x последовательность $x, x + 2, 5x - 2$ является геометрической прогрессией?

307. При каком целом значении x последовательность $-x, x + 1, x - 5$ является геометрической прогрессией?

308. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $a + b, b + c, c + a$ образуют в указанном порядке

арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

309. Три различных числа a , b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $c + a$, $a + b$, $b + c$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

310. Три положительных числа образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q , а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения q .

311. Первый, второй и четвёртый члены возрастающей арифметической прогрессии образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

312. Квадраты первого, второго и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии, все члены которой положительны, образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

313. Три числа, сумма которых равна 28, образуют геометрическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе число — на 2, а третье уменьшить на 1, то получится возрастающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

314. Три числа, сумма которых равна 21, образуют геометрическую прогрессию. Если первое и второе числа увеличить на 1, а третье уменьшить на 2, то получится убывающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

315. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить в 5 раз, а первые два оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

316. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если от последнего из них оставить 80%, а первые два числа не изменять, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

317. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 4$, $b_5 = 12$, $b_8 = 32$?

318. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = 1 - \sqrt{2}$, $b_4 = 4 - 2\sqrt{2}$, $b_6 = 8 - 4\sqrt{2}$?

319. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = -7$, $b_4 = 21\sqrt{3}$, $b_6 = 63\sqrt{3}$?

320. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n , если $b_2 - b_4 = 3$ и $b_1 - b_3 = 6$.

321. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$b_n, \text{ если } b_2 + b_4 = \frac{20}{3} \text{ и } b_1 + b_3 = 20.$$

322. Найдите сумму первых трёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_3 = -18, b_6 = 486$.

323. Найдите сумму первых четырёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_4 = -32, b_9 = 1024$.

324. Является ли число $\frac{1}{81}$ членом геометрической прогрессии 3; 1;... ?

325. Является ли число 64 членом геометрической прогрессии 0,5; 1;... ?

326. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 21, а сумма обратных им величин равна $\frac{7}{12}$.

Найдите b_2 .

327. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 14, а сумма обратных им величин равна $\frac{7}{8}$. Най-

дите $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$.

2.5. Функции и графики

2.5.1. Графики функций

Постройте график функции (328–339):

$$328. y = -\frac{9x + x^3}{3x}.$$

$$329. y = \frac{8x - x^3}{4x}.$$

$$330. y = \frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{2x + 6}.$$

$$331. y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x \geq 1, \\ -(x-1)^2 + 1, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

$$332. y = \begin{cases} -(x-1)^2, & \text{если } x \geq 0, \\ x^2 + 2x - 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

$$333. y = \begin{cases} (x-3)^2 - 2, & \text{если } x \geq 1, \\ -2x^2 + 4, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

$$334. y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}.$$

$$335. y = \frac{x - 4}{x^2 - 4x}.$$

$$336. y = x + \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{9 - 12x + 4x^2}.$$

$$337. y = \sqrt{16x^2 + 56x + 49} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 5x.$$

$$338. y = \frac{(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 4)}{(x - 4)(2 - x)}.$$

$$339. y = \frac{(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 6x + 8)}{(3 - x)(x - 2)}.$$

340. На рисунке 367 изображён график функции вида $y = |ax + b| + c$. Определите по рисунку значения коэффициентов a , b , c , считая, что $a > 0$.

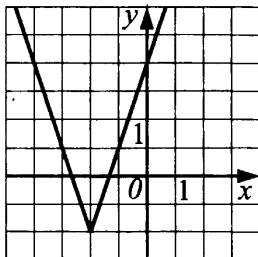


Рис. 367

341. На рисунке 368 изображён график функции вида $y = |ax^2 + bx + c|$. Определите по рисунку значения коэффициентов a , b , c , считая, что $a > 0$.

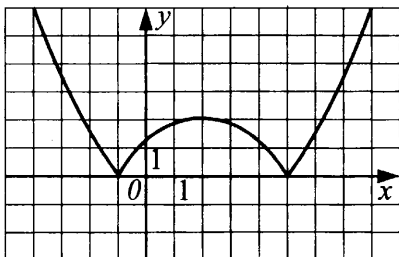


Рис. 368

342. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0,125x$, касается параболы $y = x^2 - 1$. Вычислите координаты точки касания.

343. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0,25x$, касается параболы $y = 4x^2 + 8x + 7$. Вычислите координаты точки касания.

- 344.** Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 3x - 2$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 5$. Вычислите координаты точки касания.
- 345.** Известно, что прямая, параллельная прямой $y = x + 3$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 6$. Вычислите координаты точки касания.
- 346.** Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 6x$, касается параболы $y = x^2 + 5$. Вычислите координаты точки касания.
- 347.** Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 14x$, касается параболы $y = x^2 + 9$. Вычислите координаты точки касания.
- 348.** Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 4x$, касается параболы $y = x^2 + 3$. Вычислите координаты точки касания.
- 349.** Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 2x$, касается параболы $y = x^2 - 14$. Вычислите координаты точки касания.
- 350.** Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным 1, касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$. Определите уравнение этой параболы.
- 351.** Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным -1 , касается прямых $y = x + 1$ и $y = 5 - 3x$. Определите уравнение этой параболы.
- 352.** Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 2|x| + 1$ и параболы $y = 4x^2 + 2x - 1$.
- 353.** Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 1 - |x|$ и параболы $y = 2x^2 + x - 1$.
- 354.** Найдите координаты вершины параболы, если известно, что точки $(-1; -5)$, $(0; -4)$ и $(1; 1)$ лежат на этой параболе.
- 355.** Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осями координат.
- 356.** Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ с осями координат.
- 357.** Найдите точки, симметричные относительно оси Ox , одна из которых лежит на прямой $y = 2x + 5$, а другая — на параболе $y = 16x^2 + 12x - 2$.
- 358.** Найдите точки, симметричные относительно оси Oy , одна из которых лежит на прямой $y = 6x + 5$, а другая — на параболе $y = 18x^2 - 33x$.
- 359.** На рисунке 369 изображён график функции $y = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Найдите координаты точек A , B и C .
- 360.** Постройте график функции $y = ||x + 1| - 2|$.

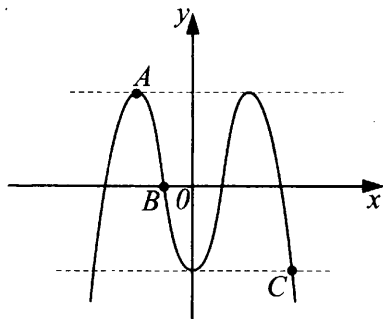


Рис. 369

- 361.** Парабола с вершиной в точке $(0; 4)$ проходит через точку $(3; -14)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?
- 362.** Парабола с вершиной в точке $(0; -12)$ проходит через точку $(-1; -9)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?
- 363.** Парабола с вершиной в точке $(4; -28)$ проходит через точку $(0; 4)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?
- 364.** Парабола с вершиной в точке $(6; 33)$ проходит через точку $(0; -3)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?
- 365.** Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -6$ и $x_2 = 2$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = 24$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.
- 366.** Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 6$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = -9$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.
- 367.** Известно, что прямая $y = 2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$.
- 368.** Известно, что прямая $y = -2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = -1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = -1$.
- 369.** Окружность с центром в точке $O(4; 3)$ проходит через точку $A(8; 6)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?
- 370.** Окружность с центром в точке $O(2; 2)$ проходит через точку $A(3; 4)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

371. Найдите область значений функции $y = \frac{x^2 - 25}{10 - 2x}$.

372. Найдите область значений функции $y = \frac{25 - x^2}{2x - 10}$.

373. Парабола касается прямой $y = -18$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 4$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy ?

374. Парабола касается прямой $y = 32$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -5$ и $x_2 = 3$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy ?

375. Постройте график функции $y = 6 - 3x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1,5 \leq y \leq 9$?

376. Постройте график функции $y = \frac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leq y \leq 2$?

377. Постройте график функции $y = \left| \frac{2 - x}{4} \right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y < 1$?

378. Постройте график функции $y = \left| \frac{3 + x}{6} \right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leq y \leq 2$?

379. Постройте график функции $y = 3 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-2 < x < 5$?

380. Постройте график функции $y = 5 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-1 < x < 3$?

381. Постройте график функции $y = \frac{5 - x}{4}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 0,25$?

382. Постройте график функции $y = \frac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 < y < 2$?

383. Постройте график функции $y = \frac{x + 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1,5 \leq y \leq 3$?

384. Постройте график функции $y = \frac{x + 5}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-4 < y < -1,5$?

385. Постройте график функции $y = 2x + 3 - x^2$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $3 \leq y \leq 4$?

386. Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-9 \leq y \leq -5$?

387. Постройте график функции $y = \frac{5-2x}{3}$. При каких значениях функции выполняется неравенство $2 < x \leq 3\frac{2}{3}$?

388. Постройте график функции $y = 3 \cdot x^{-1}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $y \geq 3,3$?

389. Постройте график функции $y = 7x - 5$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -40 .

390. Постройте график функции $y = 6x - 7$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -49 .

391. Постройте график функции $y = \frac{5+x}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 3,5$?

392. Постройте график функции $y = \frac{6-2x}{3}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-2 \leq y \leq 4$?

393. Постройте график функции $y = 3,5 - 0,5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 3,5$?

394. Постройте график функции $y = 2,5 - 0,5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 2,5$?

395. Постройте график функции $y = -\frac{x+3}{4}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-5 \leq x \leq 4$?

396. Постройте график функции $y = \frac{7-x}{3}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-4 \leq x \leq 6$?

2.5.2. Область определения функции

Найдите область определения функции (397–401):

$$397. y = \frac{\sqrt{2x-x^3}}{x^4-3x^2+1}.$$

$$398. y = \frac{\sqrt{x^3-7x}}{x^4-5x^2+4}.$$

399. $y = \sqrt{x^2 - 9x - 22} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

400. $y = \sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x}$.

401. $y = \sqrt{7x - x^2 - 10} + \frac{1}{\sqrt{4x^2 - 20x + 25}}$.

2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции

Найдите наименьшее значение функции (402–403):

402. $y = 4\sqrt{-x} - 10x + 2$.

403. $y = -x + 2\sqrt{-x} + 1$.

Найдите наибольшее значение функции (404–405):

404. $y = 3x + 5 - 3\sqrt[4]{-x}$.

405. $y = x - 2\sqrt{-x} - 1$.

406. Найдите область значений функции $y = \frac{x^2 - 9}{6 - 2x}$.

407. Найдите область значений функции $y = \frac{9 - x^2}{2x - 6}$.

408. Постройте график функции $y = x^2 - 3x - 10$. Укажите наименьшее значение этой функции.

409. Постройте график функции $y = \frac{4x - 2x^2}{3} + 2$. Укажите наибольшее значение этой функции.

410. Постройте график функции $y = \frac{4}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$. Укажите наименьшее значение этой функции.

411. Постройте график функции $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ и определите по графику промежуток, на котором функция возрастает.

412. Постройте график функции $y = -0,5x^2 - x + 4$ и определите все значения аргумента, при которых функция принимает неотрицательные значения.

2.6. Текстовые задачи

413. Покрасив 2 метра забора, Том Соьер «уступил» это занятие другому мальчику, который покрасил 30% неокрашенной части забора. После этого Том ещё трижды «уступал» своё право красить забор другим мальчиком. Первый и второй из них покрасили соответственно $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$ всего забора, а третий — 85% оставшейся неокрашенной части забора. Какова длина забора, если последний оставшийся метр Том красил сам?

414. Находясь в гостях у Кролика, Винни-Пух за первые три часа съел 40% всего запаса мёда Кролика. Пятачок и Кролик вместе за это же время съели 300 граммов мёда. За следующие три часа Винни-Пух съел $\frac{2}{3}$ оставшегося мёда, а Пятачок и Кролик съели 100 граммов мёда на двоих, после чего у Кролика осталось 1,6 кг мёда. Сколько мёда было у Кролика до визита Винни-Пуха?

415. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 325 км. Если первый выедет на 3,5 часа раньше второго, то он встретит второго велосипедиста через 7,5 часов после своего выезда. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого велосипедиста через 7 часов после своего выезда. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

416. Два автомобиля выезжают навстречу друг другу из двух пунктов. Если первый выедет на 1 час раньше второго, то он встретит второго через 4 часа после своего выезда. Если второй выедет на 1 час 50 минут раньше первого, то он встретит первого через 4,5 часа после своего выезда. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго автомобиля. Найдите расстояние между пунктами.

417. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 400 км. Если первый выедет на 5 часов раньше второго, то они встретятся через 5 часов после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого через 6 часов после своего выезда. Найдите скорости велосипедистов.

418. Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, то они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла до встречи в два раза большее расстояние, чем первая. Найдите скорости черепах.

419. Токари выходят на работу с интервалом в 1 час. Производительность труда первого токаря равна шести деталям в час, а второго — пяти деталям в час. Третий токарь догоняет второго по числу изготовленных деталей, а ещё через два часа догоняет первого. Какова производительность труда третьего токаря?

420. Из города N в одном направлении выезжают два велосипедиста с интервалом в два часа, причём скорость первого равна 30 км/ч, а скорость второго — 20 км/ч. Через два часа после выезда второго велосипедиста из того же города выезжает мотоциклист, догоняет второго велосипедиста, а ещё через три часа догоняет первого. Какова скорость мотоциклиста?

421. Из гавани вышли три катера с интервалом в 1 час. Скорость первого равна 30 км/ч, второго — 40 км/ч. Известно, что после того, как третий догонит второго за некоторое время, потребуется ещё столько же времени, чтобы второй катер догнал первый. Найдите скорость третьего катера.

422. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена её продукции возросла на 10%, а себестоимость продукции, которая до этого составляла $\frac{3}{4}$ отпускной цены, увеличилась на 20%?

423. Завод по производству нефтепродуктов увеличил суточный объём переработки нефти на 30%. На сколько процентов увеличится прибыль, получаемая заводом, если отпускная цена его продукции возросла на 25%, а стоимость переработки 1 тонны нефти возросла на треть и стала составлять 80% отпускной цены полученного из неё продукта?

424. Четыре бригады должны разгрузить вагоны с продуктами. Первая, вторая и третья бригады вместе могут выполнить эту работу за 8 часов; вторая, третья и четвёртая — за 6 часов 40 минут. Если же будут работать все четыре бригады, то вагон разгрузят за 5 часов. За какое время могут разгрузить вагон первая и четвёртая бригады?

425. Завод получил заказ на выполнение партии деталей. Первая, третья и четвёртая бригады вместе могут выполнить заказ в три раза быстрее, чем вторая бригада, а вторая, третья и четвёртая бригады — в четыре раза быстрее, чем первая бригада. За сколько дней смогут выполнить заказ третья и четвёртая бригады, работая вместе, если первой и второй бригадам на это понадобится 11 дней?

426. Четыре класса должны покрасить забор вокруг школы. Классы Б, В, Г могут выполнить эту работу за 3 часа. Классы А, В, Г могут выполнить эту работу за 2 часа. Если же будут работать классы А и Б, то работа будет выполнена за 5 часов. За какое время могут покрасить забор все четыре класса, работая вместе?

427. Для того чтобы убрать поле, работают четыре комбайна. Если будут работать 1-й, 2-й и 3-й комбайны, то работа будет сделана за 1 ч 20 мин; если 1-й, 2-й и 4-й, то поле будет убрано за 2 часа. Если будут работать только 3-й и 4-й комбайны, поле будет убрано за 1 ч 20 мин. За какое время работа будет выполнена, если будут работать все четыре комбайна?

428. Два студента и два школьника решают 10 задач. Первый студент и два школьника решат их за 7 минут. Второй студент и два школьника решат их за 10 минут. Два студента решат эти задачи за 12 минут. За какое время решат все задачи два школьника и два студента?

429. Четыре садовника высаживают цветочную рассаду на клумбу. Первый и второй садовники справляются со всей работой за $\frac{120}{7}$ часа. Второй, третий и четвёртый — за $\frac{200}{9}$ часа. Третий, первый и четвёртый — за $\frac{75}{4}$ часа. За какое время высадят всю рассаду четыре садовника?

430. Маршрутное такси ехало из города A в город B , расстояние между которыми 200 км, с некоторой постоянной скоростью. На обратном пути спустя 1 час после выезда из города B водитель уменьшил скорость на 20 км/ч. Какова была первоначальная скорость маршрутного такси, если на обратную дорогу ушло на 15 мин больше?

431. Автобус ехал из пункта A в пункт B со скоростью 80 км/ч. Выехав обратно, он 30 км ехал со скоростью вдвое меньше первоначальной. Затем он увеличил скорость на 50 км/ч и доехал до пункта A , не меняя скорости. Найдите расстояние от пункта A до пункта B , если на обратный путь водитель затратил на $\frac{5}{18}$ часа меньше.

432. Два поезда выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 50 часов, а второй — в пункт A через 8 часов. Сколько времени прошло с начала движения поездов до их встречи, если они двигались с постоянными скоростями?

433. Два велосипедиста выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 48 минут, а второй — в пункт A через 27 минут. Сколько времени прошло от начала движения велосипедистов до их встречи, если велосипедисты двигались с постоянными скоростями?

434. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 8 человек. На первой остановке из трамвая вышло 2 человека, а затем на каждой следующей выходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 25 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

435. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 10 человек. На первой остановке из трамвая вышло 6 человек, а затем на каждой следующей

выходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 10 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

436. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 1? (Ответ выразите в часах.)

437. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 3? (Ответ выразите в часах.)

438. Моторная лодка прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения реки за то же время, за которое она могла пройти в озере 70 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

439. Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

440. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30%. Какой могла быть первоначальная масса сплава?

441. Сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, сплавлен со 100 г чистого золота. В результате содержание золота в сплаве повысилось по сравнению с первоначальным на 20%. Сколько граммов серебра в сплаве?

442. Расстояние между двумя городами A и B равно 420 км. Пройдя $\frac{4}{7}$ всего расстояния, поезд задержался в пути на 15 минут. Затем машинист увеличил скорость на 10 км/ч и прибыл в город B без опоздания. Сколько времени потратил поезд на весь путь?

443. Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдёт из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то придет за 30 мин до начала матча. Сколько времени остаётся до начала матча?

444. Из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км, отправляются навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Если велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше пешехода, то они встретятся через 2 ч после выезда велосипедиста. Если пешеход выйдет на 1 ч раньше велосипедиста, то через 2 ч после выхода пешехода расстояние между ними сократится в 3,5 раза. Найдите скорости велосипедиста и пешехода.

445. Смешали 30%-ный и 50%-ный растворы азотной кислоты и получили 45%-ный раствор. Найдите отношение массы 30%-го раствора к массе 50%-го раствора.

446. Соединили два сплава с содержанием меди 40% и 60% и получили сплав, содержащий 45% меди. Найдите отношение массы сплава с 40%-ным содержанием меди к массе сплава с 60%-ным содержанием меди.

447. Катер должен проплыть 87,5 км за определённое время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут и, чтобы прийти вовремя в место назначения, увеличил скорость на 2 км/ч. Определите первоначальную скорость катера в км/ч.

448. Два пешехода выходят одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в B через 27 минут, а второй — в A через 12 минут. Найдите время в пути каждого пешехода.

449. В куске сплава меди и цинка количество меди увеличили на 40%, а количество цинка уменьшили на 40%. В результате общая масса куска сплава увеличилась на 20%. Определите процентное содержание меди и цинка в первоначальном куске сплава.

450. В прошлом театральном сезоне абонемент стоил 8000 рублей. В новом сезоне стоимость абонемента увеличили, в результате чего число проданных абонементов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 2,5%. На сколько рублей увеличили стоимость абонемента?

451. Сумма первых 12 членов арифметической прогрессии равна 354. Отношение суммы членов, стоящих на чётных местах среди первых двенадцати, к сумме членов, стоящих на нечётных местах среди первых двенадцати, равно $32 : 27$. Найдите разность этой прогрессии.

452. Два поезда одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми 180 км. Через два часа они встретились и, не останавливаясь, продолжали ехать с той же скоростью. Второй поезд прибыл в пункт A на 54 минуты раньше, чем первый поезд в пункт B . Вычислите скорость каждого поезда.

453. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B . Через 3 часа 45 минут они встретились и, не останавливаясь, продолжали идти с той же скоростью. За какое время проходит всё расстояние каждый из них, если первый пешеход пришёл в пункт B на 4 часа позже, чем второй пришёл в пункт A ?

454. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B . Пройдя 420 км, что составило 60% всего пути AB , поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите скорость поезда, с которой он прибыл на станцию B .

455. Двум швеям был поручен заказ. После того как первая швея проработала 6 дней, а вторая — 10 дней, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно ещё 6 дней, они установили, что им осталось выполнить $\frac{1}{10}$ часть заказа. За сколько дней каждая из них,

работая отдельно, выполнила бы весь заказ?

456. Две машинистки вместе могут перепечатать рукопись за 6 часов. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила её за 3 часа. За какое время каждая машинистка смогла бы перепечатать рукопись?

457. Два мотоциклиста одновременно выехали из пункта N в пункт M , расстояние между которыми 30 км. Во время пути второй мотоциклист сделал остановку на 4 минуты, но в пункт M прибыл на 2 минуты раньше первого. Найдите скорости обоих мотоциклистов, если известно, что скорость второго в 1,25 раза больше скорости первого.

458. Два пешехода одновременно вышли из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 40 км. Во время пути второй пешеход сделал остановку на 20 минут, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько времени (в минутах) потратил на дорогу из пункта A в пункт B первый пешеход, если известно, что скорость первого составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго?

459. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 150 км, одновременно выехали два грузовика. Скорость первого грузовика составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго. Во время пути второй грузовик сделал остановку на полчаса, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько часов потратил первый грузовик на поездку?

460. Два автомобиля одновременно выехали из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 250 км. Скорость первого была в полтора раза выше скорости второго. Во время пути первый автомобиль сделал остановку на 20 минут, но в пункт B прибыл на полчаса раньше второго. Сколько часов потратил второй автомобиль на поездку?

461. Из города A в город B , расстояние между которыми равно 300 км, выехал мотоциклист. Проехав 64% всего пути, он остановился на 18 минут для заправки горючим. Чтобы наверстать потерянное время, оставшуюся часть пути он проехал, увеличив скорость на 12 км/ч. С какой скоростью двигался мотоциклист после остановки?

462. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B . Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB , поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.

463. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 200 км, одновременно выехали автомобиль и автобус. В пути автомобиль сделал две остановки на $\frac{1}{2}$ часа и на 25 минут, но в пункт B прибыл на 25 минут раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса составляла 0,6 скорости автомобиля.

464. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 64 км, одновременно выехали автомобиль и велосипедист. В пути автомобиль сделал остановку на 25 минут, но в пункт B прибыл на 26 минут раньше велосипедиста. Велосипедист останавливался на 3 минуты, и его скорость была в 2,5 раза меньше скорости автомобиля. Найдите скорости автомобиля и велосипедиста.

465. Из города A в город B выезжает велосипедист, а через 3 часа после его выезда из города B навстречу ему выезжает мотоциклист, скорость которого в три раза больше, чем скорость велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между A и B . Если бы мотоциклист выехал не через 3, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к A . Найдите расстояние между городами A и B .

466. Расстояние между двумя станциями железной дороги 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 минут быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определите скорости обоих поездов.

467. Расстояние, равное 720 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. За время, которое требуется первому поезду на прохождение 60 км, второй поезд успевает пройти 50 км. Найдите скорости обоих поездов.

468. Расстояние 450 км один из поездов проходит на 1,5 ч быстрее другого. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что первый поезд проходит 250 км за то же время, за которое второй проходит 200 км.

469. Как-то раз, прилетев в гости к Малышу, Карлсон съел 30% всего варенья, что было в доме Малыша, при этом сам Малыш съел 200 г варенья. Затем Малыш с Карлсоном отправились гулять на крышу, взяв с собой ещё некоторое количество варенья, в результате чего в доме Малыша осталось 1,7 кг варенья. Определите, сколько варенья первоначально

было у Малыша, если известно, что взятое с собой варенье Малыш с Карлсоном съели полностью, причём Малыш — 300 г, Карлсон — $\frac{1}{3}$ от общего количества съеденного им варенья.

470. Выйдя с турбазы, группа туристов за первый день похода прошла 20 км. За второй день туристы прошли 30% оставшейся части маршрута,

а за третий и четвёртый дни — соответственно $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ части всего намеченного маршрута. На пятый день, пройдя 80% оставшегося пути, туристы вышли на морское побережье. Найдите протяжённость всего выбранного туристами маршрута, если после выхода к морю туристам осталось пройти 2 км.

471. Из первого крана вода течёт со скоростью 5 литров в минуту, а из второго — со скоростью 7 литров в минуту. Известно, что для того чтобы набрать два ведра из первого крана, нужно вдвое больше времени, чем для того, чтобы набрать первое ведро из второго крана. Во сколько раз объём первого ведра больше объёма второго ведра?

472. Лодка плывёт в четыре раза медленнее катера, при этом 16 километров катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.

473. Двое рабочих, работая вместе, могут оклеить комнату обоями за 6 ч. За сколько часов может оклеить комнату каждый из них в отдельности, если первый это сделает на 5 ч быстрее второго?

474. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем первой?

475. Двое токарей, работая вместе, выполнили задание за 12 ч. За какое время каждый токарь может выполнить это задание, работая самостоятельно, если один из них может его выполнить на 7 ч быстрее другого?

476. Две машинистки должны были напечатать по 60 страниц каждая. Вторая машинистка печатала за 1 ч на 2 страницы меньше, поэтому закончила работу на 1 ч позже. Сколько страниц в час печатала первая машинистка?

477. Петя вышел из школы и пошёл домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 минут по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12 км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю?

478. Нина поехала на велосипеде на рынок со скоростью 15 км/ч. Через 6 минут по той же дороге поехал на мопеде её брат со скоростью 40 км/ч. На каком расстоянии от дома брат догонит Нину?

- 479.** Расстояние между двумя городами автобус проходит по расписанию за 8 часов. Через 5 часов после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, из-за чего приехал на 20 минут позже. Какова первоначальная скорость автобуса?
- 480.** Некоторое расстояние велосипедист обычно проезжает за 2 часа. Через 1,5 часа после начала движения он снизил скорость на 3 км/ч, из-за чего приехал на 10 минут позже обычного времени. Какова первоначальная скорость велосипедиста?
- 481.** Расстояние между станциями A и B равно 78 км. Из A в B вышел поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, а потому оставшийся путь до B проходил со скоростью на 6 км/ч больше прежней. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся путь до B был на 12 км короче пройденного до задержки и на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 минут меньше, чем на прохождение пути до задержки.
- 482.** Одновременно из пункта A в одном направлении выехали два мотоциклиста: один со скоростью 75 км/ч, другой со скоростью 60 км/ч. Через 20 минут вслед за ними из пункта A выехал третий мотоциклист. Найдите скорость третьего мотоциклиста, если известно, что он догнал первого мотоциклиста на 1 час позже, чем второго.
- 483.** Пароход идёт от A до B по реке 5 суток, а от B до A — 7 суток. Определите, сколько суток плывёт плот от A до B , если известно, что собственная скорость парохода постоянна в течение всего пути.
- 484.** Моторная лодка плывёт от A до B по реке четверо суток, а от B до A — 5 суток. Во сколько раз скорость движения моторной лодки по течению больше скорости течения реки?
- 485.** Первый насос должен наполнить водой бассейн объёмом 360 м^3 , а второй — объёмом 480 м^3 . Первый насос перекачивал ежедневно на 10 м^3 воды меньше, чем второй, и работал на 2 ч дольше, чем второй. Какой объём воды перекачивает каждый насос за час?
- 486.** Первый насос перекачивает 90 м^3 воды на 1 час быстрее, чем второй 100 м^3 . Сколько воды ежедневно перекачивает каждый насос, если первый перекачивает за час на 5 м^3 воды больше, чем второй?
- 487.** При смешивании двух растворов одной и той же кислоты с концентрациями 40% и 70% соответственно получили раствор, содержащий 60% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

488. В первом сплаве содержится 25% меди, а во втором — 45%. В каком отношении нужно взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 30% меди?

489. Имеются два сплава с разным содержанием железа: в первом содержится 75%, а во втором — 25% железа. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% железа?

490. При смешивании раствора соли, концентрация которого 64%, и другого раствора этой же соли, концентрация которого 36%, получился раствор с концентрацией 48%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

491. Пароход идёт от пристани *A* до пристани *B* по течению реки 2,5 часа, а обратно — 5 часов. Во сколько раз скорость движения парохода по течению реки больше, чем скорость его движения против течения?

492. Грузовик едет сначала 3 минуты с горы, а затем 7 минут в гору. На обратный путь он тратит 22 минуты. Во сколько раз скорость грузовика при движении с горы больше, чем его скорость при движении в гору? (Считайте, что скорость движения с горы одинакова в обоих направлениях; это же относится и к скорости движения в гору.)

493. Из пункта *A* в пункт *B* выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта *B* одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 9 часов после встречи приехал в пункт *A*, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт *B*. Во сколько раз средняя скорость автомобиля больше средней скорости автобуса?

494. Из пункта *A* в пункт *B* выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта *B* одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 16 часов после встречи приехал в пункт *A*, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт *B*. Сколько времени провёл в пути автобус?

495. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие или только первый и третий, то работа была бы выполнена за 3 дня. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 6 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

496. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие, то работа была бы выполнена за 18 дней. Если бы работали только первый и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 12 дней. Если бы работали только второй и третий рабочие, то

работа была бы выполнена за 9 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроем?

497. За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 200 руб. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 182 руб. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

498. Имеются два водных раствора одной и той же соли. Для получения смеси, содержащей 10 г соли и 90 г воды, берут первого раствора вдвое больше по массе, чем второго. Через неделю из каждого килограмма первого и второго растворов испарилось по 200 г воды, и для получения такой же смеси, как и раньше, требуется первого раствора уже вчетверо больше по массе, чем второго. Сколько граммов соли содержалось первоначально в 100 г каждого раствора?

499. Два поезда отправляются из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из *A* выйдет на 2 часа раньше, чем поезд из *B*. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 часа расстояние между ними составит четверть расстояния между пунктами *A* и *B*. За сколько часов каждый поезд проходит весь путь?

500. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 120 км он затрачивает на 2 ч больше, чем мотоциклист. Чему равна скорость (в км/ч) каждого из них?

501. Имеется 200 г 30%-ного раствора уксусной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 6%-ный раствор уксусной кислоты?

502. Имеется 300 г 20%-ного раствора серной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 16%-ный раствор серной кислоты?

503. Два экскаватора разной мощности рыли яму. Вдвоем они вырыли яму объемом 49 м^3 за 1,5 часа. Если бы первый работал один, то он вырыл бы её в 3 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они вырыли бы эту яму, если бы каждый по очереди вырыл бы по пол-ямы?

504. Два грузовика разной вместимости возили зерно. Вдвоем они за 3 часа перевезли 31,5 т зерна. Если бы первый возил зерно один, то он перевёз бы его в 2,5 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они перевезли бы всё зерно, если бы, работая по очереди, первый перевёз 21 т, а второй — 10,5 т?

505. Расстояние, равное 840 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. В то время как первый поезд проходит 63 км, второй проходит 54 км. На сколько км/ч скорость первого поезда больше скорости второго?

506. Из двух лодочных станций, расположенных на реке, одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью. Началась гроза, и одна из них вернулась на станцию, пройдя по течению 12 минут, другая повернула обратно против течения через 40 минут. Обратный путь обеих лодок в сумме занял 52 минуты. Во сколько раз скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения?

507. В лаборатории имеется 2 кг раствора кислоты одной концентрации и 6 кг раствора этой же кислоты другой концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, концентрация которого составляет 36%. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Какова концентрация каждого из двух имеющихся растворов?

508. В лаборатории имеется 2 кг раствора, содержащего 28% некоторой кислоты, и 4 кг раствора, содержащего 36% этой же кислоты. Найдите наибольшее количество 30%-ного раствора кислоты, который можно получить из этих растворов.

509. Красный грузовик вывезет груз с первого склада за 3 часа, синий грузовик вывезет груз со второго склада за 6 часов. Во сколько раз быстрее синий грузовик может вывести груз с первого склада, чем это сделает красный, если красный может вывезти груз со второго склада на 7 часов быстрее, чем синий с первого?

510. Первый кран разгрузит баржу за 3 часа, второй кран разгрузит сухогруз за 8 часов. Во сколько раз производительность первого крана больше производительности второго, если первый кран разгрузит сухогруз на 10 часов быстрее, чем второй кран баржу?

511. Моторная лодка, проехав по течению реки 6 км, вернулась назад, затратив на весь путь 35 минут. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что 18 км по течению реки она проплывает на 15 минут быстрее, чем против течения.

512. Катер спустился вниз по реке на 36 км, а затем вернулся обратно, затратив на весь путь 3 ч 30 мин. Найдите собственную скорость катера, если известно, что 12 км по течению реки он проплывает на 10 минут быстрее, чем против течения.

513. Один турист вышел в 6 ч из пункта A в пункт B , а второй — навстречу ему из пункта B в пункт A в 7 ч. Они встретились в 9 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Во сколько раз скорость первого туриста больше скорости второго туриста, если первый пришёл в пункт B на 5 часов раньше, чем второй пришёл в пункт A ? Считается, что каждый шёл без остановок с постоянной скоростью.

514. Велосипедист выехал в 5 ч из пункта A в пункт B , а в 9 ч из пункта B в пункт A выехал автомобиль. Они встретились в 11 ч и, не останавливаясь, продолжили движение. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости велосипедиста, если автомобиль приехал в пункт A на 11 часов раньше, чем велосипедист в пункт B ? Считается, что автомобиль и велосипедист двигались без остановок с постоянной скоростью.

515. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 4 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда второй группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется на полгода больше, чем работающим совместно второй и третьей группам?

516. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 2 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда первой группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется столько же времени, сколько работающим совместно второй и третьей группам?

517. Поезд проходит мимо столба за 5 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга поезд и электричка, если скорость поезда в 2 раза больше скорости электрички, а длина поезда в 3 раза больше длины электрички?

518. Электричка проходит мимо столба за 8 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга пассажирский поезд и электричка, если скорость пассажирского поезда равна скорости электрички, а длина пассажирского поезда в полтора раза больше длины электрички?

519. На фабрике изготавливают два сорта стекла. Стекло I сорта пропускает 45% света, а II сорта — 80%. В каком отношении нужно сплавить первый и второй сорта стекла, чтобы получилось стекло, пропускающее 60% света?

520. Кондитерская фабрика производит два вида шоколада с содержанием какао-бобов — 25% (молочный) и 70% (горький). В каком отношении надо смешать молочный и горький шоколад, чтобы получился шоколад, содержащий 45% какао-бобов?

521. За четыре дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано 0,9 поля. За сколько дней мог бы вспахать всё поле каждый трактор в отдельности, если первый трактор может это сделать на два дня быстрее, чем второй?

522. Для перевозки груза было выделено два грузовика различной грузоподъёмности. Вторым грузовик, работая отдельно, может перевезти весь груз на три дня быстрее, чем первый. За сколько дней может перевезти весь груз каждый грузовик, работая отдельно, если за пять дней совместной работы грузовики перевезли 0,75 всего груза?

2.7. Задания с параметром

523. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x - 3| = a$ при всех положительных значениях параметра a .

524. Определите количество корней уравнения $|2x^2 + 4x - 7| = a$ при всех положительных значениях параметра a .

525. Найдите все положительные значения k , при которых прямая $y = kx + 1$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную усло-

$$\text{виями } y = \begin{cases} -3x - 4, & \text{если } x < -2, \\ 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ 3x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

526. Найдите все отрицательные значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями

$$y = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x < -2, \\ -1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ -x + 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

527. При каких значениях p прямая $y = 0,3x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 60 кв. ед.?

528. При каких значениях p прямая $y = -2x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 49 кв. ед.?

529. При каких значениях n прямая $y = -1,5x + n$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 75?

530. При каких значениях m прямая $y = 7x - 2m$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 14?

531. При каких значениях k число 2 находится между корнями уравнения

$$2x^2 - \frac{1}{2}x + (k - 3)(k + 5) = 0?$$

532. При каких значениях k число 3 находится между корнями уравнения $x^2 + x + (k - 1)(k + 7) = 0$?

533. Найдите множество значений параметра l , при которых число 2 находится между корнями уравнения $9x^2 - 6x - (l - 2)(l + 2) = 3$.

534. Найдите все k , при которых прямая $y = kx + 1$ имела бы ровно две общие точки с параболой $y = kx^2 - (k - 3)x + k$ и при этом не пересекала бы параболу $y = (2k - 1)x^2 - 2kx + k + \frac{9}{4}$.

535. Докажите, что уравнение $3 \cdot (4x^2 - 12x + 11)(x^2 + 22x + 125) = 24 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a .

536. Докажите, что уравнение $(49x^2 - 112x + 65)(x^2 + 26x + 171) = 2 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a .

537. Найдите значения параметров k и $a \neq 0$, при которых прямая $y = k(x - a)$ касается параболы $y = ax^2$ и ордината точки касания равна 4.

538. Найдите значения параметров k и b , при которых прямая $y = kx + b$ касается параболы $y = x^2 + bx$ и абсцисса точки касания равна 2.

539. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^2 - (a + 4)x + 2a + 5 = 0$ имеет два различных корня, а сумма величин, обратных к его корням, не меньше -2 .

540. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $ax^2 - (2a + 3)x + a + 2 = 0$ имеет два различных корня, а сумма квадратов его корней больше 3.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, а среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7. Найдите среднее арифметическое всех двадцати чисел.

542. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 15.

543. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 14.

544. Среднее геометрическое двух чисел равно 243, а среднее геометрическое трёх других чисел равно 32. Найдите среднее геометрическое всех пяти чисел (средним геометрическим n положительных чисел называется арифметический корень n -ой степени из произведения этих чисел).

545. Найдите все значения a , при которых множество значений функции $y = x^2 - (2a - 1)x + 3a$ совпадает с промежутком $[1, 5; +\infty)$.

546. Найдите все значения m , при которых окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$.

547. Найдите все целые значения a , при которых вершина параболы $y = 2x^2 + ax + 1$ лежит выше прямой $y = x$.
548. Найдите все целые значения a , при которых вершина параболы $y = x^2 + ax - 2$ лежит ниже прямой $y = 2x$.
549. Найдите все значения m , при которых парабола $y = x^2 - x + 1$ имеет с прямой $x + my - 1 = 0$ единственную общую точку.
550. Найдите все значения m , при которых парабола $y = x^2 + x + 1$ имеет с прямой $my - x - 1 = 0$ единственную общую точку.
551. При каких a наименьшее значение функции $y = x^2 - 2ax + 43$ на $[-2; +\infty)$ равно 7?
552. При каких a наибольшее значение функции $y = -x^2 + 2ax - 71$ на $[-3; +\infty)$ равно 10?
553. При каких a число 3 заключено между корнями уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$?
554. При каких a корни уравнения $x^2 - 6ax + 9a^2 - 2a + 2 = 0$ больше 3?
555. При каких значениях m вершина параболы $y = mx^2 - 7x + 4m$ лежит во второй координатной четверти?
556. При каких целых значениях параметра c уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt{7-x} = c$ имеет хотя бы один корень?
557. При каких целых значениях параметра c уравнение $2\sqrt{x+3} + \sqrt{11-4x} = c$ имеет хотя бы один корень?
558. Найдите все значения a , при которых точка пересечения прямых $3x + ay + 1 = 0$ и $2x - 3y - 4 = 0$ находится в третьей координатной четверти.
559. Найдите все значения a , при которых точка пересечения прямых $x + 5y - 3 = 0$ и $ax - 2y - 1 = 0$ находится в четвёртой координатной четверти.
560. Найдите число b , при котором один из корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 3x + b = 0$ равен $2 + \sqrt{5}$.
561. Определите уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 5$, проходящих через точку $M(3; 1)$.
562. Найдите все значения параметра a , при которых график функции $y = ax^2 + 2x - a + 2$ пересекает ось Ox в одной точке.
563. Найдите все значения параметра a , при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 3$ и $y = 2a - 3x$ лежит выше прямой $y = x$.
564. Найдите все значения параметра a , при которых точки $A(1, 2)$, $B(3, a + 1)$, $C(a, 4)$ лежат на одной прямой.
565. Найдите все значения параметра a , при которых точка пересечения прямых $y = 5x - 3$ и $y = a + 1 - 2x$ лежит ниже прямой $y = -x$.

566. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 6x + 4| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a .

567. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a .

568. При каких целых значениях n решение системы

$$\begin{cases} nx - y = 5, \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases} \text{ удовлетворяет условиям } x > 0, y < 0?$$

569. При каких целых значениях n решение системы

$$\begin{cases} 2nx + y = 4, \\ 3x - 2ny = 5 \end{cases} \text{ удовлетворяет условиям } x > 0, y > 0?$$

570. Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 6x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

571. Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 2ax + 3$ расположен выше оси абсцисс.

572. Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 4x + a$ расположен выше оси абсцисс.

573. Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 8x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

574. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + kx + l$ и одна из точек их пересечения $A(1; 2)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 1 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и первая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 2$. Найдите коэффициенты k , l .

575. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + dx + f$ и одна из точек их пересечения $A(2; 3)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 2 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и вторая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 3$. Найдите коэффициенты b , c .

576. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = -2$, касается прямой $y = 2x + 3$. Найдите коэффициенты b , c .

577. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = 3$, касается прямой $y = 2x - 5$. Найдите коэффициенты b , c .

578. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только отрицательные корни.

579. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только положительные корни.

580. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2, \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^2 - 6x + 8, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?

581. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 8, & \text{если } x < -1, \\ |x| + 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 3, \\ \frac{12}{x}, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

582. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -3, \\ x + 1, & \text{если } -3 < x \leq 3, \\ 4x^2 - 32x + 64, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции одну общую точку?

583. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ -x, & \text{если } -1 < x \leq 1, \\ -x^2 + 4x - 4, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

584. При каком наибольшем целом значении k прямая $y = kx + 4$ не пересекает параболу $y = 3 - 2x - x^2$?

585. При каком значении k прямая $y = kx - 3$ имеет с параболой $y = x^2 - 2x + 1$ одну общую точку?

586. При каких неотрицательных значениях k прямая $y = kx - 2$ не пересекает параболу $y = x^2 - x - 1$?

587. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - \frac{41}{4}$ имеет с параболой $y = x^2 + 3x - 4$ не более одной точки пересечения?

- 588.** При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 5$ имеет с параболой $y = x^2 - 4x + 14$ единственную общую точку (касается)?
- 589.** При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - 1$ имеет с параболой $y = x^2 + 2x + 3$ единственную общую точку (касается)?
- 590.** При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 13$ пересекает параболу $y = x^2 + 3x - 4$ в двух точках?
- 591.** При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 5$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 1$ в двух точках?
- 592.** При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 8$ и парабола $y = x^2 + 5x + 1$ не имеют общих точек?
- 593.** При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 11$ и парабола $y = x^2 + 6x + 25$ не имеют общих точек?
- 594.** Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств
$$\begin{cases} 8 - 6x > 4x - 12, \\ 3x + 16 < 5x + 4a \end{cases}$$
 имеет ровно одно целое решение.
- 595.** Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств
$$\begin{cases} 12 + 7x < 9x - 6, \\ x - 9 < 6a - 2x \end{cases}$$
 имеет ровно два целых решения.
- 596.** При каких отрицательных значениях c парабола $y = x^2 + 3x - 2c$ имеет с осью Ox не менее одной общей точки?
- 597.** При каких значениях p парабола $y = px^2 - 4x + 3$ не имеет с осью Ox ни одной общей точки?
- 598.** При каких значениях p графики функций $y = px^2 - 24x + 1$ и $y = 12x^2 - 2px - 1$ пересекаются в двух точках?
- 599.** При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 10$ и парабола $y = -x^2 - 3x + 6$ не имеют общих точек?
- 600.** Определите наибольшее целое значение a , при котором корни уравнения $ax^2 - 4x + 2 = 0$ имеют разные знаки.
- 601.** При каких значениях b и c вершина параболы $y = x^2 + bx + c$ находится в точке $(-4; 7)$?
- 602.** При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 2$ пересекает окружность $x^2 + (y - 4)^2 = 2$ в двух точках?
- 603.** При каких неположительных значениях k прямая $y = x + k + 1$ пересекает окружность $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ в двух точках?
- 604.** При каких значениях a парабола $y = 3x^2 - 2ax + 4$ и прямая $y = a - 2$ не имеют общих точек?
- 605.** При каких значениях k парабола $y = 2x^2 + 2kx + 6$ и прямая $y = -k - 6$ не имеют общих точек?

606. При каких значениях k прямая $y = kx - 2$ не имеет общих точек ни с параболой $y = x^2 + 3x - 1$, ни с параболой $y = x^2 - x + 2$?

607. При каких значениях k прямая $y = kx + 5$ не имеет общих точек ни с параболой $y = -2x^2 - 2x + 3$, ни с параболой $y = x^2 + 5x + 21$?

608. Найдите все значения a , при которых прямая $y = ax$ пересекает в трёх различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{при } x < -4, \\ -4, & \text{при } -4 \leq x \leq 4, \\ 2x - 12, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

609. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a + 2)x + a + 6 < 0$ являются положительными числами?

610. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a - 2)x + 6 - a < 0$ являются отрицательными числами?

611. Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2 - (6a + 2)x + 9a + 3 \leq 0$ не имеет решений.

612. Найдите все значения a , при которых неравенство $-x^2 + (3 - 4a)x + 3a - 1,75 \geq 0$ не имеет решений.

613. Найдите все значения параметра a , при которых неравенство $ax^2 + (a - 3)x + a > 0$ выполняется при любых x .

614. Найдите все отрицательные значения параметра a , при которых неравенство $ax^2 + (a - 6)x + a \geq 0$ не имеет решений.

615. Найдите все значения параметра k , при которых прямая $y = kx + 4$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = ||4x - 5| - 1|$.

616. Найдите все значения параметра k , при которых прямая $y = kx + 2$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = ||3x - 2| - 4|$.

617. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = y(x)$ ровно в двух точках, где

$$y = \begin{cases} 2x + 3, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - 5, & \text{если } -2 \leq x < 2, \\ -0,5x, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

618. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух различных точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -2, \\ -x + 2, & \text{если } -2 < x \leq 2, \\ x - 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

619. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x + 3, & \text{если } x < 0, \\ x - 2, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ -2x + 1, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

620. В окружности с центром в точке $(6; 4)$ и радиусом 4 проведены два диаметра, параллельные осям координат. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами.

621. На координатной плоскости прямые $x = 2$, $x = 12$, $y = 4$ и $y = 8$ ограничивают прямоугольник. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет ровно две общие точки с множеством точек, принадлежащих диагоналям этого прямоугольника.

2.8. Геометрия

2.8.1. Вписанная и описанная окружность, треугольник

622. AB и CD — диаметры окружности. Докажите равенство треугольников ABD и ACD (см. рис. 370).

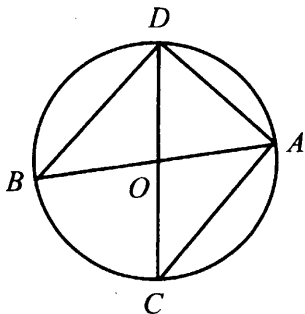


Рис. 370

623. Длины двух сторон треугольника равны 2 и 3, его площадь $S = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

Медиана, проведенная к его третьей стороне, меньше её половины. Найдите $R\sqrt{15}$, где R — радиус описанной около этого треугольника окружности.

624. Катеты прямоугольного треугольника равны 36 и 48. Найдите расстояние от центра вписанной в треугольник окружности до высоты, проведенной к гипотенузе.

2.8.2. Треугольник

625. Треугольник ABC — прямоугольный, CH — его высота (см. рис. 371). Докажите, что треугольники ABC и BCH подобны.

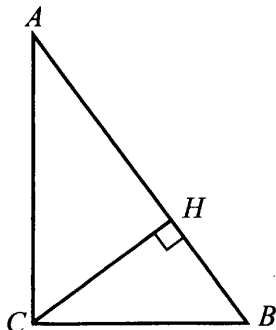


Рис. 371

626. На стороне AC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону AB в точке K . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCK , если $AC = 13$, $AK = 5$.

627. Точки M , N , P — середины сторон AB , BC , AC треугольника ABC соответственно (см. рис. 372). Докажите, что треугольник MNP подобен треугольнику ABC .

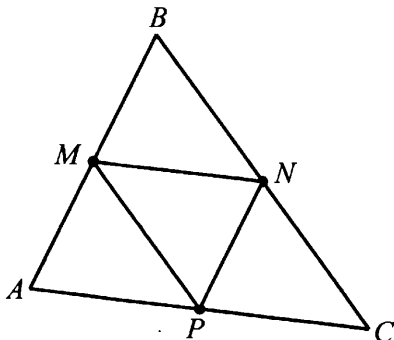


Рис. 372

628. Две стороны треугольника равны 1 см и $\sqrt{15}$ см, а медиана к третьей стороне равна 2 см. Найдите $(5 - \sqrt{15})p$, где p — периметр треугольника.

629. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точки M и N — середины боковых сторон. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN , если периметр треугольника ABC равен 32, а длина отрезка MN равна 6.

- 630.** Отрезки AB и CD лежат на параллельных прямых, AD и BC пересекаются в точке O , при этом $BO = OC$. Докажите равенство треугольников AOB и COD .
- 631.** В треугольнике ABC проведена медиана AD . Найдите BL , если AL — высота треугольника и $AB = 1$ см, $AC = \sqrt{15}$ см, $AD = 2$ см.
- 632.** В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) длина средней линии MN равна 6 ($M \in AB$, $N \in BC$), а $\sin \angle BAC = \frac{4}{5}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN .
- 633.** Докажите, что медианы, проведённые к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны.
- 634.** В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена медиана CD , длина которой 2,5 см. Найдите периметр треугольника, если один из катетов на 1 см меньше гипотенузы.
- 635.** Длина одного из катетов прямоугольного треугольника равна 12. Расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до этого катета равно 2,5. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.
- 636.** В треугольнике MNP проведена медиана MD . Найдите её длину, если $MN = 1$, $MP = \sqrt{15}$ и $\cos \angle MNP = \frac{1}{4}$.
- 637.** Тангенс острого угла BAC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) равен $\frac{5}{12}$, а расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до катета AC равно 2,5. Найдите периметр этого треугольника.
- 638.** Длины двух сторон треугольника равны 27 и 29. Длина медианы, проведенной к третьей стороне, равна 26. Найдите высоту треугольника, проведенную к стороне длиной 27.
- 639.** Длины двух сторон остроугольного треугольника равны $\sqrt{10}$ и $\sqrt{13}$. Найдите длину третьей стороны, если она равна длине проведенной к ней высоты.
- 640.** В треугольнике ABC $AB = 5$, $AC = 2$, $BC = 4$. Точка K лежит на стороне BC и $BK = 1$, точка M лежит на стороне AB и $BM = 1,25$ (см. рис. 373). Докажите, что $MK \parallel AC$.
- 641.** В равнобедренном треугольнике проведена медиана к боковой стороне, равной 4. Найдите квадрат длины основания треугольника, если длина медианы равна 3.

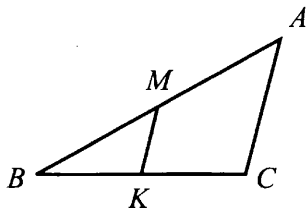


Рис. 373

642. Треугольник MNK образован средними линиями треугольника ABC (см. рис. 374). Докажите, что все его углы равны соответствующим углам треугольника ABC .

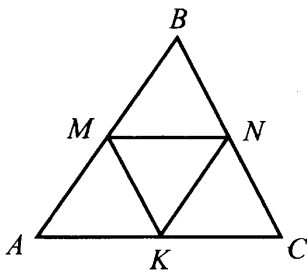


Рис. 374

643. Основание равнобедренного треугольника равно 30, а высота, проведённая к боковой стороне, равна 24. Найдите длину боковой стороны.

644. Биссектриса прямого угла треугольника делит его на два равнобедренных треугольника. Докажите, что и исходный треугольник равнобедренный.

645. Медиана, проведенная к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит его периметр на части длиной 15 и 6. Найдите длину боковой стороны.

2.8.3. Прямоугольник. Параллелограмм. Квадрат. Ромб

646. В ромб вписана окружность радиуса 5. Расстояние между точками касания этой окружности с двумя соседними рёбрами равно 6. Найдите сторону ромба.

647. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы при сторонах AB и CD пересекаются в точках K и L соответственно, причём $AD > CD$ и $KL = AB$. Найдите, во сколько раз AD больше CD .

648. В параллелограмме $ABCD$ диагонали перпендикулярны (см. рис. 375). Докажите, что $ABCD$ — ромб.

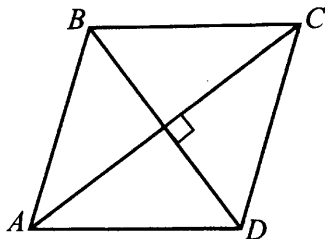


Рис. 375

649. Биссектриса угла BAD ($\angle BAD = 60^\circ$) параллелограмма $ABCD$ пересекает продолжение прямой CD за точку C в точке N , $CN = 2$. Найдите BD , если $AB = 4$.

650. В параллелограмме $ABCD$ длина отрезка AB равна 4. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке K , а продолжение стороны CD в точке E . Найдите длину отрезка KC , если $EC = 1$.

651. В параллелограмме сторона и большая диагональ равны соответственно 3 и $\sqrt{37}$. Найдите периметр параллелограмма, если его острый угол равен 60° .

652. В четырёхугольнике диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам. Докажите, что данный четырёхугольник — ромб.

653. Сторона ромба равна 5 см, а длины диагоналей относятся как 4 : 3. Найдите сумму длин диагоналей ромба.

654. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина BC (см. рис. 376). Докажите, что треугольник AMD равнобедренный.

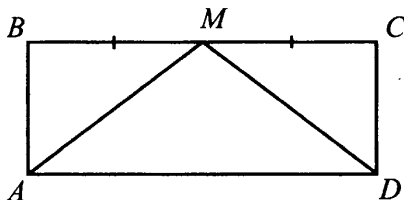


Рис. 376

655. Периметр параллелограмма равен 90, а острый угол — 60° . Диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении 1 : 3. Найдите большую сторону параллелограмма.

656. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса тупого угла B пересекает сторону AD в точке F . Найдите периметр параллелограмма, если $AB = 12$ и $AF : FD = 4 : 3$.

2.8.4. Трапеция

657. Точки M , N , L , P — середины сторон AB , BC , CD , AD трапеции $ABCD$ соответственно (см. рис. 377). Докажите, что $MNLP$ — параллелограмм.

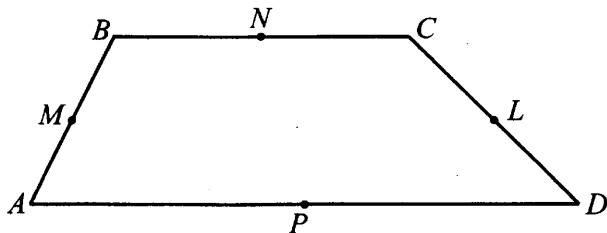


Рис. 377

658. В трапецию $ABCD$ вписана окружность (см. рис. 378). Докажите, что $AB + CD = BC + AD$.

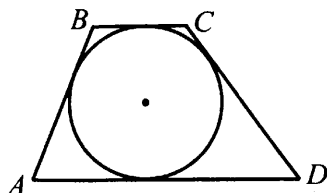


Рис. 378

659. Трапеция с основаниями 6 и 8 вписана в окружность, причём расстояние от центра окружности до большего основания равно 3. Найдите высоту трапеции.

660. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность (см. рис. 379). Докажите, что она равнобедренная.

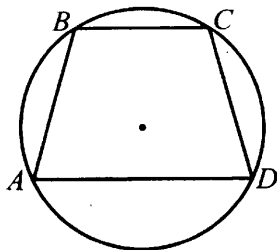


Рис. 379

661. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 10$ и $BC = 5$ прямая, проходящая через точку A и середину диагонали BD , пересекает сторону CD в точке L и прямую BC в точке K . Найдите LD , если $CD = 9$.

662. В равнобочной трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, а средняя линия равна 4 см. Найдите высоту трапеции.

663. Около круга радиуса 2 описана равнобедренная трапеция с острым углом 30° . Найдите длину средней линии трапеции.

664. Около круга описана равнобочная трапеция, средняя линия которой равна 10. Определите периметр трапеции.

665. Около окружности описана равнобочная трапеция, средняя линия которой равна 5, а синус острого угла при основании равен $\frac{4}{5}$. Найдите площадь трапеции.

666. Диагонали равнобочной трапеции взаимно перпендикулярны, а площадь трапеции равна 4. Найдите высоту трапеции.

2.8.5. n-угольники

667. Радиус описанной около правильного шестиугольника окружности больше радиуса окружности, вписанной в этот шестиугольник, на 1. Найдите сторону данного шестиугольника.

2.8.6. Окружность, хорда, касательная, секущая

668. Докажите, что треугольники ABK и CDK подобны (см. рис. 380).

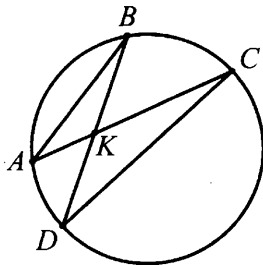


Рис. 380

669. Докажите, что треугольники AOB и OBC равны (см. рис. 381).

670. Окружности радиусов 13 и 20 пересекаются в двух точках, расстояние между которыми равно 24. Найдите расстояние между радиусами, проведёнными к общей касательной этих окружностей.

671. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 9 и 17. Найдите диаметр этой окружности, если расстояние между серединами хорд равно 5.

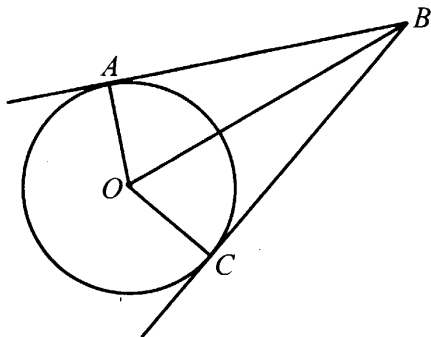


Рис. 381

672. Центры двух окружностей находятся на расстоянии $\sqrt{80}$. Радиусы окружностей равны 4 и 8. Найдите длину общей касательной.

673. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AC пересекает окружность в точках C и D . Найдите AD , если $AC = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

674. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AM проходит через центр окружности и пересекает ее в точках M и N . Найдите квадрат расстояния от точки B до прямой AN , если $AM = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

675. В окружности радиуса 17,5 проведены диаметр AB , хорды AC и CB , перпендикуляр CD к диаметру AB . Найдите сумму длин хорд AC и CB , если $AC : AD = 5 : 3$.

676. Из точки, данной на окружности, проведены две взаимно перпендикулярные хорды. Отрезок, соединяющий их середины, равен 6. Найдите радиус окружности.

677. Окружность касается двух смежных сторон квадрата и делит каждую из двух других его сторон на отрезки, равные 2 и 23. Найдите радиус окружности.

Краткий теоретический справочник

Предлагаемый справочник содержит теоретические сведения и формулы, предусмотренные программой по математике для общеобразовательных учреждений. Надеемся, что его содержательная часть поможет школьнику при подготовке к ОГЭ.

§ 1. Приближённые значения. Округление чисел. Стандартный вид числа

Правила округления. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя из сохраняющихся цифр увеличивается на 1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя из сохраняемых цифр остаётся неизменной.

Если число округляют до какого-нибудь разряда, то все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают.

Стандартным видом положительного числа a называют его представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где $1 \leq a_0 < 10$, а m — целое число; число m называют **порядком числа a** , число a_0 — **мантиссой**.

Погрешностью приближения (абсолютной погрешностью) называют модуль разности между точным значением величины x и её приближённым значением a .

Если a — приближённое значение числа x и $|x - a| \leq h$, то говорят, что число x равно числу a с точностью до h , и пишут $x = a \pm h$.

Неравенство $|x - a| \leq h$ можно записать в виде $a - h \leq x \leq a + h$. Числа $a - h$ и $a + h$ являются приближёнными значениями числа x с **недостатком** и с **избытком** соответственно.

Относительной погрешностью приближённого значения a называют отношение абсолютной погрешности $|x - a|$ к модулю приближённого значения.

Относительную погрешность выражают в процентах $\frac{|x - a|}{|a|} \cdot 100\%$.

§ 2. Отношения. Пропорции

Отношение двух чисел — это частное от деления одного из них на другое. Отношение показывает, во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго.

Взаимно обратными называют числа, произведение которых равно 1 ($\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$).

Отношение $\frac{b}{a}$ называют обратным отношением $\frac{a}{b}$.

Обратное отношение — это отношение, взятое в обратном порядке по отношению к данному.

Пропорция — это равенство двух отношений.

В пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (или $a : b = c : d$) числа a и d называют **крайними**, а числа b и c — **средними** членами пропорции.

Основное свойство пропорции. В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению её средних членов.

Если для двух отношений $a : b$ и $c : d$ выполняется равенство $ad = bc$, то $a : b = c : d$ — верная пропорция.

Если в верной пропорции поменять местами средние или крайние члены, то получившиеся новые пропорции будут верны.

§ 3. Проценты

1% — это $\frac{1}{100}$ часть от целого.

Если a — 100%
 b — $p\%$, то

- процент от числа $b = \frac{a \cdot p}{100}$;

- число по проценту $a = \frac{b \cdot 100}{p}$;

- количество процентов, которое составляет число b от числа a ,

$$p = \frac{b \cdot 100}{a}.$$

Формула простого процентного роста (формула простых процентов):

$$S_n = S \left(1 + \frac{pn}{100} \right),$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

Формула сложного процентного роста (формула сложных процентов):

$$S_n = S \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n,$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

§ 4. Действия с дробями

Если умножить числитель и знаменатель дроби на одинаковую величину, отличную от 0, то значение дроби останется прежним.

Если числитель и знаменатель заданной дроби имеют общий делитель, то обе части можно разделить на него; такая операция называется **сокращением дроби**.

Сравнение дробей. Для сравнения, сложения и вычитания обыкновенных дробей их следует привести к одному и тому же знаменателю.

Чтобы сравнить две обыкновенные дроби, следует привести их к общему знаменателю и сравнить числители получившихся дробей. Дробь с большим числителем будет больше.

На координатном луче точка, имеющая меньшую координату, лежит левее точки, имеющей большую координату.

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Умножение дробей. Чтобы умножить две обыкновенные дроби, нужно перемножить их числители и знаменатели: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить тем же: $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$.

Деление дробей. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, надо умножить первую на дробь, обратную второй:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Чтобы разделить дробь на натуральное число, надо знаменатель умножить на это число, а числитель оставить тем же: $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{bc}$.

Чтобы получить дробь, обратную данной, следует поменять местами числитель и знаменатель.

Преобразование между разными форматами записи дробей. Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в дробь десятичную, следует разделить числитель на знаменатель. При этом не всегда можно получить конечную десятичную дробь.

Несократимую обыкновенную дробь можно представить в виде конечной десятичной дроби, если в разложении её знаменателя на простые множители присутствуют только множители 2 и 5.

Чтобы преобразовать десятичную дробь в дробь обыкновенную, следует представить её дробную часть в виде натурального числа, делённого на соответствующую степень числа 10. Затем к результату справа приписать целую часть, формируя смешанную дробь.

§ 5. Алгебраические выражения

Алгебраическим (буквенным) выражением называется одна или несколько алгебраических величин (чисел и букв), соединённых между собой знаками алгебраических действий: сложения, вычитания, умножения и деления, извлечения корня и возведения в целую степень, а также скобки, определяющие порядок выполнения действий. Количество величин, входящих в алгебраическое выражение, должно быть конечным.

Если вместо всех букв, входящих в алгебраическое выражение, подставить некоторые числа и выполнить действия, то полученное в результате число называется **значением алгебраического выражения**.

Значения переменных, при которых алгебраическое выражение имеет смысл, называют **допустимыми значениями** переменных. Множество всех допустимых значений переменных называют **областью определения** алгебраического выражения.

Тождеством называют равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

§ 6. Степень с целым показателем

Свойства степени с целым показателем.

$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}.$$

$$a^n : a^k = a^{n-k}, \text{ если } n > k.$$

$$(a^n)^k = a^{nk}.$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n.$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0.$$

По определению полагают, что $a^0 = 1$ для любого $a \neq 0$.

Если $a \neq 0$, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где n — натуральное число.

Справедливо равенство $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

§ 7. Многочлены. Преобразование выражений

Одночленом называют выражение, которое содержит числа, натуральные степени переменных и их произведения.

Одночлен называется представленным в **стандартном виде**, если он записан в виде произведения числового множителя, стоящего на первом месте, и степеней различных переменных.

Числовой множитель у одночлена стандартного вида называется **коэффициентом одночлена**, сумму показателей степеней переменных называют **степенью одночлена**.

Многочленом называется алгебраическая сумма одночленов.

Если все одночлены в многочлене приведены к стандартному виду, то говорят, что это многочлен **стандартного вида**.

Формулы преобразования многочленов.

Для любых a , b и c верны следующие равенства:

$$1) a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$2) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$3) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$4) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$5) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$

$$6) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$7) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2);$$

8) $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

§ 8. Алгебраические дроби

Основное свойство дроби: $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.

Действия с дробями (предполагается, что знаменатели дробей отличны от нуля):

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

§ 9. Квадратные корни

Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a , то есть выполняются условия:

$$\bullet \sqrt{a} \geq 0,$$

$$\bullet (\sqrt{a})^2 = a$$

при любом $a \geq 0$.

Свойства арифметического квадратного корня.

1) Квадратный корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению квадратных корней из этих множителей, то есть если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.

2) Квадратный корень из дроби с неотрицательным числителем и положительным знаменателем равен частному от деления квадратного корня из числителя на квадратный корень из знаменателя, то есть если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

3) При любом значении a и натуральном k верно равенство

$$\sqrt{a^{2k}} = |a^k|.$$

§ 10. Линейные и квадратные уравнения

Линейное уравнение

Уравнение вида $ax + b = 0$, где a и b — некоторые числа, x — переменная, называется линейным. Корни линейного уравнения

- при $a \neq 0$, $b \in R$ $x = -\frac{b}{a}$;
- при $a = 0$, $b = 0$ $x \in R$;
- при $a = 0$, $b \neq 0$ $x \in \emptyset$.

Квадратное уравнение

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ называется квадратным уравнением.

Дискриминант $D = b^2 - 4ac$.

Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два различных корня:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}.$$

Если $D > 0$ и b — чётное, то корни квадратного уравнения могут быть вычислены по формуле

$$x_1 = \frac{-b/2 - \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}, \quad x_2 = \frac{-b/2 + \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}.$$

В этом случае $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = \frac{D}{4}$.

Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет два кратных корня

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ (также иногда говорят, что квадратное уравнение в этом случае имеет один корень).

Если $D < 0$, то действительных корней нет.

Уравнение вида $x^2 + px + q = 0$ называется **приведённым квадратным уравнением**. Дискриминант $D = p^2 - 4q$. При $D > 0$ корни этого уравнения можно найти по формулам $x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$,

$x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. При $D = 0$ $x = -\frac{p}{2}$.

Неполные квадратные уравнения

1) $ax^2 + bx = 0, b \neq 0; x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$.

2) $ax^2 + c = 0$. Если $ac < 0$, то $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$. Если $ac > 0$, то действительных корней нет.

3) $ax^2 = 0; x = 0$.

Связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$.

Если $a + c = b$ (или, что то же самое, $a - b + c = 0$), то $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$.

Формулы Виета

Если x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для уравнения вида $x^2 + px + q = 0$

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 x_2 = q.$$

Разложение квадратного трёхчлена на множители

Если $D > 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, (x_1, x_2 — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

Если $D = 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$, (x_1 — корень уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

§ 11. Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Система двух уравнений с двумя неизвестными имеет вид

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных $(x; y)$, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство. **Решить систему** уравнений — значит найти все её решения или установить, что их нет.

- Система имеет единственное решение, если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.
- Система не имеет решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$.
- Система имеет бесконечно много решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

§ 12. Неравенства с одной переменной и системы неравенств

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Неравенства, множества решений которых совпадают, называются **равносильными**.

Областью определения неравенства с одной переменной называется множество значений переменной, при которых обе части неравенства имеют смысл.

Из данного неравенства получается равносильное ему неравенство, если

- 1) из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком;
- 2) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число;

3) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив знак неравенства на противоположный;

4) в какой-либо части неравенства или в обеих его частях выполнить тождественное преобразование, не меняющее области определения неравенства.

Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы. Множеством решений системы является пересечение множеств решений неравенств, входящих в эту систему.

§ 13. Решение квадратных неравенств. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Системы неравенств

Квадратным неравенством с одной переменной x называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где a, b, c — действительные числа, $a \neq 0$.

Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства).

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, положительное **при всех значениях** x , и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, отрицательное **при всех значениях** x , и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ с отрицательным дискриминантом при всех значениях x имеет знак старшего коэффициента a .

Модуль вещественного аргумента $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$

Основные свойства модуля

$$|a| \geq 0$$

$$|a| = |-a|$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, \quad b \neq 0$$

$$|ab| = |a| \cdot |b|$$

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|a|^2 = a^2$$

$$|a - b| \geq |a| - |b|$$

Решением неравенства $|x| < b$ являются значения x , удовлетворяющие неравенству $-b < x < b$.

Решением неравенства $|x| > b$ являются значения x , удовлетворяющие совокупности неравенств $\begin{cases} x < -b, \\ x > b. \end{cases}$

Некоторые методы решения уравнений и неравенств, содержащих модуль

1) **Общий метод.** Разобьём числовую ось точками, в которых обращаются в ноль выражения, стоящие под знаком модуля. Решаем неравенства на каждом из полученных промежутков.

2) **Метод возведения в квадрат.** $|f(x)| = g(x)$ равносильно системе $\begin{cases} f^2(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$

3) **Метод замены.** $af^2(x) + b|f(x)| + c = 0 \Rightarrow a|f(x)|^2 + b|f(x)| + c = 0$. Замена: $t = |f(x)|, t \geq 0, \Rightarrow at^2 + bt + c = 0$.

§ 14. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом. Это число называют **разностью арифметической прогрессии** и обычно обозначают буквой d .

1. Если a_n есть n -й член, d — разность и S_n — сумма n первых членов арифметической прогрессии, то

$$d = a_{n+1} - a_n, \quad a_n = a_1 + d(n-1),$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \text{ или } S_n = \frac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}.$$

Арифметическая прогрессия возрастает, если $d > 0$, и убывает, если $d < 0$.

2. Если a_k, a_l, a_m, a_n — члены арифметической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $a_k + a_l = a_m + a_n$.

3. Каждый член арифметической прогрессии, отличный от первого и последнего, равен среднему арифметическому соседних с ним членов:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$$

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число. Это число называют **знаменателем геометрической прогрессии** и обычно обозначают буквой q .

1. Если b_n есть n -й член, q — знаменатель и S_n — сумма n первых членов геометрической прогрессии, то

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, \quad b_n = b_1 q^{n-1},$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad q \neq 1.$$

2. Если b_k, b_l, b_m, b_n — члены геометрической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $b_k \cdot b_l = b_m \cdot b_n$.

3. Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, отличного от первого и последнего, равен произведению соседних с ним членов:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}.$$

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Геометрическая прогрессия бесконечно убывающая, если $|q| < 1$.

Если S есть сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, то $S = \frac{b_1}{1 - q}$.

§ 15. Исследование функции и построение графика

Область определения функции

Областью определения $D(y)$ функции $y = f(x)$ называется множество всех значений аргумента x , для которых выражение $f(x)$ определено (имеет смысл).

Области определения основных элементарных функций. Область определения любого многочлена — R .

$$D\left(\frac{1}{x}\right) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

$$D\left(\sqrt[2k]{x}\right) = [0; +\infty)$$

$$D\left(\sqrt[2k+1]{x}\right) = R$$

Множество значений функции

Множеством (областью) значений $E(y)$ функции $y = f(x)$ называется множество всех таких чисел y_0 , для каждого из которых найдется такое число x_0 , что $f(x_0) = y_0$.

Области значений основных элементарных функций

Областью значений всякого многочлена чётной степени является промежуток $[m; +\infty)$, где m — наименьшее значение этого многочлена, либо промежуток $[-\infty; n]$, где n — наибольшее значение этого многочлена.

Областью значений всякого многочлена нечётной степени является R .

Чётность и нечётность функции

Функция $y = f(x)$ называется *чётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = f(x)$. График чётной функции симметричен относительно оси Oy .

Функция $y = f(x)$ называется *нечётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Графики элементарных функций. На рисунке 382 изображены графики некоторых элементарных функций.

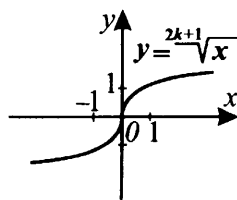
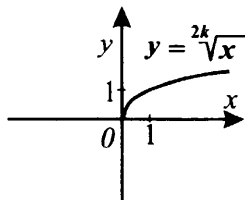
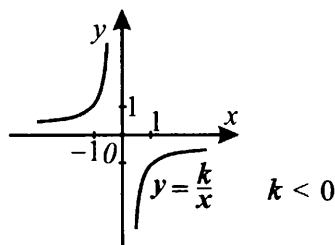
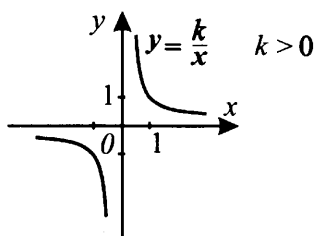


Рис. 382

Построение графиков функций «механическими» преобразованиями

График функции $y = -f(x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Ox (см. рис. 383).

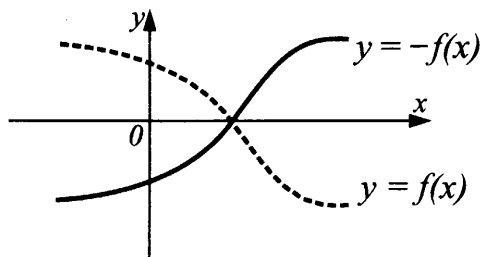


Рис. 383

График функции $y = f(-x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Oy (см. рис. 384).

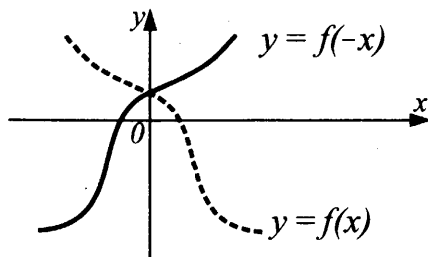


Рис. 384

График функции $y = m \cdot f(x)$, $m > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в m раз вдоль оси Oy от оси Ox (см. рис. 385).

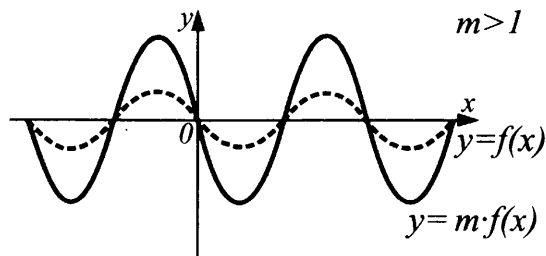


Рис. 385

График функции $y = m \cdot f(x)$, $0 < m < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в $\frac{1}{m}$ раз вдоль оси Oy к оси Ox (см. рис. 386).

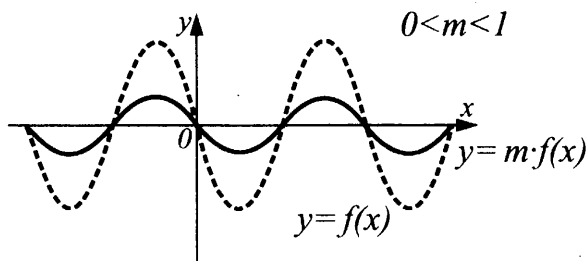


Рис. 386

График функции $y = f(kx)$, $k > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в k раз к оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 387).

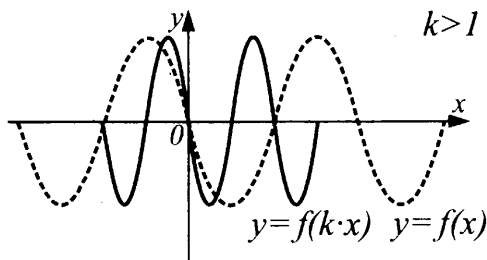


Рис. 387

График функции $y = f(kx)$, $0 < k < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в $\frac{1}{k}$ раз от оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 388).

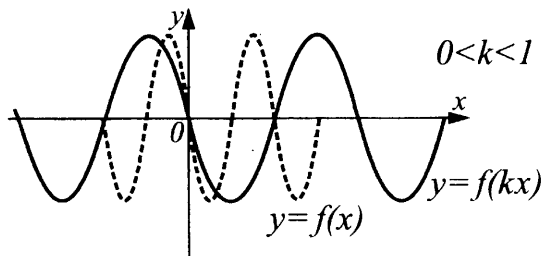


Рис. 388

График функции $y = f(x) + b$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вверх на число b при $b > 0$ и сдвигом вниз на число $(-b)$ при $b < 0$ (см. рис. 389).

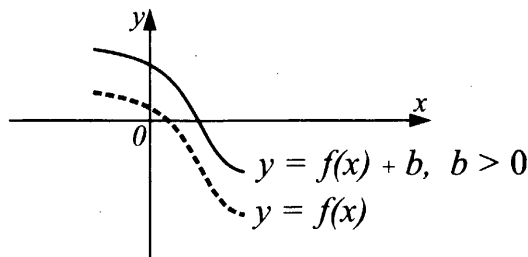


Рис. 389

График функции $y = f(x + a)$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вправо на число $-a$ при $a < 0$ и сдвигом влево на число a при $a > 0$ (см. рис. 390).

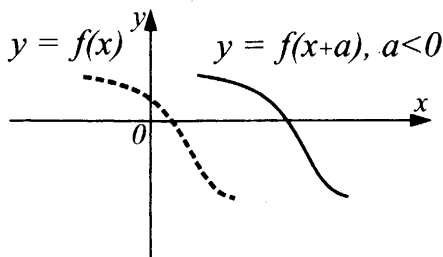


Рис. 390

График функции $y = |f(x)|$ (см. рис. 392, а) получен из графика функции $y = f(x)$ (см. рис. 391) отражением относительно оси Ox части этого графика, лежащей ниже оси Ox .

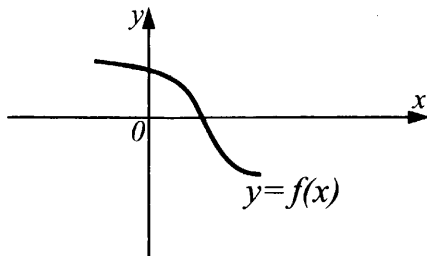


Рис. 391

График функции $y = f(|x|)$ (см. рис. 392, б) получен из графика функции $y = f(x)$ (см. рис. 391) объединением части этого графика, лежащей правее оси Oy , с её отражением относительно оси Oy и удалением части, лежащей левее оси Oy .

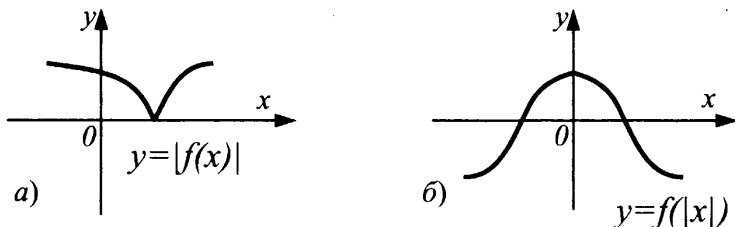


Рис. 392

§ 16. Алгебраические уравнения и системы нелинейных уравнений

Многочленом n -й степени называется многочлен вида

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n,$$

где a_0, a_1, \dots, a_n — заданные числа, $a_0 \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$,

a_0x^n — старший член многочлена $P_n(x)$,

n — степень многочлена,

a_n — свободный член многочлена.

Алгебраическим уравнением n -й степени называется уравнение

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0.$$

Если уравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$

с целыми коэффициентами a_0, a_1, \dots, a_n , где $a_n \neq 0$, имеет целый корень, то этот корень является делителем числа a_n (свободного члена уравнения).

Основная теорема высшей алгебры. На множестве комплексных чисел любое алгебраическое уравнение имеет хотя бы один корень.

§ 17. Решение иррациональных уравнений и уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестное под знаком корня.

К простейшим иррациональным уравнениям относятся уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = g(x)$ и $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.

Основные способы решения иррационального уравнения

I. Переход к рациональному алгебраическому уравнению, которое либо равносильно исходному иррациональному уравнению, либо является его следствием.

1) По определению $\sqrt{f(x)} = a$, $f(x) = a^2$.

2) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$ можно перейти к равносильной ему системе:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

3) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ можно перейти к одной из равносильных ему систем:

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

или

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

Неравенство $g(x) \geq 0$ (или $f(x) \geq 0$) в этих системах выражает условие, при котором уравнение можно возводить в чётную степень, отсекает посторонние решения и позволяет обходиться без проверки.

II. Введение новой переменной

Если в уравнении неоднократно встречается некоторое выражение, зависящее от неизвестной величины, то имеет смысл обозначить это выражение какой-нибудь новой переменной и попытаться решить уравнение сначала относительно введённой неизвестной, а затем уже найти исходную неизвестную.

Например, $af(x) + b\sqrt{f(x)} + c = 0$. Обозначим $\sqrt{f(x)} = t$, тогда уравнение равносильно системе уравнений $\begin{cases} at^2 + bt + c = 0, \\ t \geq 0. \end{cases}$

III. Метод сведения к эквивалентным системам рациональных уравнений

Уравнения вида $\sqrt{ax+b} \pm \sqrt{cx+d} = p$, где a, b, c, d — некоторые числа, часто удаётся решить при помощи введения двух вспомогательных неизвестных $y = \sqrt{ax+b}$ и $z = \sqrt{cx+d}$, где $y, z \geq 0$, и последующего перехода к эквивалентной системе рациональных уравнений. Полученное уравнение будет содержать две неизвестных, которые зависят одна от другой посредством старой переменной x . С помощью преобразований

можно получить систему двух уравнений относительно двух неизвестных y и z .

IV. Использование свойства монотонности функций

Если уравнение имеет вид

$$f(x) = 0,$$

где $f(x)$ возрастает (убывает), или

$$f(x) = g(x),$$

где $f(x)$ и $g(x)$ «встречно монотонны», то есть $f(x)$ возрастает, а $g(x)$ убывает или наоборот, то такое уравнение имеет не более одного корня. Если удаётся привести уравнение к такому виду и найти корень, то он и будет решением данного уравнения. Во многих случаях корень такого уравнения удобно находить подбором.

§ 18. Задания, содержащие параметр

Пусть дано уравнение вида $f(a, x) = g(a, x)$, где a, x — переменные величины.

Переменная a , которая при решении этого уравнения считается постоянной, называется **параметром**, а само уравнение — **уравнением, содержащим параметр**.

Решить уравнение (с переменной x и параметром a) значит на множестве действительных чисел решить семейство уравнений, получаемых из данного при всех допустимых значениях параметра a .

Многие уравнения с параметром могут быть решены с помощью следующего алгоритма.

1) Определить ограничения, налагаемые на значения неизвестного x и параметра a , исходя из того, что функции $f(a, x)$ и $g(a, x)$ имеют смысл.

2) Определить формальные решения уравнения, записываемые без учёта ограничений. Если при решении возникают контрольные значения параметра, то их наносят на числовую ось Oa . Эти значения разбивают область допустимых значений параметра на подмножества. На каждом из подмножеств решают заданное уравнение.

3) Исключить те значения параметра, при которых формальные решения не удовлетворяют полученным ограничениям.

4) На числовую ось Oa добавить значения параметра, найденные в п. 3. Для каждого из промежутков на оси Oa записать все полученные решения в зависимости от значений параметра a .

5) Записать ответ, то есть решения в зависимости от значений параметра a .

При решении заданий с параметрами часто встречаются задачи (или приводящие к ним) о расположении корней квадратного уравнения.

Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена ($x_1 < x_2$).

$f(x) = ax^2 + bx + c$, у которого $D = b^2 - 4ac$, $a \neq 0$, $x_0 = -\frac{b}{2a}$ и даны

некоторые точки A и B оси Ox .

Утверждение 1. Оба корня меньше числа A , то есть $x_1 < A$ и $x_2 < A$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 393}).$$

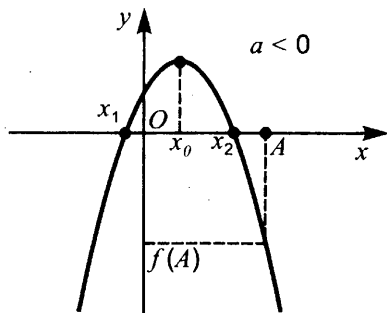
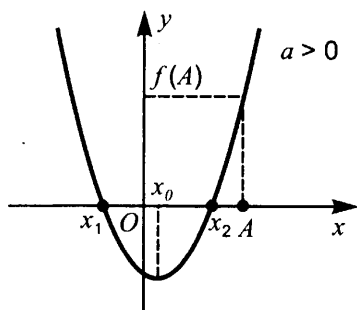


Рис. 393

Утверждение 2. Корни лежат по разные стороны от числа A , то есть $x_1 < A < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0. \end{cases}$$

Утверждение 3. Оба корня больше числа A , то есть $x_1 > A$ и $x_2 > A$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 394}).$$

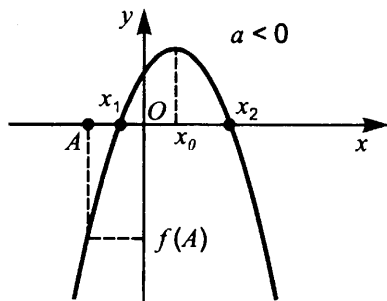
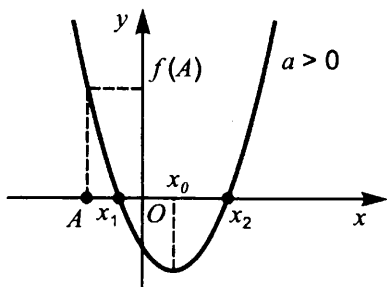


Рис. 394

Утверждение 4. Оба корня лежат между точками A и B , то есть $A < x_1 < B$ и $A < x_2 < B$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 395}).$$

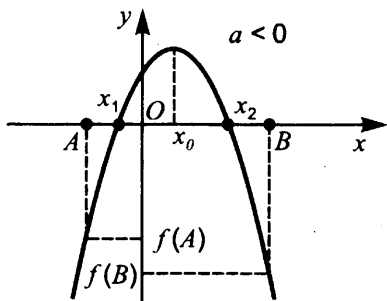
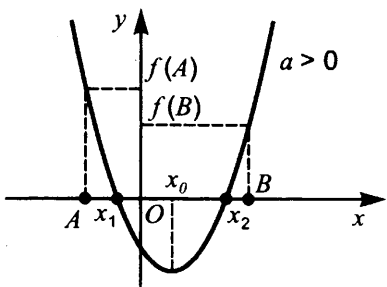


Рис. 395

Утверждение 5. Корни лежат по разные стороны от отрезка $[A; B]$, то есть $x_1 < A < B < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 396}).$$

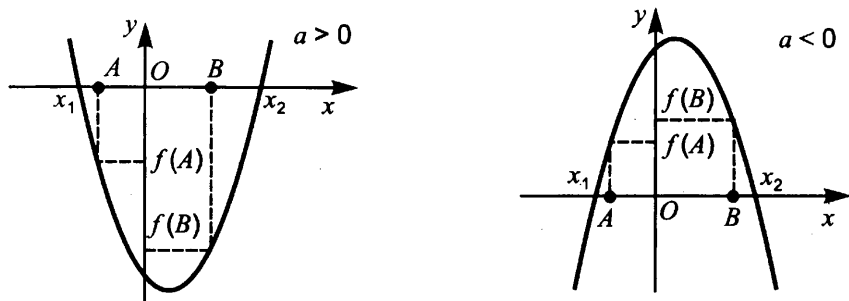


Рис. 396

§ 19. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики

Множество (совокупность элементов) называется занумерованным, если каждому элементу этого множества сопоставлено своё натуральное число (номер) от 1 до n . Для краткости занумерованные множества далее будут называться **наборами**.

Число перестановок. Отличающиеся друг от друга порядком наборы, составленные из всех элементов данного конечного множества, называются **перестановками** этого множества.

Число всех перестановок множества из n элементов обозначается P_n и определяется по формуле $P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Число размещений. Упорядоченные наборы, состоящие из k различных элементов, выбранных из данных n элементов, называются размещением из n элементов по k . Размещения могут отличаться друг от друга как элементами, так и порядком.

Число всех размещений из n элементов по k обозначается A_n^k и определяется по формуле

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Число сочетаний. Неупорядоченные наборы, состоящие из k элементов, взятых из данных n элементов, называются сочетаниями из n элементов по k . Сочетания отличаются друг от друга только элементами.

Число сочетаний из n элементов по k обозначается C_n^k и определяется по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Случайные события и их вероятности

Опытом, или испытанием, называют всякое осуществление комплекса условий или действий, при которых наблюдается соответствующее явление. Возможный результат опыта называют **событием**.

Случайным называется событие, которое в данном опыте может произойти, а может и не произойти.

Событие называют **достоверным** в данном опыте, если оно обязательно произойдёт в этом опыте. Событие называется **невозможным** в данном опыте, если оно в этом опыте произойти не может.

Два события называются **совместными** в данном опыте, если появление одного из них не исключает появления другого в этом опыте, и **несовместными**, если они не могут произойти вместе при одном и том же испытании.

Два события называются **противоположными**, если появление одного из них равносильно непоявлению другого.

События считают **равновозможными**, если нет оснований полагать, что одно событие является более возможным, чем другое.

Суммой, или **объединением**, двух событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них. Сумма двух событий A и B обозначается $A + B$. Аналогично определяется и обозначается сумма n событий

$$\sum_{i=1}^n A_i = A_1 + A_2 + \dots + A_n.$$

Эта сумма означает событие, заключающееся в появлении хотя бы одного из них.

Произведением, или **пересечением**, двух событий называется событие, состоящее в одновременном их появлении. Произведение двух событий A и B обозначается через AB . Произведение n событий

$$\prod_{i=1}^n A_i = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$$

означает событие, состоящее в появлении всех событий A_1, A_2, \dots, A_n .

Разностью событий A и B называется событие C , которое означает, что наступает событие A и не происходит событие B . Разность событий принято обозначать $A - B$.

Если при каждом осуществлении комплекса условий, при котором происходит событие A , происходит и событие B , то говорят, что A влечёт

за собой B , или A является частным случаем B , и обозначается $A \subset B$. Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то говорят, что A и B равносильны: $A \equiv B$.

Вероятность события.

Классическое определение вероятности. Вероятность события A определяется формулой

$$P(A) = m/n,$$

где n — число всех равновозможных элементарных исходов опыта, m — число элементарных исходов, благоприятствующих событию A .

Статистическое определение вероятности. Относительная частота события A (или просто частота) определяется формулой

$$W(A) = m/n,$$

где m — число опытов, в которых появилось событие A , n — число всех проведенных опытов.

Вероятность $P(C)$ наступления хотя бы одного из двух несовместных событий A и B равна сумме их вероятностей:

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность $P(\bar{A})$ события \bar{A} , противоположного событию A :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Элементы статистики

Математическая статистика — наука, разрабатывающая математические методы систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов.

Мода — значение признака, имеющее наибольшую частоту в статистическом ряду распределения.

Среднее арифметическое (или просто среднее) набора чисел — это сумма всех чисел в этом наборе, делённая на их количество.

Медиана — это такое значение признака, которое разделяет ранжированный (упорядоченный) ряд распределения на две равные части. Для нахождения медианы нужно отыскать значение признака, которое находится на середине упорядоченного ряда.

§ 20. Геометрия

Параллельные прямые

Свойства и признаки параллельных прямых

1. **Аксиома параллельных.** Через данную точку можно провести не более одной прямой, параллельной данной.

2. Если две прямые параллельны одной и той же прямой, то они параллельны между собой.

3. Две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны.

4. Если две параллельные прямые пересечь третьей, то образованные при этом внутренние накрест лежащие углы равны, соответственные углы равны, односторонние углы в сумме составляют 180° .

5. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные внутренние накрест лежащие углы, то прямые параллельны.

6. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные соответственные углы, то прямые параллельны.

7. Если при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны.

Теорема Фалеса

Если на одной стороне угла отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую сторону угла, то на второй стороне угла отложатся также равные отрезки.

Теорема о пропорциональных отрезках

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на них пропорциональные отрезки.

Треугольник

Признаки равенства треугольников

1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то треугольники равны.

2. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то треугольники равны.

3. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то треугольники равны.

Признаки равенства прямоугольных треугольников

1. По двум катетам.
2. По катету и гипотенузе.
3. По гипотенузе и острому углу.
4. По катету и острому углу.

Теорема о сумме углов треугольника и следствия из неё

1. Сумма углов треугольника равна 180° .
2. Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.
3. Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

4. Углы со взаимно перпендикулярными сторонами равны, если они оба острые или оба тупые (на рис. 397 $\angle 1 = \angle 2$).

5. Угол между биссектрисами смежных углов равен 90° .

6. Биссектрисы внутренних односторонних углов при параллельных прямых и секущей перпендикулярны (на рис. 398 прямые $a \parallel b$, $m \perp n$).

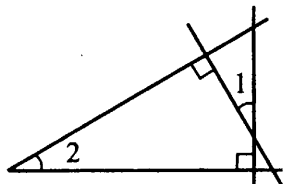


Рис. 397

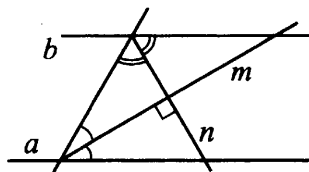


Рис. 398

Основные свойства и признаки равнобедренного треугольника

1. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
2. Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.
3. В равнобедренном треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведённые к основанию, совпадают.
4. Если в треугольнике совпадает любая пара отрезков из тройки: медиана, биссектриса, высота — то он является равнобедренным.

Неравенство треугольника и следствия из него

1. Сумма двух сторон треугольника больше третьей стороны.
2. Сумма звеньев ломаной больше отрезка, соединяющего начало первого звена с концом последнего.
3. Против большего угла треугольника лежит большая сторона.
4. Против большей стороны треугольника лежит больший угол.
5. Гипотенуза прямоугольного треугольника больше катета.
6. Если из одной точки проведены к прямой перпендикуляр и наклонные, то

- 1) перпендикуляр короче наклонных;
- 2) большей наклонной соответствует бóльшая проекция и наоборот.

Средняя линия треугольника

Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется средней линией треугольника.

Теорема о средней линии треугольника. Средняя линия треугольника параллельна стороне треугольника и равна её половине.

Теоремы о медианах треугольника

1. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины.

2. Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.

3. Медиана делит треугольник на два равновеликих (равных по площади) треугольника.

4. Медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

Свойство серединных перпендикуляров к сторонам треугольника

Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника.

Теорема о высотах треугольника

Прямые, содержащие высоты треугольника, пересекаются в одной точке.

Теорема о биссектрисах треугольника

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.

Свойство биссектрисы треугольника

Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам (на рис. 399 выполняется $\frac{AK}{AB} = \frac{KC}{BC}$).

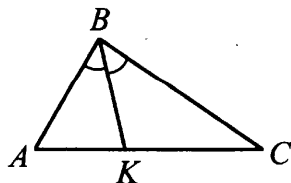


Рис. 399

Признаки подобия треугольников

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого, а углы, заключённые между этими сторонами, равны, то треугольники подобны.
3. Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого, то треугольники подобны.

Площади подобных треугольников

1. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
2. Если два треугольника имеют равные углы, то их площади относятся как произведения сторон, заключающих эти углы.

Прямоугольный треугольник

1. В прямоугольном треугольнике (см. рис. 400) тригонометрические функции задаются следующим образом:

$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}, \quad \cos \angle A = \frac{AC}{AB}, \quad \operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC}.$$

2. Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус противолежащего или на косинус прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 400, $BC = AB \cdot \sin \angle A$, $BC = AB \cdot \cos \angle B$).

3. Катет прямоугольного треугольника равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего или котангенс прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 400, $BC = AC \cdot \operatorname{tg} \angle A$, $BC = AC \cdot \operatorname{ctg} \angle B$).

4. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.

5. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, противолежащий этому катету, равен 30° .

6. $R = \frac{c}{2}$; $r = \frac{a+b-c}{2} = p - c$, где a, b — катеты, а c — гипотенуза прямоугольного треугольника; r и R — радиусы вписанной и описанной окружностей соответственно.

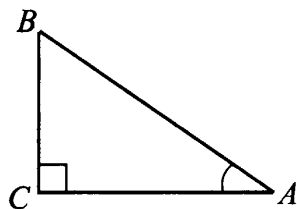


Рис. 400

Теорема Пифагора и теорема, обратная теореме Пифагора

1. Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов.

2. Если квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон, то треугольник — прямоугольный.

Средние пропорциональные в прямоугольном треугольнике

Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу, а каждый катет есть среднее пропорциональное гипотенузы и своей проекции на гипотенузу.

Метрические соотношения в треугольнике

1. **Теорема синусов** (см. рис. 401).

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R.$$

2. **Теорема косинусов** (см. рис. 401).

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \angle A.$$

3. **Следствие из теоремы косинусов.** Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

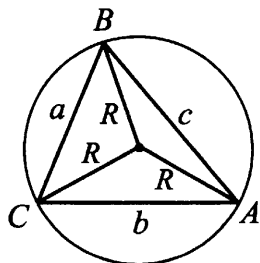


Рис. 401

Формулы площади треугольника

Пусть дан треугольник (см. рис. 402), r и R — радиусы его вписанной и описанной окружностей

(соответственно), $p = \frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр.

$$1. S = \frac{1}{2}ah. \quad 2. S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \angle C.$$

$$3. S = pr. \quad 4. S = \frac{abc}{4R}.$$

$$5. \text{Формула Герона: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

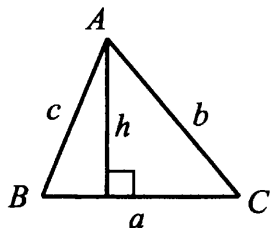


Рис. 402

Элементы равностороннего треугольника. Пусть h , S , r , R — высота, площадь, радиусы вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника со стороной a . Тогда

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}; \quad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \quad R = 2r; \quad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Параллелограмм

Параллелограммом называется четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Свойства и признаки параллелограмма

1. Диагональ разбивает параллелограмм на два равных треугольника.
2. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.
3. Противоположные углы параллелограмма попарно равны.
4. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
5. Если противоположные стороны четырёхугольника попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
6. Если две противоположные стороны четырёхугольника равны и параллельны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
7. Если диагонали четырёхугольника делятся точкой пересечения пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Свойство середин сторон четырёхугольника

Средины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, площадь которого равна половине площади четырёхугольника.

Прямоугольник

Прямоугольником называется параллелограмм с прямым углом.

Свойства и признаки прямоугольника

1. Диагонали прямоугольника равны.
2. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Квадрат

Квадратом называется прямоугольник, все стороны которого равны.

Ромб

Ромбом называется четырёхугольник, все стороны которого равны.

Свойства и признаки ромба

1. Диагонали ромба перпендикулярны.
2. Диагонали ромба делят его углы пополам.
3. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.
4. Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.

Трапеция

Трапецией называется четырёхугольник, у которого только две противоположные стороны (основания) параллельны. Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины непараллельных сторон (боковых сторон).

1. **Теорема о средней линии трапеции.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности её оснований.

Замечательное свойство трапеции

Точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой.

Равнобедренная трапеция

Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

Свойства и признаки равнобедренной трапеции

1. Углы при основании равнобедренной трапеции равны.
2. Диагонали равнобедренной трапеции равны.
3. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.
4. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.
5. Проекция боковой стороны равнобедренной трапеции на основание равна полуразности оснований, а проекция диагонали — полусумме оснований.

Формулы площади четырёхугольника

1. Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту.
2. Площадь параллелограмма равна произведению его соседних сторон на синус угла между ними.
3. Площадь прямоугольника равна произведению двух его соседних сторон.
4. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.
5. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.
6. Площадь четырёхугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.

7. Формула Герона для четырёхугольника, около которого можно описать окружность:

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

где a, b, c, d — стороны этого четырёхугольника, p — полупериметр, а S — площадь.

Подобные фигуры

1. Отношение соответствующих линейных элементов подобных фигур равно коэффициенту подобия.

2. Отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия.

Правильный многоугольник

Пусть a_n — сторона правильного n -угольника, а r_n и R_n — радиусы вписанной и описанной окружностей. Тогда:

$$a_n = 2R_n \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}; \quad a_n = 2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \cdot r_n; \quad r_n = R_n \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}.$$

Окружность

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, удалённых от данной точки, называемой центром окружности, на одно и то же положительное расстояние.

Основные свойства окружности

1. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит хорду и стягиваемые ею дуги пополам.

2. Диаметр, проходящий через середину хорды, не являющейся диаметром, перпендикулярен этой хорде.

3. Серединный перпендикуляр к хорде проходит через центр окружности.

4. Равные хорды удалены от центра окружности на равные расстояния.

5. Хорды окружности, удалённые от центра на равные расстояния, равны.

6. Окружность симметрична относительно любого своего диаметра.

7. Дуги окружности, заключённые между параллельными хордами, равны.

8. Из двух хорд больше та, которая менее удалена от центра.

9. Диаметр есть наибольшая хорда окружности.

Замечательные свойства окружности

1. Геометрическое место точек M , из которых отрезок AB виден под прямым углом ($\angle AMB = 90^\circ$), есть окружность с диаметром AB без точек A и B .

2. Геометрическое место точек M , из которых отрезок AB виден под острым углом ($\angle AMB < 90^\circ$), есть внешность круга с диаметром AB без точек прямой AB .

3. Геометрическое место точек M , из которых отрезок AB виден под тупым углом ($\angle AMB > 90^\circ$), есть внутренность круга с диаметром AB без точек отрезка AB .

4. Геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом, есть две дуги равных окружностей (без концов этих дуг).

Касательная к окружности

Прямая, имеющая с окружностью единственную общую точку, называется касательной к окружности.

1. Касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

2. Если прямая a , проходящая через точку на окружности, перпендикулярна радиусу, проведённому в эту точку, то прямая a — касательная к окружности.

3. Если прямые, проходящие через точку M , касаются окружности в точках A и B , то $MA = MB$ и $\angle AMO = \angle BMO$, где точка O — центр окружности (см. рис. 403).

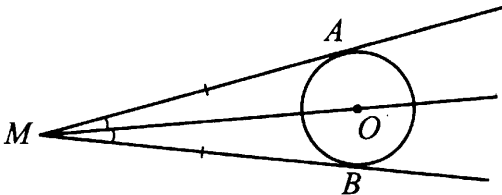


Рис. 403

4. Центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла.

Касающиеся окружности

Говорят, что две окружности касаются, если они имеют единственную общую точку (точку касания).

1. Точка касания двух окружностей лежит на их линии центров.

2. Окружности радиусов r и R с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом тогда и только тогда, когда $R + r = O_1O_2$.

3. Окружности радиусов r и R ($r < R$) с центрами O_1 и O_2 касаются внутренним образом тогда и только тогда, когда $R - r = O_1O_2$.

4. Окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K (см. рис. 404). Некоторая прямая касается этих окружностей в различных точках A и B и пересекается с общей касательной, проходящей через точку K , в точке C . Тогда $\angle AKB = 90^\circ$ и $\angle O_1CO_2 = 90^\circ$.

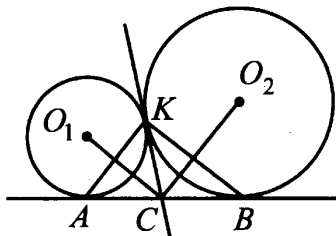


Рис. 404

5. Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов r и R равен отрезку общей внутренней касательной, заключённому между общими внешними. Оба эти отрезка равны $2\sqrt{Rr}$ (см. рис. 405: $AC = BD = MN = 2\sqrt{Rr}$).

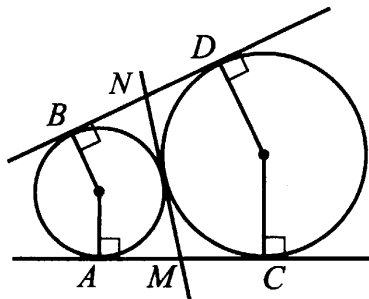


Рис. 405

Углы, связанные с окружностью

1. Величина дуги окружности равна величине центрального угла, на неё опирающегося.

2. Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается.

3. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

4. Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами (см. рис. 406: $\angle ANC = \frac{\sphericalangle AC + \sphericalangle BD}{2}$).

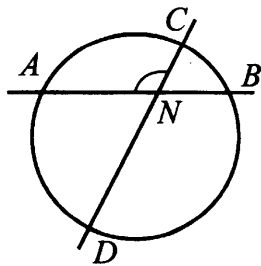


Рис. 406

5. Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, отсекаемых секущими на окружности (см. рис. 407:

$$\angle ABC = \frac{\sphericalangle AC - \sphericalangle DE}{2}.$$

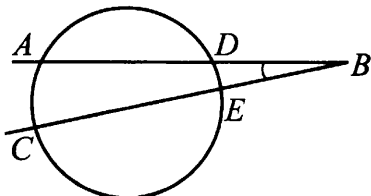


Рис. 407

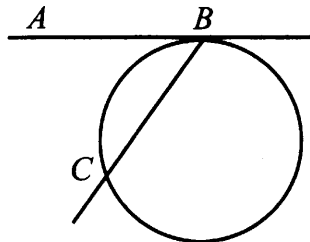


Рис. 408

6. Угол между касательной и хордой, проведённой из точки касания, равен половине угловой величины дуги, отсекаемой на окружности этой хордой (см. рис. 408: $\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle BC$).

Свойства хорд окружности

1. Линия центров двух пересекающихся окружностей перпендикулярна их общей хорде.

2. Произведения длин отрезков хорд AB и CD окружности, пересекающихся в точке E , равны, то есть $AE \cdot EB = CE \cdot ED$ (см. рис. 409).

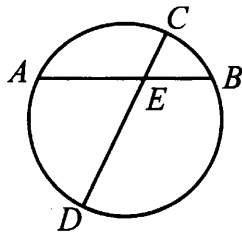


Рис. 409

Вписанные и описанные окружности

1. Центры вписанной и описанной окружностей правильного треугольника совпадают.

2. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, — это середина гипотенузы.

3. Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны.

4. Если четырёхугольник можно вписать в окружность, то сумма его противоположных углов равна 180° .

5. Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180° , то около него можно описать окружность.

6. Если в трапецию можно вписать окружность, то боковая сторона трапеции видна из центра окружности под прямым углом.

7. Если в трапецию можно вписать окружность, то радиус окружности есть среднее пропорциональное отрезков, на которые точка касания делит боковую сторону.

8. Если в многоугольник можно вписать окружность, то его площадь равна произведению полупериметра многоугольника на радиус этой окружности.

Теорема о касательной и секущей и следствие из неё

1. Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной (см. рис. 410: $AB^2 = AD \cdot AC$).

2. Произведение всей секущей на её внешнюю часть для данной точки и данной окружности постоянно.

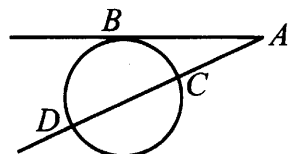


Рис. 410

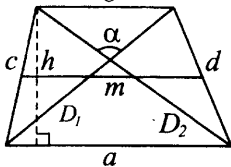
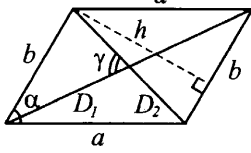
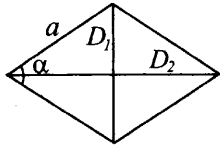
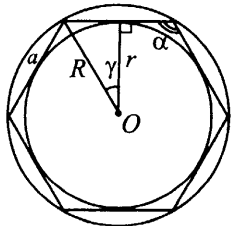
Длина окружности радиуса R равна $2\pi R$.

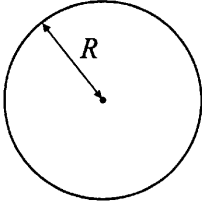
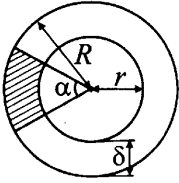
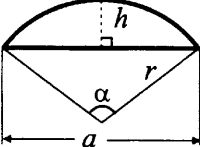
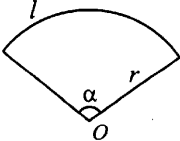
Площадь круга радиуса R равна πR^2 .

Основные формулы

Далее S — площадь фигуры, P — периметр, p — полупериметр.

Чертежи	Обозначения	Формулы
<p data-bbox="98 234 259 264">Треугольник</p> 	<p data-bbox="310 219 606 937"> a, b, c — стороны; A, B, C — противолежащие им углы; h_a, h_b, h_c — высоты, проведённые к соответствующим сторонам; n_a, n_b, n_c — биссектрисы, проведённые к соответствующим сторонам; b_a и b_c — отрезки, на которые делится биссектрисой сторона b; m_a, m_b, m_c — медианы, проведённые к соответствующим сторонам; $\mu = \frac{(m_a + m_b + m_c)}{2}$ — полусумма медиан; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности. </p>	<p data-bbox="621 226 979 922"> $h_b = \frac{2S}{b}$ $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ $n_b = \frac{2}{a+c}\sqrt{acp(p-b)}$ $n_b = \sqrt{ac - b_a b_c}$ $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab \sin C$ $S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$ $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$ $S = r^2 \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$ $S = pr = \frac{abc}{4R}$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $S = \frac{4}{3}\sqrt{\mu} \times$ $\times \sqrt{(\mu - m_a)(\mu - m_b)(\mu - m_c)}$ </p>
<p data-bbox="67 997 284 1028">Четырёхугольник</p> 	<p data-bbox="310 960 606 1285"> a, b, c, d — стороны; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями; h_1, h_2 — длины перпендикуляров, опущенных на диагональ D_1; α, β — два противолежащих угла четырёхугольника. </p>	<p data-bbox="621 967 979 1164"> $S = \frac{h_1 + h_2}{2} D_1$ $S = \frac{1}{2} D_1 D_2 \sin \gamma$ $S = \frac{1}{2} (ab \sin \alpha + cd \sin \beta)$ </p>

Чертежи	Обозначения	Формулы
<p style="text-align: center;">Трапеция</p> 	<p>a, b — основания; c, d — боковые стороны; D_1, D_2 — диагонали; α — угол между диагоналями; m — средняя линия; h — высота.</p>	$m = \frac{1}{2}(a + b)$ $P = 2m + c + d$ $S = \frac{1}{2}(a + b)h = mh$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2 \sin \alpha$
<p style="text-align: center;">Параллелограмм</p> 	<p>a, b — стороны; h — расстояние между сторонами b (высота); α — угол параллелограмма; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями.</p>	$S = bh$ $S = ab \sin \alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2 \sin \gamma$ $D_1^2 + D_2^2 = 2a^2 + 2b^2$
<p style="text-align: center;">Ромб</p> 	<p>a — сторона; α — угол ромба; D_1, D_2 — диагонали.</p>	$S = a^2 \sin \alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1 D_2$
<p style="text-align: center;">Правильный многоугольник</p> 	<p>n — число сторон; a — сторона; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности; $\alpha = 180^\circ - 2\gamma$ — угол многоугольника $(\gamma = \frac{180^\circ}{n})$.</p>	$a = 2\sqrt{R^2 - r^2}$ $P = na$ $P = 2nR \sin \gamma = 2nr \operatorname{tg} \gamma$ $S = \frac{1}{4}na^2 \operatorname{ctg} \gamma$ $S = nr^2 \operatorname{tg} \gamma$ $S = \frac{1}{2}nR^2 \sin 2\gamma$ $S = \frac{1}{2}nar$

Чертежи	Обозначения	Формулы
<p data-bbox="191 148 253 178">Круг</p> 	<p data-bbox="357 137 632 201">R — радиус; l — длина окружности.</p>	<p data-bbox="647 137 751 201">$S = \pi R^2$ $l = 2\pi R$</p>
<p data-bbox="174 450 267 480">Кольцо</p> 	<p data-bbox="357 424 632 873">r — внутренний радиус; R — наружный радиус; d — внутренний диаметр; D — наружный диаметр; $\rho = \frac{r+R}{2}$ — средний радиус; $\delta = R - r$ — ширина кольца; α — центральный угол части кольца (в градусах).</p>	<p data-bbox="647 424 912 616">$S = \pi(R^2 - r^2)$ $S = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$ $S = 2\pi\rho\delta$ Площадь части кольца</p> <p data-bbox="647 628 860 677">$S = \frac{\pi\alpha}{360}(R^2 - r^2)$</p> <p data-bbox="647 697 860 745">$S = \frac{\pi\alpha}{90}(D^2 - d^2)$</p> <p data-bbox="647 765 778 813">$S = \frac{\pi\alpha}{180}\rho\delta$</p>
<p data-bbox="150 911 256 941">Сегмент</p> 	<p data-bbox="357 893 632 1108">r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \frac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги; a — длина хорды; h — высота.</p>	<p data-bbox="647 893 912 1055">$P = l + a$ $S = \frac{1}{2}r^2\left(\frac{\pi\alpha}{180} - \sin\alpha\right)$ $S = \frac{r(l-a) + ah}{2}$</p>
<p data-bbox="153 1146 246 1176">Сектор</p> 	<p data-bbox="357 1135 632 1282">r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \frac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги.</p>	<p data-bbox="647 1135 774 1297">$P = l + 2r$ $S = \frac{lr}{2}$ $S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$</p>

Ответы к учебно-тренировочным тестам

Ответы к заданиям части I (начало)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Вар. 1	0,9	4	2	6	312	18	0,998	1	19	20	63	52	13	325	3	301	10	2143	0,1	-4
Вар. 2	0,09	2	1	18	123	22	0,994	2	44	6	24	48	1	240	3	36	20	2143	0,1	-3
Вар. 3	0,35	4	2	9	123	4	1,04	1	34	15	102	44	3	375	3	154	12	2143	0,01	0,5
Вар. 4	0,25	2	1	14	123	14	5,2	1	38	11	224	52	1	260	3	43	12	4321	0,01	0,2
Вар. 5	3	4	4	-1	321	234	-0,66	3	0,6	210	20	55	1	3	3	230000	30	3	0,3	33120
Вар. 6	2	4	3	-9	314	124	0,2	4	0,8	144	5	52	1	60	40	2250	10	3	0,32	25300
Вар. 7	1	4	4	-3	423	34	0,1	3	0,75	160	32	120	2	2	4	560000	8	3	0,375	15
Вар. 8	2	4	2	-7	324	124	0,3	4	1,875	150	16	140	13	95	120	6800	10	23	0,3	5
Вар. 9	0,336	4	3	-0,4	312	3	-28	2	131	7	21	0,5	135	4	30	62	116	24	0,5	1
Вар. 10	0,48	3	4	7,5	214	5	0,5	4	78	6	21,5	0,75	15	26400	7	612	26	24	0,5	0,4
Вар. 11	1,2	3	180	-18	132	7	17	3	37	5	36	0,6	123	5	20	1599	50	23	0,375	2,59
Вар. 12	1,5	3	240	-2,25	231	11	14	3	28	4	18	0,875	135	218	7,5	4000	45	234	0,375	3
Вар. 13	-4,7	1	1	-8	342	-18	3	2	22	10	6	46	13	3	2	600	250	3	0,6	15
Вар. 14	-2,8	2	1	5	341	-19	0	3	35	30	45	48,5	3	2	3	25	450	4	0,7	0,625
Вар. 15	0,01	4	4	-3	234	1364	1	2	150	20	2	15	13	3	2	25	130	2	0,5	16
Вар. 16	3600	3	3	-1	142	-99	-6	4	120	12,5	6	17	3	2	3	18,75	100	3	0,16	20
Вар. 17	5	3	2	0,5	431	34	24	4	60	5	3	30	23	3	4	26	0,6	10	0,5	36
Вар. 18	8	4	4	3,2	342	-8	6	2	35	5	7	30	23	1	13	27	0,64	50	0,5	6
Вар. 19	3,8	1	2	2	231	-3	-24	3	50	10	8	4	2	3	3	27	2	10	0,5	8
Вар. 20	8	3	4	-1	431	48	64	3	31	15	10	2	1	2	19	7	0,72	40	0,5	1280

Ответы к заданиям части 1 (окончание)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Вар. 21	-0,25	3	3	-1	2	-0,5	400	3	-0,28	4	35	1,25	23	3	2	25	42	2	0,12	13
Вар. 22	-0,5	4	4	0	-1	3	1000	2	6	20	30	0,6	34	2	3	20	13	1	0,12	17
Вар. 23	-73	152	3	4	-9	42	1,5	4	1080	25	37	22,5	13	5499	37	253	7,5	3	0,54	24
Вар. 24	-7	3	3	-12,5	31	59,2	0,5	4	1680	15	29	16	124	12420	30	5310	8,4	1	0,39	2,6
Вар. 25	2,75	4	3	2,25	213	-12	110	3	163	12	48	8	1	3	18	13320	60	24	0,3	0,25
Вар. 26	0,5	3	1	4	312	-47	1,25	3	168	6	48	8	2	2	13	12160	20	134	0,7	0,125
Вар. 27	10	2	2	1	124	28	1	4	68	35	27	0,6	23	2	5	1350	3	3	0,4	2
Вар. 28	110	1	1	0,5, -1	123	-11	-1	1	124	50	36	2,4	24	4	21	3960	18	34	0,75	5
Вар. 29	-3	2	4	8	314	60,5	-1	1	70	4	160	2	12	3	1000	1221	10	3	0,25	4
Вар. 30	1	3	3	-11	314	-35	-8	4	130	5	114	0,6	24	4	24	1600	9	14	0,8	2
Вар. 31	0,35	3	3	4	321	-2	156	3	65	15	156	1,4	14	2	27000	3175	1,2	58	0,48	0,025
Вар. 32	0,5	3	4	3	231	47	-2,5	3	67	5	125	1,5	12	2	8000	5520	0,45	34	0,25	0,05
Вар. 33	1	1	2	1,75	213	78,1	16	3	3,75	0,2	120	2,4	12	2	20	1,25	1 : 2	2	0,375	21
Вар. 34	1	4	3	2,5	132	-15,875	16	4	6	9	25	16	23	1	10	0,8	0,45	3	0,5	10
Вар. 35	64	4	1	1	324	-27	-332	1	2	16	432	1,4	124	3	25	700	3	34	0,25	12
Вар. 36	6561	1	3	0	142	-91	90	1	0,5	9	150	1	3	1	12,5	1000	11,25	14	0,25	2
Вар. 37	24	3	1	1	134	1277,5	1,5	3	5	15	84,5	258	12	2	12	1870	125	3	0,25	50000
Вар. 38	51,2	3	1	-1	421	-2730,75	0,6	2	3	20	200	216	3	2	15	960	250	1	0,5	40
Вар. 39	0,5	2	450	4,4	3	4	0,6	1	134	10	168	6	14	4	4	66	4000	2	0,08	8
Вар. 40	0,5	4	3	12	1	5	4	2	114	45	120	4	2	5	12	42	2000	3	0,92	66

Ответы к заданиям части 2 (начало)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. 1	0; -1	73,5 км/ч	$c > 3; c = -1$	$\sqrt{3}$		8
Вар. 2	0; 1	35,2 км/ч	$\{1\} \cup (8; +\infty)$	2		8
Вар. 3	0; 1	$61\frac{2}{3}$ км/ч	$c = 0; c > 1$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$		8
Вар. 4	0; 1	60 км/ч	$c = 1; c > 6$	$2\sqrt{2} + 2$		8
Вар. 5	2,7	72 км/ч	-12	$\frac{\sqrt{697}}{8}$ см		$\frac{25\sqrt{3}}{3}$
Вар. 6	4,2	57 км/ч	-16	5 м		$27\sqrt{3}$
Вар. 7	4	75 км/ч	10	25		$12\sqrt{3}$
Вар. 8	5	66,5 км/ч	-9	7		6,25
Вар. 9	-3; 4; 5	811	$-2; -1\frac{2}{9}$	$5\frac{7}{13}$		3; 7
Вар. 10	1; 3; 4	17	-1; -2	5,4		$4\sqrt{10}; 4\sqrt{6}$
Вар. 11	-5; 3	295,2	$4; 3\frac{3}{4}$	$\frac{25\sqrt{2}}{2}$		7 и 14,7
Вар. 12	-2; -4; 4	1200	$5; 5\frac{1}{3}$	$\frac{27\sqrt{3}}{4}$		2,8 и 5,88
Вар. 13	$(-1; 0) \cup (0; 1)$	6	1; 2,125	8,5		$R\sqrt{2}$
Вар. 14	$[-1; 0) \cup (0; 2)$	4	1; 6,25	$\sqrt{180 - 72\sqrt{3}}$		$R\sqrt{2}$

Ответы к заданиям части 2 (продолжение)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. 15	$(-\infty; -3) \cup \left(-3; \frac{1}{3}\right) \cup \{3\}$	3000	$(0; 1]$	$\frac{15}{8}$		6
Вар. 16	$(-\infty; -2) \cup [-1, 5; 2)$	2500	$(1; 2] \cup \{0\}$	$\frac{1}{8}$ и $\frac{31}{8}$		$4 + \sqrt{7}$
Вар. 17	3; 1,625	1380	$1; 1\frac{1}{3}$	2		$3\frac{9}{13}$
Вар. 18	5,25; 6	764	$-1; -\frac{3}{4}$	1		$11\frac{1}{34}$
Вар. 19	2,6; 4	1068	1; 1,5	8		2,4
Вар. 20	3; 4,5	817,48	1; 1,5	2		4,5
Вар. 21	6; 3; -1	8; 12	$[0; 1)$	90		3; 4; 5
Вар. 22	3; -5; 1	34; 46	$(0; 1)$	10		3, 4, 5
Вар. 23	$-5; \frac{7}{3}; 6$	525 м	$[3, 5; 5] \cup \{6, 5\}$	$9\sqrt{2}$		75
Вар. 24	$-11; 4; 5$	650 м	$[-5; -0,5] \cup \{-5, 5\}$	$6\sqrt{2}$		217 : 540
Вар. 25	14	12	$(-4; 4)$	124		78,75
Вар. 26	14	60	$(-7; 7)$	110		$46\frac{2}{3}$
Вар. 27	1,5	5	$-4; -6,25$	30		$0,3\sqrt{10}$

Ответы к заданиям части 2 (окончание)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. 28	0,16	14	24; -1	0,75		2,5
Вар. 29	0,008	25	-9; -8; 40	$8\sqrt{3}$		$\sqrt{6}$
Вар. 30	24,5	15	-25; -16; 24	$32\sqrt{3}$		1 : 1
Вар. 31	(2; 1)	18	$a \neq 0, a \neq 1$	30		24
Вар. 32	(13; 2)	45	$c \neq -2, c \neq 0$	8		32
Вар. 33	1; 5	90	$-\frac{1}{4}; 2$	24		$\frac{3 + \sqrt{3}}{6}$
Вар. 34	$-4 - \sqrt{2}, -4 + \sqrt{2}$	80	$(0; 4) \cup (4; +\infty)$	$6\sqrt{2}$		$\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$
Вар. 35	441	66	$(-2; 0) \cup \left(0; \frac{6}{7}\right)$	4; 5; 4; 6; 5; 6		$12(\sqrt{3} + 1)$
Вар. 36	343	425	$(-\infty; -7] \cup \{1\} \cup \{2\}$	4; 8; 4; 11; 8; 11		$\frac{4\sqrt{21}}{3}$
Вар. 37	$[-5; 3]$	60 км/ч	$p = -1, p = 7$	$240; 80\sqrt{3}$		6
Вар. 38	$[-1, 75; 1]$	180	0; 4	20		4,8
Вар. 39	0; 4	4,8	(1; 5)	36		50
Вар. 40	-1,5; 0	20	$(-2; -9)$	28		$2\sqrt{3}$

Ответы к сборнику задач

1. 162. 2. 57,8. 3. 192. 4. Во втором. 5. В первой библиотеке. 6. Хомячков осталось поровну. 7. 100. 8. Рыб стало поровну. 9. В первой коробке. 10. В. 11. 180. 12. Блондинок. 13. 25. 14. 14. 15. 3,8. 16. 25. 17. 75. 18. 4800. 19. 690 руб. 20. Вторая. 21. Количество клиентов в обоих филиалах осталось одинаковым. 22. $\frac{3(x-1)}{x-3}$. 23. $\frac{3(x-2)}{2x-1}$. 24. $-\frac{1}{x+9y}$.
25. $\frac{1}{6x+y}$. 26. 5. 27. $\frac{12}{a}$. 28. -1. 29. 0. 30. -1. 31. $x^2 + ax^2 + 4a^2 + 3a$.
32. $-\frac{a+b}{2}$. 33. $\frac{2a}{2a^2-b^2}$. 34. $\frac{(a+b)^2}{4a+b}$. 35. $\frac{2ab}{a^2+b}$. 36. 3. 37. 1. 38. 1.
39. $2(a+b)$. 40. $a+b$. 41. b . 42. $\frac{a-3}{2a}$. 43. $\frac{x-4}{x+4}$. 44. $1-x$. 45. $\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$.
46. $\frac{24}{5b-4a}$. 47. $\frac{1}{x+2}$. 48. 1. 49. $2\sqrt{3}$. 50. $2m$. 51. $\frac{2m(m+4)}{2m-1}$.
52. 1. 53. 1. 54. $b+1$. 55. $\frac{1}{x-1}$. 56. 27. 57. 100. 58. 10^{n+1} . 59. 9^{n+2} .
60. $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$. 61. 1. 62. 4. 63. $4\sqrt{3}$. 64. 3 и 4. 65. 7. 66. $\sqrt{-a} + \sqrt{-b}$.
67. $-\sqrt{\frac{a}{b}}$. 68. $\frac{b-5}{a-3}$. 69. $\frac{2m-3}{n+1}$. 70. $\frac{b+7}{3a+1}$. 71. $\frac{b-4}{4a-3}$. 72. $\frac{1}{2-n}$.
73. 0,2. 74. $-\frac{a+1}{2a}$. 75. $\frac{2}{b^2(b-1)}$. 76. $\frac{3k}{k-1}$. 77. $\frac{1}{t-2}$. 78. 0. 79. 1.
80. -5. 81. $\frac{2-m}{2+m}$. 82. 0. 83. 0. 84. $\frac{1}{a+b}$. 85. $\frac{a}{3b}$. 87. $\frac{(a+b)^2}{a}$. 88. -1.
89. -1. 90. $\frac{x}{x-4}$. 91. $\frac{x-2}{x}$. 92. $\frac{a}{a-3}$. 93. $\frac{3}{b-4}$. 94. -5. 95. $\frac{7}{m-1}$.
96. $n(n+1)(m-1)$. 97. $\frac{3x-2}{x-3}$. 98. $(x+y)(x-2y)$. 99. $(x-y)(x+3y)$.
100. 0; $x_1 = 0,5$; $y_1 = -2$; $x_2 = -4$; $y_2 = -11$. 101. -5; $x = -0,5$; $y = 2,5$. 102. 3; $x = 2$; $y = 1,8$. 103. (2; 1). 104. (2; 1). 105. 2; 9. 106. 4; -3. 107. 3. 108. $x = 0$. 109. $x_1 = 0, x_2 = 2,5$. 110. 0; 2; -2; -1,5. 111. 0; -1,5; $\pm\sqrt{3}$. 112. $x_1 = 3, x_2 = 4$. 113. $x_1 = -1, x_2 = -\frac{3}{5}, x_3 = 1$.
114. $x = -1$. 115. $x_1 = -2, x_2 = -1$. 116. $\pm\sqrt{2}$. 117. $\pm\sqrt{2}; \pm 2; \pm 2\sqrt{2}$. 120. $x = 4$. 121. $x = 1$. 122. (3; 1), (9; 13). 123. (-3; 5), (5; -7). 124. -1; 1. 125. (2; 4); (6; 12). 126. -2; 2. 127. (0; 3); (-3; 0). 128. 2; 4. 129. -1 и -3. 130. ± 1 ; ± 3 . 131. ± 2 . 132. (-1; 1); (-2; 2). 133. (2; -4);

- (4; -8). 134. Нет. 135. Нет. 136. Да. 137. 2. 138. 3. 139. (2; -3),
 $\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$. 140. (-5; 2), (2; 5). 141. (1; 1), (-1; -1). 142. (2; 1), (-2; -1).
 143. (0,4; 2). 144. (0,6; -1,4); (0,4; -1,6). 145. (0; -3), (4; 5). 146. (3; 4),
 (4; 3), (-3; -4), (-4; -3). 147. (2; 4), (-3; 9). 148. (4; 10). 149. 6; 54.
 150. $x = \frac{963}{136}$, $y = \frac{147}{34}$. 151. $x = \frac{275}{57}$, $y = \frac{110}{57}$. 152. $x = 5$, $y = -7$.
 153. $x = 12$, $y = -2$. 154. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$. 155. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$.
 156. (130,5; 56,5). 157. (-2; 3). 158. (0; -2), (-2; 2). 159. (0; 0), (0; 1),
 (1; 0), (1; 1). 160. (3; 2), (3; -2), (4; $\sqrt{3}$), (4; $-\sqrt{3}$). 161. $x \geq 0, y \geq 0$.
 162. (5; 4). 163. (2; 1). 164. (5; 1). 165. (2,5; -0,5). 166. (2; -5), (3; -4).
 167. (0,25; 4,75), (2; 3). 168. (2; 1), (4,5; -1,5). 169. (-4; 1).
 170. $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$. 171. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. 172. (-9; 13), (-1; -3),
 (1; 3), (9; -13). 173. (-7; -1), (-1; 5), (1; -5), (7; 1). 174. (-3; -1), (3; 1),
 $(2\sqrt{2}; \sqrt{2}), (-2\sqrt{2}; -\sqrt{2})$. 175. (2; -2), (-2; 2). 176. (2; -2), $\left(\frac{2}{3}; -6\right)$.
 177. (9; 0,5), (1; 4,5). 178. (6; 3), (3; 6). 179. (-1; 4).
 180. $\left(2; \frac{1}{2}\right), \left(2; -\frac{1}{3}\right), (-4; -1)$. 181. (3; 2); (-3; -2).
 182. $(-\infty; -3) \cup \{-0,5\}$. 183. $(-\infty; -1) \cup \{0,5\}$. 184. $(-\infty; -5) \cup \{4\}$.
 185. $\left(-1; -\frac{2}{3}\right)$. 186. $\left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup$
 $\cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$. 187. $(-2; -1) \cup (1; 2)$. 188. $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$.
 189. $\left[\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right]$. 190. [-2; 0]. 191. (0; 4]. 192. $\left(\frac{12}{5}; 18\right)$.
 193. $(-\infty; 0)$. 194. $(-\infty; -1) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7}; 1\right) \cup (1; +\infty)$.
 195. $(-\infty; -2,5) \cup \left(-2,5; -\frac{1}{3}\right] \cup (7; +\infty)$. 196. $(-\infty; -5) \cup (-5; -3] \cup$
 $\cup [7; +\infty)$. 197. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. 198. $(-\infty; \frac{14}{3}) \cup \left(\frac{14}{3}; +\infty\right)$.
 199. $[-3; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; 4]$. 200. $[6; 7) \cup (7; +\infty)$. 201. $[-\sqrt{7}; -\sqrt[3]{5}) \cup$
 $\cup (-\sqrt[3]{5}; 2]$. 202. (-7; 2,5). 203. $\left[-2\frac{2}{3}; 2\right]$. 204. $[-5; 0) \cup \left(0; \frac{4}{3}\right]$.
 205. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$. 206. $\{-3\} \cup [1,5; 4]$. 207. $\{-1\} \cup (-0,25; 3) \cup \{5\}$. 208. (1; 5),
 (2; 5), (0; 6), (1; 6), (2; 6). 209. (2; -2), (2; -1), (2; 0), (3; -1), (3; 0), (4; 0).

210. 0; 1; 2. 211. -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4. 212. {2}. 213. {6}. 214. {7}.
 215. {3}. 216. {-1; 3}. 217. {4}. 218. {1}. 219. {2}. 220. $\{-1 + \sqrt{2}\}$.
 221. $\{-1 - \sqrt{5}\}$. 222. $(-\infty; 1 - \sqrt{3}) \cup [1 + \sqrt{3}; +\infty)$. 223. $(-\infty; 3 - 3\sqrt{2}) \cup$
 $\cup \{3\} \cup [3 + 3\sqrt{2}; +\infty)$. 224. $(-\frac{1}{2}; 1)$. 225. (-1; 0). 226. $[1; 2] \cup [3; 4]$.
 227. $[1; 3] \cup [5; 6]$. 228. $[-1; 2] \cup [3; 4]$. 229. $[-5, 5; -5] \cup [-4; -2] \cup [-1; 1]$.
 230. $\{-1; 5\}$. 231. {1}. 232. $(-\infty; -5] \cup \{-2; 2\} \cup [3; +\infty)$. 233. $\{-3; 3\} \cup$
 $\cup [-2; 1]$. 234. $-12 \leq x \leq \frac{4}{3}$. 235. $-4 \leq x \leq \frac{4}{3}$. 236. $0,75 \leq x \leq 3$.
 237. $(-\infty; -1,75] \cup [2; +\infty)$. 238. 5. 239. 7. 240. $[1,5; 2) \cup (2; 5]$.
 241. $-6 \leq x < -4, -4 < x < 4$. 242. $-4 \leq x < -3, -3 < x < 3$.
 243. 0,9. 244. -0,6. 245. -0,3. 246. 5 ч. 247. 11. 248. 2436. 249. 2600.
 250. 145 км/ч. 251. 10 дней. 252. 9646. 253. 8910. 254. 2436. 255. 11109.
 256. 15. 257. 0. 258. {4, 9, 14} и {13, 9, 5}. 259. {1, 4, 7} и {17, 4, -9}.
 260. {11, 5, -1} и {2, 5, 8}. 261. {3, 10, 17} и {12, 10, 8}. 262. 3.
 263. 4,5. 264. 7. 265. 17. 266. Да. 267. Нет. 268. Нет. 269. 18; 8; -2.
 270. 10; 6; 2. 271. Нет. 272. Нет. 273. Да. 274. Нет. 275. 0; 12.
 276. Да. 277. 10. 278. 8. 279. 5241. 280. 2,25. 281. 0. 282. 754.
 283. 3185. 284. 1925. 285. 2525. 286. 20. 287. 8. 288. 0,9. 289. 11520. 290. 3953.
 291. 1560. 292. $-10\frac{2}{3}$. 293. $b_8 = \frac{1}{9}$. 294. $b_8 = -384$.
 295. 3069. 296. 81. 297. $a = 32; b = 2$. 298. $\frac{1}{3}$. 299. $\frac{5 - \sqrt{23}}{2}$. 300. $3 + \sqrt{6}$.
 301. $2 + \sqrt{\frac{10}{3}}$. 302. 3; 6; 9. 303. 16; 11; 6. 304. $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$. 305. $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.
 306. 2. 307. 1. 308. -2. 309. $-\frac{1}{2}$. 310. 1. 311. 2. 312. 9. 313. 4; 8; 16.
 314. 12; 6; 3. 315. $5 + 2\sqrt{5}$. 316. $\frac{5 - \sqrt{5}}{4}$. 317. Нет. 318. Да. 319. Да.
 320. 16. 321. 27. 322. -14. 323. -20. 324. Да. 325. Да. 326. 6. 327. 64.
 334. Прямая $y = x - 1$ без точки (3; 2). 335. Гипербола $y = \frac{1}{x}$ без точки $(4; \frac{1}{4})$.
 336. $y = \begin{cases} 6 - 2x, & \text{если } x < 1,5; \\ 2x, & \text{если } 1,5 \leq x < 3; \\ 4x - 6, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$
 337. $y = \begin{cases} -10x - 5, & \text{если } x < -1,75; \\ 9 - 2x, & \text{если } -1,75 \leq x < 2; \\ 5, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$
 338. Парабола $y = -x^2 + 4x - 3$ без точек (2; 1) и (4; -3). 339. Парабола
 $y = -x^2 + 5x - 4$ без точек (2; 2) и (3; 2). 340. $a = 3, b = 6, c = -2$.

341. $a = \frac{2}{9}, b = -\frac{8}{9}, c = -\frac{10}{9}$. 342. $(-4; 15)$. 343. $(-\frac{3}{2}; 4)$.
344. $(1,5; 5)$. 345. $(1; 5)$. 346. $(3; 14)$. 347. $(7; 58)$. 348. $(2; 7)$. 349. $(1; -13)$.
350. $y = x^2 - x + 1$. 351. $y = -x^2 + x + 1$.
352. $(\frac{-1 - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}; \frac{3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2})$. 353. $(\frac{\sqrt{5} - 3}{4}; \frac{3 - \sqrt{5}}{4})$.
354. $(-\frac{3}{4}; -\frac{41}{8})$. 355. $(-2; 0), (1; 0), (2; 0), (0; 4)$. 356. $(-2; 0), (-1; 0), (1; 0), (0; 2)$. 357. 1) $(-0,5; 4), (-0,5; -4)$; 2) $(-0,375; 4,25), (-0,375; -4,25)$. 358. 1) $(-\frac{1}{6}; 6), (\frac{1}{6}; 6)$; 2) $(-\frac{5}{3}; -5), (\frac{5}{3}; -5)$.
359. $A(-\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{13}{4}), B(-\frac{\sqrt{5} - \sqrt{13}}{2}; 0), C(\frac{\sqrt{10}}{2}; -3)$. 361. $(\sqrt{2}; 0), (-\sqrt{2}; 0)$. 362. $(2; 0), (-2; 0)$. 363. $(4 + \sqrt{14}; 0), (4 - \sqrt{14}; 0)$.
364. $(6 + \sqrt{33}; 0), (6 - \sqrt{33}; 0)$. 365. $y = 32$. 366. $y = -12$.
367. $y = \frac{1}{2}(x + 1)$. 368. $y = -\frac{1}{2}(x + 1)$. 369. $(0; 0), (8; 0), (0; 6)$.
370. $(1; 0), (3; 0), (0; 1), (0; 3)$. 371. $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$.
372. $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$. 373. $(0; -16)$. 374. $(0; 30)$. 375. $-1 \leq x \leq 1,5$.
376. $0 \leq x \leq 2$. 377. $-2 < x < 6$. 378. $-15 \leq x \leq 9$. 379. $-7 < y < 7$.
380. $-1 < y < 7$. 381. $4 \leq x \leq 5$. 382. $0 < x < 2$. 383. $1 \leq x \leq 4$.
384. $-13 < x < -8$. 385. $0 \leq x \leq 2$. 386. $-4 \leq x \leq 0$. 387. $-\frac{7}{9} \leq y < \frac{1}{3}$.
388. $0 < x \leq \frac{10}{11}$. 389. $x \geq -5$. 390. $x \geq -7$. 391. $-5 \leq x \leq 2$.
392. $-3 \leq x \leq 6$. 393. $0 \leq x \leq 7$. 394. $0 \leq x \leq 5$. 395. 2. 396. 3.
397. $(-\infty; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; -\sqrt{2}] \cup [0; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \sqrt{2}]$.
398. $[-\sqrt{7}; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 0] \cup [\sqrt{7}; +\infty)$. 399. $[11; +\infty)$.
400. $[4; +\infty)$. 401. $[2; 2,5) \cup (2,5; 5]$. 402. 2. 403. 1. 404. 5. 405. -1.
406. $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. 407. $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. 408. -12,25.
409. $2\frac{2}{3}$. 410. $\frac{3}{4}$. 411. $[3; +\infty)$. 412. $-4 \leq x \leq 2$. 413. 24,2 м. 414. 9 кг.
415. $v_1 = 30$ км/ч; $v_2 = 25$ км/ч. 416. 600 км. 417. 24 км/ч, 32 км/ч.
418. 90; 130. 419. 10 деталей в час. 420. 60 км/ч. 421. 80 км/ч. 422. 20.
423. 30. 424. 8 ч. 425. 9 дней. 426. за $1\frac{29}{31}$ ч. 427. 1 ч. 428. $\frac{840}{137}$ мин.
429. $\frac{600}{47}$ часа. 430. 100 км/ч. 431. 500 км. 432. 20. 433. 36. 434. 45.
435. 40. 436. 15. 437. 8,25. 438. 10 км/ч. 439. 5 км/ч. 440. 10 кг; 25 кг.

441. 120 г. 442. 5,25 ч. 443. 2 ч. 444. 12 км/ч, 4 км/ч. 445. 1 : 3.
 446. 3 : 1. 447. 15 км/ч. 448. 30 мин, 45 мин. 449. Медь — 75%, цинк — 25%.
 450. 2400. 451. 5. 452. 40 км/ч, 50 км/ч. 453. 10 ч, 6 ч.
 454. 80 км/ч. 455. 24; 40. 456. 9 ч, 18 ч. 457. 60 км/ч, 75 км/ч. 458. 120.
 459. 3. 460. 2,5. 461. 72 км/ч. 462. 70 км/ч. 463. 100, 60. 464. 120, 48.
 465. 180 км. 466. 36 км/ч, 48 км/ч. 467. 72 км/ч, 60 км/ч. 468. 75 км/ч,
 60 км/ч. 469. 4 кг. 470. 96 км. 471. $\frac{7}{3}$. 472. 4 км/ч. 473. 10 ч, 15 ч.
 474. 12 ч, 24 ч. 475. 28 ч, 21 ч. 476. 12. 477. 2,4 км. 478. 2,4. 479. 100.
 480. 12. 481. 60 км/ч. 482. 90 км/ч. 483. 35. 484. 10. 485. 20 и 30.
 486. 30 и 25. 487. 1 : 2. 488. 3 : 1. 489. 3 : 7. 490. 3 : 4. 491. 2.
 492. 7. 493. 1,5. 494. 24. 495. 2,4. 496. 8. 497. 80 и 12. 498. 5 и
 20. 499. 8 и 4. 500. 30 и 60. 501. 800. 502. 75. 503. 4. 504. 6,3.
 505. 10. 506. $\frac{10}{3}$. 507. 24 и 40. 508. $2\frac{2}{3}$. 509. 3. 510. 4. 511. 21. 512. 21.
 513. 2. 514. 6. 515. 12, 8 и 24 месяца. 516. 4, 6 и 12 месяцев. 517. $\frac{40}{9}$. 518. 10.
 519. 4 : 3. 520. 5 : 4. 521. 8 и 10 дней. 522. 15 и 12 дней.
 523. 4 при $0 < a < 7$; 3 при $a = 7$; 2 при $a > 7$. 524. 4 при $0 < a < 9$; 3
 при $a = 9$; 2 при $a > 9$. 525. (0,5; 3). 526. (-1; -0,5). 527. -6; 6. 528. -14; 14.
 529. ± 15 . 530. ± 7 . 531. (-4; 2). 532. (-5; -1). 533. $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.
 534. $(1; \frac{9}{8})$. 537. $k = 4, a = 1$. 538. $k = 0, b = -4$. 539. $(-\infty; -2,8] \cup$
 $\cup (-2,5; -2) \cup (2; +\infty)$. 540. $(-1; 0) \cup (0; 9)$. 541. 11,5. 542. 32850.
 543. 35392. 544. 72. 545. 0,5, 3,5. 546. (-3; 3). 547. -1; 0; 1; 2; 3.
 548. $a \in Z$. 549. 0; 1; $-\frac{1}{3}$. 550. 0; 1; $-\frac{1}{3}$. 551. -10; 6. 552. -15; 9.
 553. $a \in (2; 4)$. 554. $a \in (\frac{11}{9}; +\infty)$. 555. $m \in (-1,75; 0)$. 556. 3.
 557. 5; 6. 558. $-4,5 < a < 0,75$. 559. $-0,4 < a < \frac{1}{3}$. 560. 1.
 561. $y = -0,5x + 2,5$; $y = 2x - 5$. 562. 0; 1. 563. $a \in (-6; +\infty)$.
 564. -1; 3. 565. $a \in (-\infty; -0,5)$. 566. 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 5)$; 3 при $a = 5$;
 2 при $a > 5$. 567. 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 4)$; 3 при $a = 4$; 2 при $a > 4$.
 568. 0; 1. 569. 0; 1. 570. $(-\infty; -3)$. 571. (0; 3). 572. $(2; +\infty)$.
 573. $(-\infty; -4)$. 574. 7; -4. 575. 2; -5. 576. $b = 4$; $c = 4$. 577. $b = -6$;
 $c = 11$. 578. (-6; -2). 579. $[3; +\infty)$. 580. $m \in (-2; -1) \cup \{0\}$.
 581. $m \in (0; 1) \cup (2; 4)$. 582. $\{-2\} \cup (4; +\infty)$. 583. (-1; 0). 584. -1.
 585. -6, 2. 586. $0 \leq k < 1$. 587. $-2 \leq k < 0$. 588. -10. 589. -2.
 590. $k > 9$. 591. $k > 2$. 592. $0 < k < 11$. 593. $0 < k < 18$.

594. $3,5 < a \leq 4$. 595. $4 < a \leq 4,5$. 596. $-\frac{9}{8} \leq c < 0$. 597. $p > \frac{4}{3}$.
598. $p < 12$, $p > 14$. 599. $-7 < k < 0$. 600. -1 . 601. $b = 8$; $c = 23$.
602. $k < -1$. 603. $-1 < k \leq 0$. 604. $-6 < a < 3$. 605. $-4 < k < 6$.
606. $1 < k < 3$. 607. $-3 < k < 2$. 608. $(1; 2)$. 609. $-6 \leq a < 2$.
610. $-2 < a \leq 6$. 611. $-\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$. 612. $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$. 613. $a > 1$.
614. $a < -6$. 615. $k \in \{-4\} \cup \left[-\frac{12}{5}; -\frac{8}{3}\right]$. 616. $k \in [-1; 3]$.
617. $k \in (0,5; 2)$. 618. $(0; 0,5] \cup [1; 3)$. 619. $(-\infty; -2] \cup \{-1\}$.
620. $0 \leq k < \frac{2}{5}$; $k = \frac{2}{3}$; $\frac{4}{3} < k \leq 2$. 621. $\frac{2}{3} \leq k < \frac{6}{7}$; $\frac{6}{7} < k \leq 2$. 623. 8. 624. 2,4.
626. 15,6. 628. 10. 629. 1,5. 631. 0,25. 632. 1,5. 634. 12.
635. 2. 636. 2. 637. 30. 638. 20. 639. 3. 641. 10. 643. 25. 645. 10.
646. $\frac{125}{12}$. 647. 2. 649. $2\sqrt{7}$. 650. 1. 651. 14. 653. 14. 655. 30. 656. 66. 659. 1; 7.
661. 6. 662. 4. 663. 8. 664. 40. 665. 20. 666. 2. 667. $2\sqrt{3} + 4$. 670. $14\sqrt{2}$. 671. 21,25.
672. 8. 673. 3. 674. 0,75. 675. 49. 676. 6. 677. 17.

Учебное издание

Безуглова Галина Сергеевна, **Дрёмов** Виктор Александрович,
Ковалевская Александра Сергеевна, **Коннова** Елена Генриевна,
Кривенко Виктор Михайлович, **Нужа** Галина Леонтьевна,
Ольховая Людмила Сергеевна, **Опрышко** Галина Григорьевна,
Резникова Нина Михайловна, **Смирнова** Алина Андреевна,
Фридман Елена Михайловна, **Ханин** Дмитрий Игоревич

**МАТЕМАТИКА. 9-й класс.
ПОДГОТОВКА К ОГЭ-2016.**

40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Обложка В. Кириченко

Компьютерная верстка С. Иванов

Корректоры М. Гребенникова, А. Ильинова

Подписано в печать с оригинал-макета 02.10.2015.

Формат 60x84¹/₁₆. Бумага типографская.

Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 23,25.

Доп. тираж 30 000 экз. Заказ № 1028.

Издательство ООО «Легион» включено в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, которые допускаются к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждениях. Приказ Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009 зарегистрирован в Минюст России 15.01.2010 № 15987.

ООО «ЛЕГИОН»

Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.

Адрес редакции: 344082, г. Ростов-на-Дону, ул. Согласия, 7.

www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано в филиале «Тверской полиграфический комбинат
детской литературы» ОАО «Издательство «Высшая школа»

170040, г. Тверь, проспект 50 лет Октября, д. 46

Тел.: +7 (4822) 44-85-98. Факс: +7 (4822) 44-61-51